

الله  
يَا  
رَبِّ



با حمد و ستایش ایزد یکتا  
که هر آغاز و پایانی بسته به نظر و لطف است

و با سپاس و تشکر از محضر پدر و مادرم  
که رنج و زحمات رشدم را به جان خریدند  
و همواره دعای خیر شان راهی این حقیر بوده است

و با عرض تشکر از همسرم  
که همواره محبت‌هاش موجبات دلگرمی  
این جانب در مسیر تحریل بوده است

و با یادی از امام عزیز (ره) و شهداي گلگون کفن انقلاب اسلامی

بنام خدا



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد  
گرایش طراحی جامدات

تحلیل تنش و گرنش در صفحات مذکور  
با تعدادی حفره تحت اثر  
میدان فشار و دما

توسط:

رسول میر صالحیان

زیرنظر:

دکتر محمود سلیمی

خردادماه ۱۳۷۱

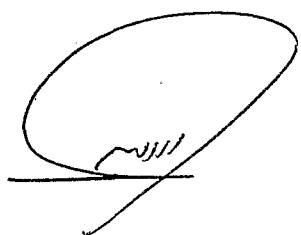
۱۶۹۴۰

بسم الله الرحمن الرحيم

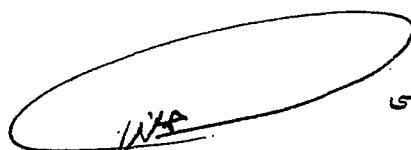
پايان نامه آقاي رسول ميرصالحيان درجلسه موافق ۱۲/۳/۷۱ کميته تخصصي  
پايان نامه کارشناسی ارشد دانشکده مکانیک متخصص از استاد تبدیل مورد  
بررسی و تأثید قرار گرفت:



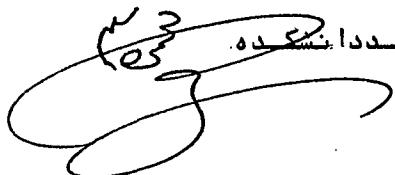
۱ - آقاي دکتر محمود سليمي استاد راهنمای پايان نامه



۲ - آقاي دکتر فريبرز قهرمانى استاد كميته تخصصي



۳ - آقاي دکتر حسن خادمی زاده استاد كميته تخصصي



۴ - آقاي دکتر محمود سليمي مسئول كميته کارشناسی ارشد دانشکده

### قدردانی

با استعانت از درگاه خداوند متعال

با راهنمایی و نظارت آقای دکتر محمود سلیمی و با مشاورت آفایان دکتر فریبرز قهرمانی و دکتر حسن خادمیزاده این رساله تهیه و تنظیم گردید ، امید آنکه این مجموعه ناچیز بتواند در مسیر علوم رشد یابنده کشور اسلامیمان منشاء اثر و مفید فایده قرار گیرد .

بر خود فرض می دانم

که به درگاه خداوند تبارک و تعالی

شکر گذاری

واز اساتید فوق الذکر و دیگر اساتید محترمی که در طول دوران تحصیل از آنان بهره علمی برده ام تشکر و قدردانی نمایم .

همچنین در اینجا فرصت را غنیمت شمرده و از دیگر مسئولین دانشکده نیز مراتب تشکر خود را ابراز می دارم .

با امید به آنکه همگی با اتحاد و درک مسئولیت‌های خطیرمان در قبال انقلاب اسلامی و خون شهیدان توفیق یابیم ضمن خودسازی ، در سنگر علم و آگاهی گامهای سازنده‌تری برداریم و شاهد پیشرفت و آبادانی ایران اسلامی باشیم .

## فهرست مطالب

عنوان

صفحه

۱

مقدمه

### فصل اول : مبانی نظری تغییر شکل الاستیک صفحات

۵

۱ - ۱ - مقدمه ..... ۱

۶

۱ - ۲ - سینماتیک تغییر شکل صفحات ..... ۱

۹

۱ - ۳ - معادلات تعادل ..... ۱

۱۵

۱ - ۴ - شرایط مرزی ..... ۱

### فصل دوم : کاربرد روش اجزاء محدود برای تغییر شکل صفحات

۱۷

۲ - ۱ - مقدمه ..... ۲

۲۲

۲ - ۲ - ملاحظات اساسی روش اجزاء محدود ..... ۲

۲۵

۲ - ۳ - تئوری کلی مربوط به روش تغییر مکان (استخراج ماتریس سختی)

۲۸

۲ - ۴ - سیستم مختصات کلی و موضعی ..... ۲

۳۱

۲ - ۵ - استخراج روابط اجزاء محدود برای تغییر شکل الاستیک صفحات

۳۱

۲ - ۵ - ۱ - اجزاء محدود برای صفحات ..... ۲

۳۴

۲ - ۵ - ۲ - معادلات اجزاء محدود صفحات ..... ۲

۴۰

۲ - ۵ - ۳ - مشخصات میدان تغییر مکان المان و توابع شکل ..... ۲

### فصل سوم : کاربرد روش تحلیلی برای تحلیل مسئله صفحه سوراخدار

۴۴

۳ - ۱ - روابط ریاضی حاکم بر مسئله خمش صفحه سوراخدار ..... ۳

۴۷

۳ - ۲، ۳ - شرایط مرزی حاکم بر مسئله ..... ۳

۴۷

۳ - ۴ - شکل کلی تابع تغییر مکان ..... ۳

۵۰

۳ - ۵ - اعمال شرایط مرزی ..... ۳

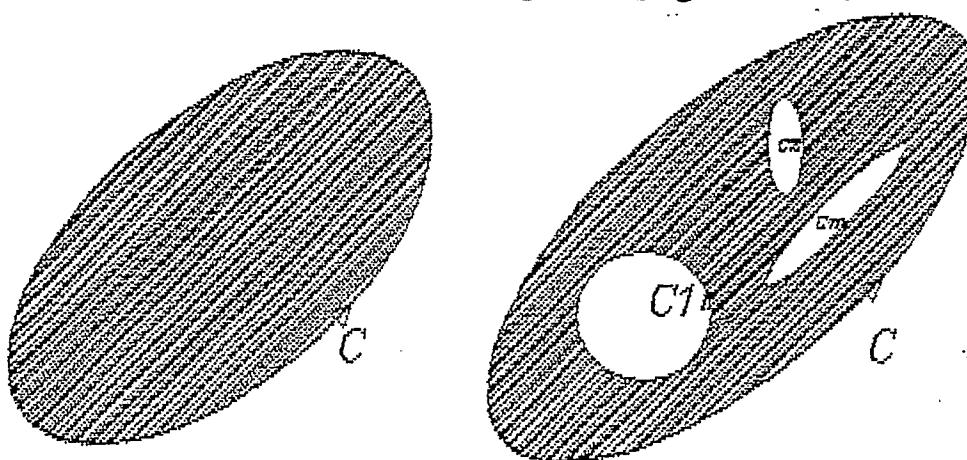
۵۸

۳ - ۶ - روابط ریاضی حاکم بر مسئله انبساط حرارتی صفحه ..... ۳

## فصل چهارم: بررسی و تفسیر نتایج

۶۱	..... ۴ - ۱ - مقدمه
۶۲	..... ۴ - ۲ - اثر مشخصه‌های هندسی حفره‌ها بر میدان تنش و کرنش .....
۶۲	..... ۴ - ۲ - ۱ - ناشی از خمش صفحه ( میدان فشار ) .....
۷۰	..... ۴ - ۲ - ۲ - ناشی از تنش‌های ممبران ( میدان حرارت ) .....
۷۶	..... ۴ - ۲ - ۳ - کانتورهای هم تنش مربوط به تنش‌های اصلی .....
۷۹	..... مجموعه شکل‌های فصل چهارم .....
۱۰۵	..... ضمیمه : آشنایی کلی با نرم افزار سوپرسپ جهت تحلیل اجزاء محدود
۱۱۴	- مجموعه شکل‌های ضمیمه مربوط به مدل اجزاء محدود صفحه سوراخدار
۱۲۵	..... مراجع .....
۱۲۶	..... چکیده انگلیسی .....

نوع تقسیم بندی کلی در زمینه مسائل تئوری الاستیسیته شامل این موضوع می‌شود که ناحیه اشغال شده توسط جسم الاستیک چگونه حوزه‌ای می‌باشد، چنانچه تمامی نقاط درون ناحیه جزئی از جسم باشند آنرا حوزه هم بندساده<sup>(۱)</sup> گویند و چنین حوزه‌ای فقط دارای یک کانتور بسته می‌باشد، در غیر این صورت حوزه را هم بند چندگانه<sup>(۲)</sup> گویند چنین حوزه‌ای از کانتورهای بسته  $C_m, \dots, C_2, C_1$  تشکیل شده است که کانتورهای  $C_1$  تا  $C_m$  بمنزله کانتورهای داخلی بوده و در خارج یکدیگر قرار دارند و کانتور  $C$  همه آنها را در بر می‌گیرد ( مطابق شکل الف ) .



شکل (الف) :

1- simply connected region

2- multiple connected region

در عمل ، تحلیل مسائل حوزه هم بند ساده بسیار آسانتر از مسائلی می باشد که دارای نواحی چند گانه می باشند ، چرا که بیان شرایط مرزی در یک سیستم مختصات امکان پذیر بوده و نیازی به تبدیل مختصات نمی باشد بالعکس در اجسامی که شامل مرزهای جدا از هم می باشند ارضا شرایط مرزی روی مرزهای داخلی و خارجی کاری است مشکل ، که البته با روش های مختلف سعی می گردد این بیان ساده تر گردد اگر چه در بعضی مواقع این امر محتاج عملیات پیچیده و مفصل می باشد . ( حل بعضی از اجسام با حوزه های چند گانه که دارای مرزهای داخلی و خارجی با محور تقارن یکسان باشند از سهولت بیشتری برخوردار است ) نمونه ایی از مسائل با حوزه های چند گانه ، تحلیل تنش و کرنش در صفحاتی می باشد که شامل تعدادی سوراخ باشند . که موضوع بررسی شده در این پایان نامه می باشد، بمنظور آنکه تحلیل از یک زمینه کاربردی برخوردار باشد ایده اولیه بوسیله یکی از مراکز صنعتی - نظامی تعریف گردید و بعدا " با اصلاحاتی به شکل موضوع پایان نامه در آمد . شکل (ب) در این تحلیل اثرات ناشی از یک میدان بار فشاری نرمال بر سطح یک صفحه مدور که حاوی حفره مدور می باشد و تواما " تحت یک بار حرارتی صفحه ایی یکنواخت نیز واقع شده است بررسی می گردد . این تحلیل بر مبنای دو روش اجزاء محدود و روش تحلیلی استوار خواهد بود و در آن بررسی تغییرات پارامترهای زیر بر تنش ها و کرنشها به صورت رسم مدل های تغییر مکان یافته و منحنی های مختلف استخراج گردیده است .

### ۱- اثرات سوراخها ( مرزهای داخلی )

#### ۱- ۱- از نقطه نظر هندسی

الف- ۱- ۱- موقعیت مکانی در صفحه ، ب- ۱- ۱- تعداد ، ج- ۱- ۱- اندازه

#### ۲- از نقطه نظر فیزیکی

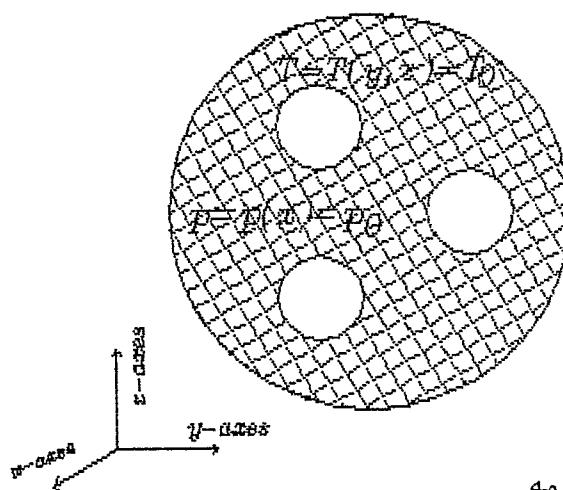
الف- ۲- ۱- تغییر شرایط مرزی ، ب- ۲- ۱- تغییر جنس مصالح محدوده سوراخها ، ج- ۲- ۱- تغییر

## ۲- شرایط مرزی (مرزهای خارجی)

۱- حالت درگیری به صورت تکیه گاه ساده<sup>(۱)</sup>

۲- " " " " کیردار<sup>(۲)</sup>

## ۳- تغییر جنس مصالح لبه‌های خارجی



شکل (ب) :

موضوع مورد بررسی پایان نامه

در فصل اول این پایان نامه ابتدا "به مبانی نظری تغییر شکل الاستیک صفحات اشاره می‌شود و معادلات دیفرانسیلی تغییر شکل به همراه شرایط مرزی استخراج می‌گردد ، در فصل دوم که مربوط به کاربرد روش اجزاء محدود برای تحلیل مسئله می‌باشد ابتدا "به یکسری ملاحظات نظری در این روش اشاره شده و سپس روابط اجزاء محدود برای تغییر شکل صفحات با استفاده از روش کار مجازی و روش انرژی استخراج می‌گردد که منجر به مشخص نمودن ساختار ماتریسهای سختی ، نیرو ، توابع شکل و ..... می‌گردد برای حل اجزاء محدود مسئله از یک نرم افزار قوی و نسبتاً "جدید در تحلیل استفاده شده است این نرم افزار ، ALGOR - SUPPRSAP می‌باشد و دارای توانایی های گرافیکی قوی برای رسم مدل و مدلهای تغییر شکل یافته ، منحنی های هم تنش و هم کرنش و ..... می‌باشد در قسمت ضمیمه توضیحات کلی بر چگونگی روند تحلیل مسئله با این نرم افزار داده شده است هر چند این بخش برای کار با نرم افزار فوق ناکافی بوده و خواننده باید به

کتاب راهنمای آن مراجعه نماید .

فصل سوم، به کاربرد یک روش تحلیلی و در عین حال تقریبی برای مسئله اشاره دارد . و به تفضیل روابط مربوطه استخراج می‌گردد این روش با استفاده از کارهای هالند<sup>(۱)</sup> [ ۱۹۳۴ ] برروی تعویف توابع پتانسیل با یک مختصه پریودیک و کراس<sup>(۲)</sup> [ ۱۹۶۲ ] برای مسئله خمش صفحات مدور با تعدادی حفره انجام پذیرفته است در این روش ، تحلیل با استفاده از برهم نهی<sup>(۳)</sup> سه سیستم تغییر مکان که برای بیان شرایط مرزی داخلی و خارجی تعریف می‌شوند انجام می‌پذیرد و سیستم تغییر مکان کلی به صورت یک سری تشکیل می‌شود . و با محاسبه ضرائب این سری با استفاده از شرایط مرزی تابع تغییر مکان سیستم به صورت کامل معین می‌شود .

---

1- Howland

2- Kraus

3- superposition

## فصل اول :

### مبانی نظری تغییر شکل الاستیک صفحات

#### ۱-۱- مقدمه

از نقطه نظر هندسی صفحه به اجسامی اطلاق می‌شود که محدوده آنها توسط سطوحی مستوی تشکیل شده باشد با این ویژگی که ابعاد این سطوح در مقایسه با فاصله آنها از هم بزرگتر باشد. خواص خمشی یک صفحه بستگی زیادی به میزان ضخامت آن در مقایسه با سایر ابعاد دارد، ما در این بحث با تئوری صفحات نازک با تغییر مکانهای کوچک<sup>(۱)</sup> کار خواهیم نمود ولی تئوری کامل صفحات ذوالالت دیگر، صفحات نازک با تغییر مکانهای زیاد و صفحات ضخیم را نیز در بر می‌گیرد.

در این تئوری فرضیات زیر همواره برقرار می‌باشد :

۱- تغییر مکان صفحه که بعد از این با  $W$  نمایش می‌دهیم در مقایسه با ضخامت صفحه  $h$  که یکنواخت در نظر گرفته می‌شود کوچک می‌باشد.

۲- کوچکترین بعد صفحه  $\Delta$  بسیار بزرگتر از ضخامت صفحه  $h$  می‌باشد.

۳- هیچگونه کرنشی در سطح میانی صفحه<sup>(۲)</sup> رخ نمی‌دهد و این سطح به صورت خنثی باقی می‌ماند.

۴- نقاطی از صفحه که عمود بر سطح میانی صفحه می‌باشند پس از تغییر شکل همچنان عمود باقی می‌مانند.

1- small deformation of thin plate theory

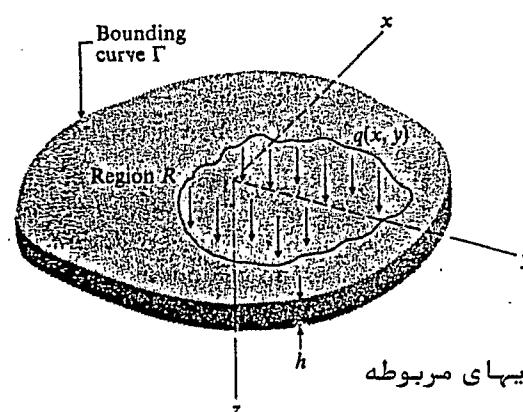
2- middle surface of plate

۵- تنش های عمودی در امتداد عمود بروصفه صرفنظر می شوند .

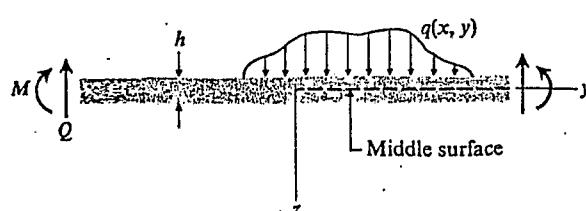
با این فرضیات می توانیم در این تئوری تمام مؤلفه های تنش را بر حسب تابع تغییر مکان  $W$  که تابعی از دو مختصه  $(x, y)$  در مختصات کارتزین و یا  $(r, \theta)$  در مختصات قطبی می باشد را به دست آوریم . این تابع معادله دیفرانسیل پاره ای خطی موسوم به معادله بایه اarmونیک<sup>(۱)</sup> را ارائه می کند و بوسیله شرایط مرزی تابع  $W$  کاملاً مشخص می شود بنابراین حل این معادله تمام اطلاعات ضروری برای محاسبه تنش ها در هر نقطه از صفحه را می دهد .

### ۱- ۲- سینماتیک تغییر شکل صفحات

در شکل ( ۱ - ۱ ) قسمتی از یک صفحه به ضخامت  $h$  نشان داده شده است صفحه مختصاتی  $xy$  بر سطح میانی صفحه در هندسه اولیه ( هندسه تغییر شکل نیافته ) منطبق می باشد . سطح بالایی صفحه تحت اثر بارگذاری  $q(x, y)$  می باشد هنگامیکه در لبه ها نیروی برشی توزیعی  $Q$  و ممان خمی  $M$  توزیع شده است . توجه می کنیم که منحنی مرزی در امتداد محور  $z$  با  $\Gamma$  نمایش داده شده است و ناحیه داخلی بوسیله  $R$  تعریف شده است .



شکل ۱ - ۱ - نمایش صفحه با بارگذاریهای مربوطه



<sup>۱</sup>- biharmonic equation

در قدم اول تحلیل مسئله توجه می‌کنیم که بروزی یک سطح بموازات سطح میانی صفحه در هندسه اولیه (سطح  $xy$ ) در این حالت می‌توان دو بخش تغییر شکل را در نظر گرفت اولین آنها مربوط به اثرات اتساعی (کشش یا فشار سطحی) <sup>(۱)</sup> ناشی از بارهای اعمالی در لبه‌های صفحه و یا بارهای موازی با سطح میانی صفحه می‌باشد، برای این بخش مولفه‌های تغییر مکان  $u_1$  و  $u_2$  تعریف می‌شوند. فرض می‌کنیم که هر نقطه در موقعیت  $(x_1, x_2, x_3)$  برای نقاط متناظر نسبت به سطح میانی صفحه دارای مولفه‌های تغییر مکان یکسان باشند، بنابراین:

$$[u_1(x_1, x_2, x_3)]_s = [u(x, y)]_s \quad (1-2-1)$$

$$[u_2(x_1, x_2, x_3)]_s = [v(x, y)]_s \quad (2-2-1)$$

که  $u_s$  (۱) و  $v_s$  (۲) اثر اتساعی سطح می‌باشد. بنابراین خطوط اتصال دهنده سطوح صفحه و عمود بروسطح  $xy$  در هندسه اولیه در اثر اتساع به صورت افقی انتقال می‌یابند.

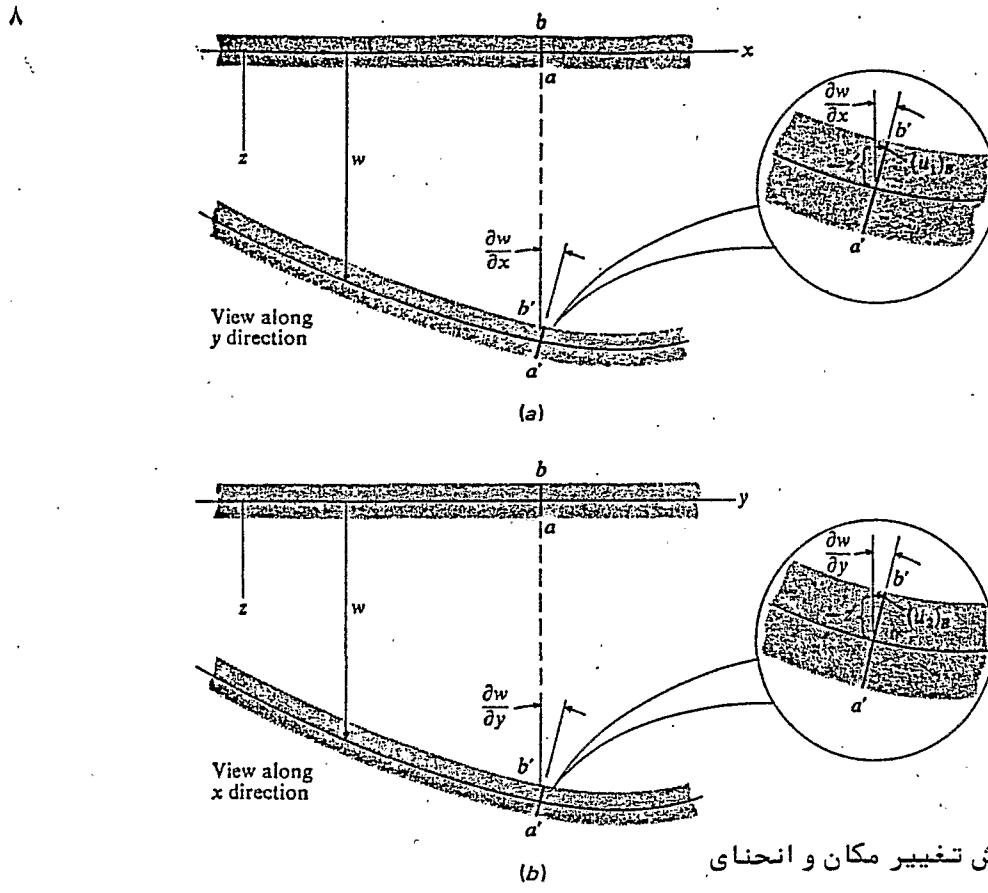
بخش دوم سه‌هم خمی می‌باشد، در مورد اثرات خمی روی سطوح مطابق فرضیات ای که اشاره شد، خطوط عمود بر سطح میانی در هندسه اولیه عمود بر این سطح در هندسه تغییر شکل یافته باقی می‌مانند برای توضیح بیشتر در شکل (۱ - ۲) ملاحظه می‌شود، خطوطی دلخواه همچون (ab) که سطوح صفحه را بهم متصل می‌کنند و در هندسه اولیه عمود بر سطح  $xy$  می‌باشد پس از خمی به صورت یک خط صلب در امتداد عمودی منتقل می‌شود بعلاوه در اثر این خمی این خطوط همچون یک المان صلب نسبت به حالت اولیه می‌چرخد (a'b').

تغییر مکان در امتدادهای  $x, y$  در نتیجه اثر خمی بوسیله  $(u_1)_B, (u_2)_B$  نشان داده می‌شود و از شکل مشخص است که می‌توان نوشت:

$$[u_1(x_1, x_2, x_3)]_B = -z' \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \quad (3-2-1)$$

$$[u_2(x_1, x_2, x_3)]_B = -z' \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \quad (4-2-1)$$

حال با توجه به صلبیت خطوطی همچون ab و با توجه به فرضیات ابتدای بحث که خود را به تغییر مکانهای کوچک محدود نمودیم می‌توانیم z را در هندسه تغییر شکل یافته با z در هندسه



شکل ۱ - ۲ - نمایش تغییر مکان و انحنای صفحه در دو امتداد مختلف

اولیه یکسان بگیریم و بنویسیم :

$$[u_1(x_1, x_2, x_3)]_B = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \quad (5-2-1)$$

$$[u_2(x_1, x_2, x_3)]_B = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \quad (6-2-1)$$

اکنون می‌توانیم میدان تغییر مکان کلی صفحه را از ترکیب تغییر مکان‌های بالا به دست آوریم :

$$u_1 = u_s(x, y) - z \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \quad (7-2-1)$$

$$u_2 = v_s(x, y) - z \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \quad (8-2-1)$$

$$u_3 = w(x, y)$$

با استفاده از میدان تغییر مکان  $(u_1, u_2, u_3)$  میدان کرنش را محاسبه می‌کنیم :

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_s}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (9-2-1)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v_s}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (10-2-1)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_s}{\partial y} + \frac{\partial v_s}{\partial x} \right) - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (11-2-1)$$