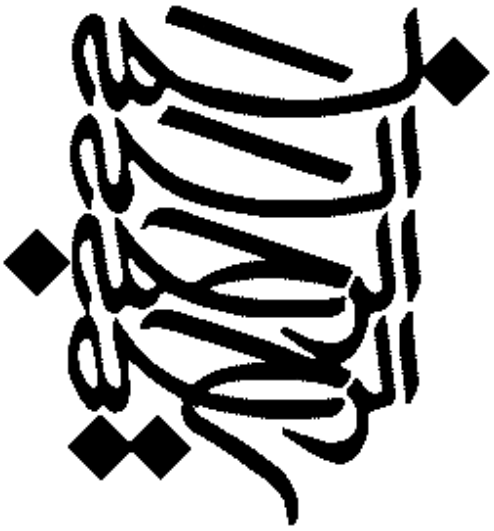


دانشکده علوم- گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

مطالعه‌ی تحلیلی آرایه‌ای دو بعدی از تله‌های میکرونی مغناطیسی دایمی دوگانه برای اتم‌های فوق‌سرد

نسیم برادران دیلمقانی

استاد راهنما: دکتر سعید قنبری

استاد مشاور: دکتر محمدرضا کلاه‌چی

شهریور ۱۳۹۱

چکیده

از زمان تولید چ اله‌ی بوزایخشتیر در سا ۱۹۹۵تاکنون مطالعا وسیعی پیرامون وا و کاربردهای آن ور گرفته اس شبکه‌ی اپتیکی ابزارهایی آرمانی برای بررسی گازهای کوانتومی از مله گ ار فاز ابرشاره به نارسانای ما را فراهم نموده‌اند شبکه‌های مغناطیسی که به وسیله‌ی فیلم‌های ناز مغناطیده‌ی متناو تولید می‌شوند هم ون شبکه‌های اپتیکی امکان بافداری دستکاری و کنتر اتم‌های فراسرد را فراهم سا ته‌اند دانشمندان امیدوارند در آینده بتوانند ازای شبکه‌ها به عنوان هست‌افزار کام یوترهای کوانتومی استفاده نمایند شبکه‌های مغناطیسی از شبکه‌های اپتیکی پایدارترند و قابلیت تولید تله‌هایی با آرای هندسی دلخواه را فراهم می‌سازنددر ای پایان نامه پ از آشنایی با پدیده‌ی چ ال بوز-اینشتی و رو های سردسازی اتم‌ها امکان ای اد میکروتله‌های دایم مغناطیسی با کمینه‌ی پتانسیل ر برای به‌دام‌اندازی اتم-های فراسرد را بررسی می‌کنیم

فهرس ت اویر

۱- مقایسه‌ی رفتار فرمیون‌هاو بوزون‌ها در دماهای بسیار پایی

- مقایسه‌ی ابر فرمیونی و بوزونی د

۳- شبکه‌ی اپتیکی

۱تا۱ توزی بوز+ینشتی

۱- مقایسه‌ی رفتار اتم‌ها دود دمایی م تل ۶

۱-۳چ سطحی توزی رابر س تابعی از م ت ا xوy

۱-۴نسب تعداد اتم‌های فاز معمولی‌و فاز چ الیده‌به تعداد ک اتم‌ها در گاز بوزونی آرمانی ۱۱

۱-۵نسب تعداد اتم‌های فاز چ الیده به تعداد ک اتم‌های ^{87}Rb بر س تابعی از دما ۱۲

۱+بسا ابر چ الیده و گرمایی ۱۶

۱-۷ای فاز دوبعدی (x, p_x)چ الی را ۱۸

انبسا ابرگرمایی و چ الیده بعد از قط پتانسی تله ۲۰

۱۰۹ دو کانا برای تشدید فشبا ۲۱

انتایا بدس آمده برای تشدید فشبا چ الیده‌ی بوز+ینشتی اتم‌های سدیم ۲۳

۱تا۱۱ مو ابر چ الیدای شام اتم روبیدیم بر س فا له‌ی شعاعی ۲۴

انر -ی ا م تل فوق‌ریززیمان بر س تابعی از میدان مغناطیسی ۳۱

۱۲ سردسازی و به‌دام‌اندازی اتم‌ها ۳۳

آه۱۳ فوتوهای دو باریکه لیزر با واکوکی قرمز بر س تابعی از سرع اتمی ۳۶

۴- فوتون و گسیل آن در اتم های کاتورلی توسط اتم ۳۶

۵- میدان مغناطیسی متغیر با مکان توسط سیم پیچ ۳۷

۶- ریزفنایی که ساختار ظریف را برای میدان مغناطیسی تولید می‌کنند ۴۲

۷- انرژی مکانی الکترون در اتم محبوس در تله‌ی مغناطو- اپتیکی در یک بعد ۴۴

۸- طرح تله‌ی مغناطو- اپتیکی سه بعدی ۴۴

۹- سرمایش تبخیری ۴۵

۳-۱ تله‌ی پسماند برای یک ماده مغناطیسی دایمی ۴۸

۳-۲ طرح میدان مغناطیسی‌ناشی از یک فیلم نازک ۵۰

۳-۳ اندازه‌ی میدان مغناطیسی‌فیلم نازک ۵۱

۳-۴ شبکه‌ی مغناطیسی موردمطالعه ۵۳

۳-۵ محاسبه‌ی میدان مغناطیسی درهای مغناطیسی ۵۵

۳-۶ میدان مغناطیسی ناشی از شبکه‌ی مغناطیسی در ارتفاع z_{min} بالاتر از صفحه‌ی مغناطیسی‌یکنواخت و میدان‌های مغناطیسی ۶۰

۳-۷ نمودار پربندی و سه بعدی میدان مغناطیسی در محدوده‌ی z z_{min} ۶۲

نتایج ۳-۸ عددی مقادیر میدان مغناطیسی بر حسب مقادیر x و y ۶۵

فهرس دو ها

۱-۱ابا گاما Γ و ریمان یکه ازای مقادیر انتابی α ۹

۱-۲عدد عدد رمی و عدد کوانتومی اسیه هسته و برای اتم‌های قلیایی هیدرون

آرایه الکترونی و اسیه ایزوتوهایی از اتم‌های قلیایی انتابی و هیدرون

تا ۲-۳ سردسازی لیزری و تبیری بر دمای را ۴۶

۳-۱ فیلم‌های GdTbFeCoبا ترکیه های متا ۴۹

۳- مقادیر پارامترهای ورودی آرایه‌ی مورد مطالعه ۵۹

۳-۲پارامترهای محاسبه شده به ور عددی و تحلیلی برای آرایه‌ی مورد مطالعه ۶۳

۳-۴ پارامترهای محاسبه شدبه ور عددی برای اتم‌های ^{87}Rbدر ال $F= 2 , m_F = 2$محبو در تله‌ی مغناطیسی ۶۴

فهرس موضوعا

ف او چ ال بوز-اینشتی

۱ تاا توزی بوز-اینشتی ۱

۱ چ الی‌ا

۱ ۳مای گ ار ۵

۱ قسم چ الیده ۱

شکل۵ چ الی و توزی سرع ۱۳

۱ انبسا آزاد ۱

۱ تشدید فشبا

ف دوم: سردسازی و به‌دام‌اندازی اتم‌ها

۱ اتم در میدان مغناطیسی ۶

سردسازی اتم‌ها ۳

۱ تاير نور ليزر بر اتم ۳۳

سرماي ليزری ۳۵

۳ تله‌های مغناطیسی ۳

۴ تله‌ی چهارقطبی ۳۸

۵ تله‌ی مغناطواپتیکی ۴۳

عمرمایه تبیری ۴۵

فصل سوم: میکروتله‌های مغناطیسی

۳-۱ مقدمه ای فیلم‌های مغناطیسی ۴۷

۳-۲ هتروساختارهای مغناطیسی ساخته شده از مواد مغناطیسی دارای ناهمسانگردی ۴۹

۳-۳ شبکه‌های مغناطیسی ۵۳

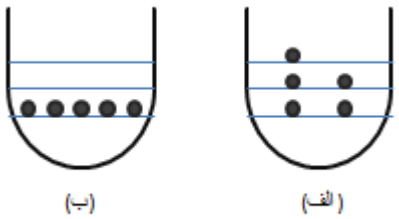
مراجع ۶۶

مقدمه

در سا ۱۹۲۴ فیزیکدان هندی ساتیندرا ن بوز[۱] مقاله‌ی به اینشتی فرستاد که در آن قانون پلانک برای تاب سم سیاه را با در ن ر گرفت فوتون ور گازی از را یکسان بدس آورده بوداینشتی ن ریه‌ی بوز را به گازی آرمانی از اتم‌ها یمولکول یکسان با تعداد را اب تعمیم داد و در همان سا پی بینی کرد که در دماهای بسیار پایی را پایینتری ال کوانتومی رابه طور بزر مقیا اشغا می‌کنند و به هم وابسته می‌شوند وقتی می‌گوییم دماهابسیار پایی دماهایی بسیار نزدیک ر مطل در دود میکروکلوی و کسری از آن ن رمان اس و یادمان باشد پایینتری دمایی که از ن ر کیهان‌شناسی در طبیع و ود دارد دوکلوی ۲.۷ اس پ فق در آزمایش اه می‌توانیم به دماهای موردن ر برسیم وای دمادر طبیع عملا و ود نداراهروزه ای پدیده چ ال بوز-اینشتی نام[۳] دارد و فق برای راتی نام بوزون ات اق می‌افتد ۱ هابوزونراتی با اس ی حی هستنداب مو سیستمی از بوزون‌های یکسان تح تعوی هر دو ره

[۱] Satyendra Nath Bose
[۲] Einstein
[۳] Bose- Einstein Condensation

متقارن اس فرمیوناس ی نیم‌فرودتاب مو پادمتقارن دارندبر لا بوزون‌ها فرمیون‌های یکسان نمی‌توانند در یک ال کوانتومی یعنی دارای اعداد کوانتومی یکسان قرار یرندشک ۰–۱



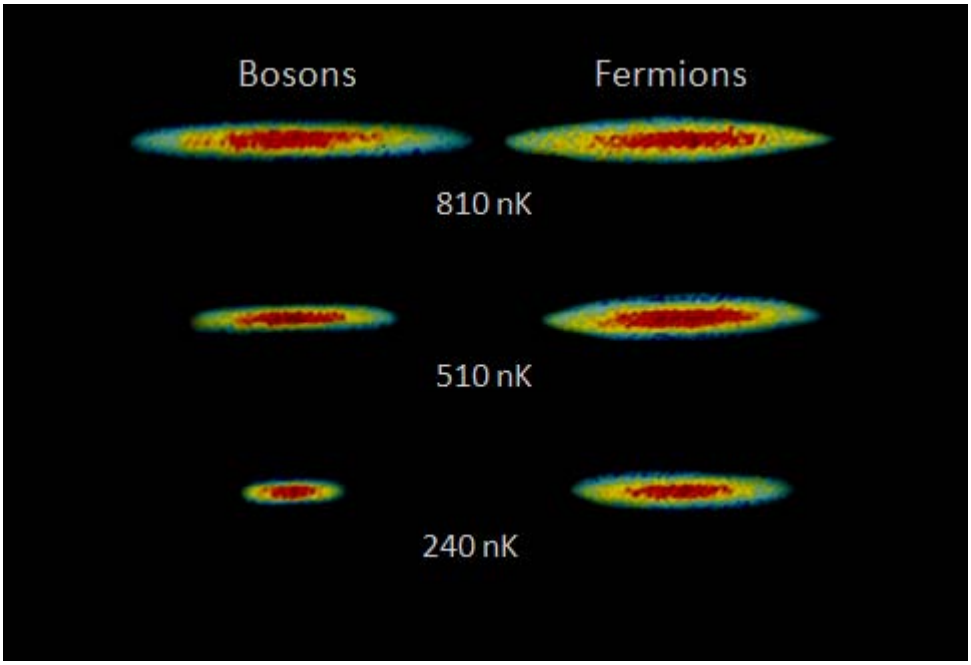
شک –۱ مقایسه‌ی رفتار فرمیون‌ها با اس ی ۱/ و بوزون‌ها در دماهای بسیارپایین‌دون درن ر گرفت برهمکن بی فرمیون‌ها یا بی بوزون‌ها الف– طرد پاولی هی دو فرمیون یکسانی در یک ال کوانتومی قرار نمی‌گیرند – در دماهای بسیارپایی تمام بوزون‌ها در پایین‌تری ال کوانتومی قرار می‌گیرند

چ الی اتم‌ها در مرکز ابر چ الیده‌ی بوز–اینشتی cm^{-3} ۱۵ ۱–۱۳ اس چ الی مولکو های هوا در دمای اتاق و فشار اتمس ری در دود cm^{-3} ۱۹ ۱ اسبرای مایعا و امدا چ الی اتم‌ها دودا cm^{-3} ۱ و برای نوکلئون‌ها در هسته‌ی اتم تقریبا cm^{-3} ۳ ۱ دمای گ ار متنا ر با چ الی کر شده برای چ الیده‌ی بوزشتی در دود میکروکلوی اس دفو ۱ علاوه بر آشنایی با پدیده چ ال بوز–اینشتی مبحث دمای گ ار سیستم م تل به طور دقی تر بررسی شده‌اس

ممک اس ای سوا به ه بیاید که چرا دماهای‌تا ای اندازه پایی مهم اشده ت ور کنید که چه نبه‌هایی از طبیع را از دس می‌دادیم اگر فق روی سط ورشید زندگی‌دیم در آن ور تنها ال گازی و پلاسمایی مواد رشفی تیم و هرگز با امدا یا مایعا آشنا نمی‌شدیم

در بیشتر آزمای ها دما بی nK ۵ و μK اس تعداد اتم‌ها در بزرتری چ اله‌های بوز–اینشتی در دود ۳ میلیون برای سدیم و یک‌بولیارهیدرو ن اس کوچکتری چ اله‌ها تقریبا چند د اتم دارند شک چ اله‌ها به‌تله‌مغناطیسی بست ی دارد می‌تواند مدور با قطر دود ۵ – ۱ میکرومتر و یا استوانه‌ای با قطر تقریبا ۵ میکرومتر و طو ۳ میکرومتر باشدچی کله سردسازی برای تولید چ اله چند انیه تا چند دقیقه زمان می‌برد ۳

اگر را فرمیون باشند درتهایلز یک دمای معیـ هر ره یک ال کوانتومی با پاتیریـ انر ی ممک را اشغا می‌کند دریای فرمی‌ابر[۴] فومیونی ا بیشتر از یک د بحرانی نمی‌تواند منقب شود که به دلی ا طرد پاولی اس شک –

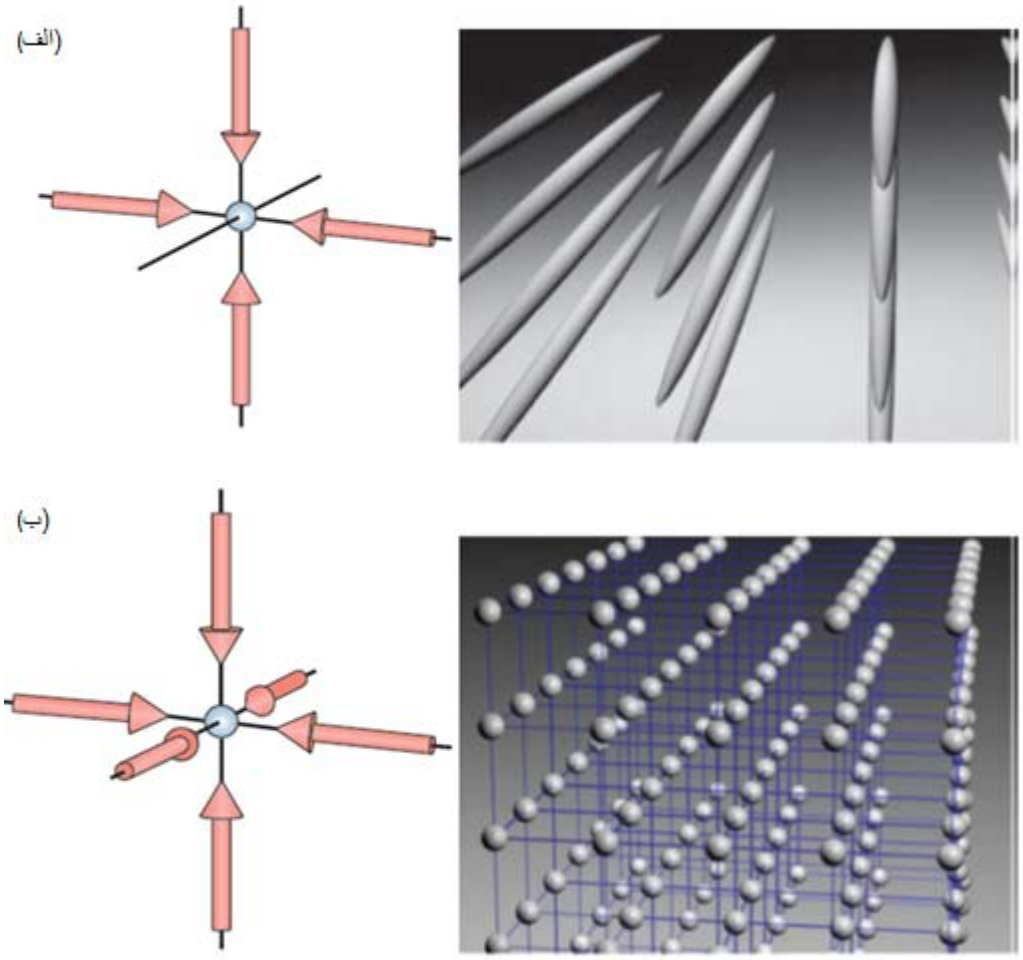


شک – اندازه‌ی ابرهای اتمی در تله‌مغناطیسی با کاه دما از طریـ سردسازی تب یری کاه می‌یابد مقایسه‌ی بی بوزون ^7Li چ و فرمیون ^6Li راس ا رهای متمایز آمار کوانتومی را نشان می‌دهدابر فرمیونی بیشتر از یک د بحرانی نمی‌تواند منقب شود که به دلی ا طرد پاولی هم‌با تریـ دما طو ابرها تقریبا ۵ mm اس ۳

هایی که من ر به سا اولی چ الیده‌ی بوزایخشتی در سا ۱۹۹۵ نیازمند تکنولو ی پی یده‌تری نسب به سردسازی‌ها اقم با است اده از لیزرها بود چون سردسازی لیزری[۵] به تنهایی نمی‌تواند دماهای پایی موردنیاز برای چ الیده‌ها را فراهم کند و باید در ادامه سردسازی لیزری از رو دی ری به نام سرمای تب یری‌اُستا اده کرد[۶] ا اتم به رو های سردکردن و به‌دام‌اندازی بست ی دارد. در ف واهیم دید که بسامدگ ار و گشتاور دوقطبی‌مغناطیسی اتم عوام تعیی کننده هستند

[۴] Fermi sea
[۵] Laser cooling
[۶] Evaporative cooling

در سا های ا یر شبکه‌های مغناطیسی سا ته‌شده از فیلم‌های مغناطیسی دایمی‌عنوان ایز زیر شبکه‌های اپتیکی برای به‌دام‌اندازی‌چ الهها پیشنهاد شده‌اند در شبکه‌های اپتیکی پتانسیل متناوبی از برهم‌نهی باریکه‌های لیزری تشکیل می‌شود نتیجه‌ی برهم‌نهی دو باریکه‌ی که در خلاف جهت یکدیگر منتشر می‌شوند یک موج ایستاده که پتانسیل متناوبی در یک بعد ایجاد می‌کند با استفاده از تعداد بیشتر باریکه‌ها در هندسه‌های مختلف می‌توان پتانسیل‌های دو و سه‌بعدی هم ساخت شکل ۳- پتانسیل تله قابل کنترل برای مطالعه‌ی اتم‌های پتانسیل از طریق شدت نور لیزر تنظیم می‌شود و یا تغییر زاویه‌ی بین لیزرها شکل تله‌های اپتیکی را تغییر می‌دهد [۴]



شکل ۳- ایجاد شبکه‌های اپتیکی با استفاده از برهم‌نهی باریکه‌های لیزر الف- شبکه‌ی اپتیکی دو بعدی

ب- شبکه‌ی اپتیکی سه بعدی [۴]

[۷] Standing wave

تله‌های مغناطیسی مشکلا مربو به ناپایداری و ناهمدوسی لیزر به دلی گسی ودبه ودی را ندارند و به دلی اینکه فق ا ا ی از اتم‌ها موسوم به ست وگرهای میدان که در ف آشنا واهیم شلوانفلی به دام بی تند از طری سرمای تب یرمای سیستم تا د قاب تو هی کاه می‌یابد تله‌های سا ته شده از مواد مغناطیسی دایمی می‌توانند دوره تناوبی به کوچکی ۱میکرومتر داشته باشند ۵، ۶، ۷، ۸ ف ۳ به موضو میکروتله‌های مغناطیسی ا ته ا دارد

ف او

چ ال بوز–اینشتی

۱.۱ابع توزی بوز– ایشتی

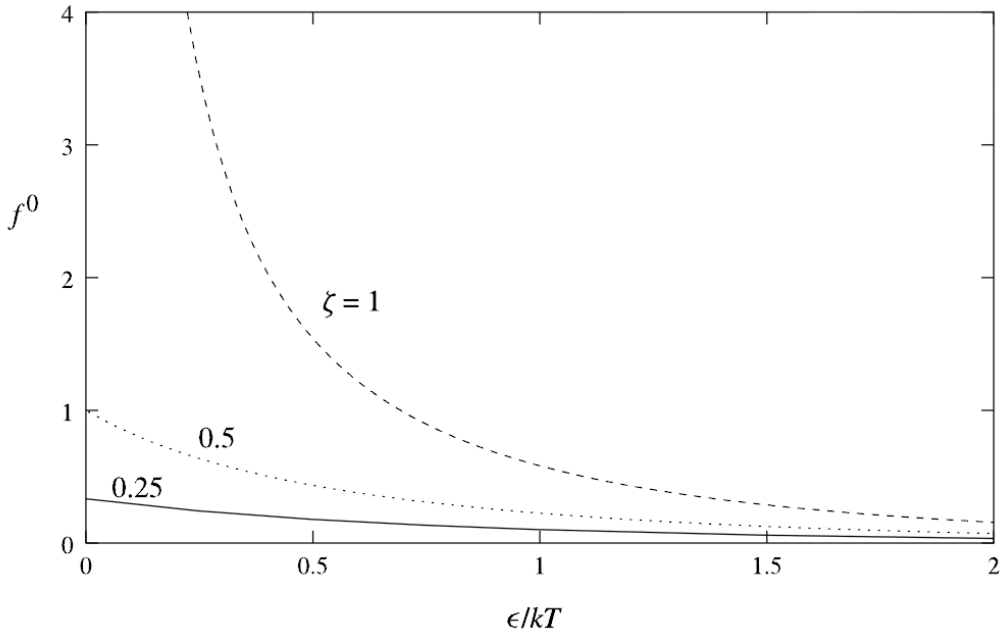
میاز ی عدد اشغا هر ال کوانتومی برای بوزون‌های بدون کزهم درتعاد ترمودینامیکی از تاب توزی بوز– ایشکی به[۱] ت ار تاب بوز می نامیم بدس می‌آید :

$$f^{0}_{(\varepsilon_\upsilon)} = \frac{1}{e^{(\varepsilon_\upsilon - \mu)/kT} - 1} \qquad (۱-۱)$$

انر ε_νی ال تک رای‌ه‌ای‌انس ی م ورد ن ریتوان μ ی ش یمیایی‌اس کمی $\zeta = e^{\mu/kT}$ فوگاسیته[۳] نام دارد و بهتر اسوا بر س ای کمی نوشته شود اگر دمای گ ار[۴] ر T_b ترین دم ایی تعری کنیم که چ الیده‌ی بوز– ایشتی تواند و ود داشته باشد درتاپیاز دمای گ ار مق دار فوگاس یته

۱ Bose-Einstein distribution function
۲ Chemical potential
۳ Fugacity
۴ Transition temperature

تقریبا نزدیک به وا د و انرژی‌های‌ترگ ار ک وچکتر از وا د اس در ش ک ۱-تا تولوزی ب وز
بر س تابعی از انر ی برای مقادیر م تل فوگاسیته رسم شده اس



شک ۱تابا توزی بوز $f^0_{بر}=1/(\zeta^{-1}\exp(\varepsilon/kT)-1)$ س تابعی از انر ی برای مقادیر م تل فوگاسیته ζ مقدار
1=ζبو به زیر دمای گ اراس 0.5 =ζ و 0.25 =ζ ه ترتی مربو به μ≈ -0.69kT و μ≈ -1.39kT هستند

با افزای دملپتانسی شیمیایی کاه می‌یابد واعداد اشغا کوچکترمی‌شونتعدادگرک را سیستم
N بزر باشدراین ور دردمای پایی تر از T_cپتانسی شیمیایی با چشم‌پوشی از ملاتی از مرتبه‌ی
kT/N برابر با ε_{min}اس و با افزای دما کاه می‌یابد

۱چ الی ا

چ الی‌ا $g(\varepsilon)$ مش یکنتعداد ا تک ای یاانر ی ادر واε د از ر ی ی ک
عن ر کلیدی در محاسبه وی گی‌های ترمودینامیکی اس

کنیم تمام ذرات موجود در یک حالت مشخص انتخاب می‌شوند. برای محاسبه تعداد حالت‌های موجود در بازه‌ی انرژی بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ ابتدا تعداد حالت‌های درونی را در نظر نمی‌گیریم. برای یک ذره آزاد با یک حالت مشخص داخلی به طور متوسط یک حالت کوانتومی در واحد حجم $(2\pi\hbar)^3$ از فضای فاز وجود دارد. اگر دستگاه مورد نظر حالت‌های درونی داشته باشد، تعداد حالت‌های فضای تکانه بین کره‌ای با اندازه‌ی تکانه‌ی p و کره‌ای به شعاع $p+dp$ برابر است با حجم پوسته‌ی کروی کوچکتر از p ضربدر تعداد حالت‌های درونی. بنابراین تعداد حالت‌های انرژی کمتر از ε برای یک سیستم به حجم V از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$G(\varepsilon) = V\frac{4\pi}{3}\frac{(2m\varepsilon)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3} = V\frac{2^{1/2}}{3\pi^2}\frac{(m\varepsilon)^{3/2}}{\hbar^3} \qquad (۱-۲)$$

چگالی حالت‌ها یا تعداد حالت‌ها در بازه‌ی انرژی بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$g(\varepsilon) = \frac{dG(\varepsilon)}{d\varepsilon} \qquad (۱-۳)$$

بنابراین برای یک ذره آزاد در سه بعد چگالی حالت‌ها برابر است با:

$$g(\varepsilon) = \frac{Vm^{3/2}}{2^{1/2}\pi^2\hbar^3}\varepsilon^{1/2} \qquad (۱-۴)$$

در حالت کلی برای ذره‌ی آزاد در d بعد چگالی حالت‌ها متناسب با $\varepsilon^{(d/2-1)}$ است. چگالی حالت‌های ذره‌ی آزاد در دو بعد مستقل از انرژی است.

اگر ذره در پتانسیل نوسانگر هماهنگ در حالت کلی پتانسیل به صورت زیر است:

$$V(r) = \frac{1}{2}(k_1 x^2 + k_2 y^2 + k_3 z^2) \qquad (۱-۵)$$

که k_iها ثابت‌های نیرو هستند که در حالت کلی نابرابرند. بسامد نوسان در راستای i برابر با $\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m}}$ است. پتانسیل می‌تواند به شکل رابطه‌ی ۱-۶ نوشته شود:

$$V(r)=\frac{1}{2}m(\omega_1{}^2x^2+\omega_2{}^2y^2+\omega_3{}^2z^2) \qquad (۱-۶)$$

ترازهای انر ی از رابطه‌ی زیر بدس می‌آیند:

$$\varepsilon(n_1,n_2,n_3)=(n_1+\frac{1}{2})\hbar\omega_1+(n_2+\frac{1}{2})\hbar\omega_2+(n_3+\frac{1}{2})\hbar\omega_3 \qquad (۱-\ )$$

که n_iها مقادیر صحیح یا ر هستند برای محاسبه الی ا فر مکنیم انر ی نسب به $\hbar\omega_i$ به اندازه‌ی بزر اس در این ور می‌توانیم n_iها را متغیرهای پیوسته و سهم انر ی نقطه ر را ناچیز بر یریم اه م تـ اتی در نـ ر می‌گیریم که با متغیرهای $\varepsilon_i=n_i\hbar\omega_i$ مش می‌شود تعداد ک ا با انر ی کمتر ا تناس با یم وناق یدر یک هشتم او دست اه م تـ ا و مح ور توس حای اس که با معادله‌ی $\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3$ تعیی می‌شود :

$$G(\varepsilon)=\frac{1}{\hbar^3\omega_1\omega_2\omega_3}\int_0^{\varepsilon}d\varepsilon_1\int_0^{\varepsilon-\varepsilon_1}d\varepsilon_2\int_0^{\varepsilon-\varepsilon_1-\varepsilon_2}d\varepsilon_3$$

$$=\frac{\varepsilon^3}{6\hbar^3\omega_1\omega_2\omega_3} \qquad (۱-\ )$$

چ والی ا برابراس با:

$$g(\varepsilon)=\frac{\varepsilon^2}{2\hbar^3\omega_1\omega_2\omega_3} \qquad (۱-۹)$$

برای پتانسی نوساند ر هماهنـ بعدی نتی ه‌ی کلی زیر بدس می‌آید:

$$g(\varepsilon)=\frac{\varepsilon^{d-1}}{(d-1)!\prod_{i=1}^{d}\hbar\omega_i} \qquad (۱-۱\ )$$

در الـ کلی چـ الی ا برای یک سیستم به شک زیر اس :

$$g(\varepsilon)=C_\alpha\varepsilon^{\alpha-1} \qquad (۱-۱۱)$$

یک ابر برابر با n در آزادی کلاسیکی به ازای هر ره اسبه عنوان م ا برای گاز محبو
در ی سه بعدی 3/2 و ضری متنا ر برای آن طب رابطه‌ی (۴-۸) ور زیر اس :

$$C_{3/2} = \frac{Vm^{3/2}}{2^{1/2}\pi^2\hbar^3} \qquad (۱-۱)$$

در مورد پتانسی نوساز ر هماهن سه بعدی ($\alpha = 3$) ضری C_α با تو ه به رابطه‌ی ۹-۱ به شک زیر اس :

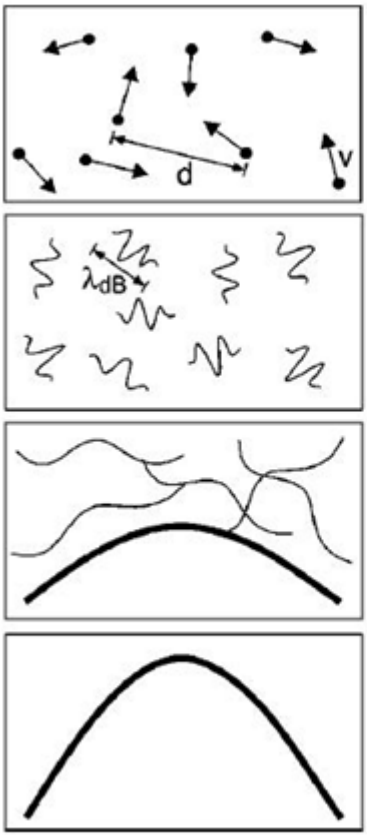
$$C_3 = \frac{1}{2\hbar^3\omega_1\omega_2\omega_3} \qquad (۱-۱۳)$$

۱ ۳ دمای گ ار

دمایی که تقریبا تمام را سیستم در الهای براز ی ته قرار دارند و در دمای پایی تراز آن چ الیده شدن اتم‌ها به طورتدری شرو شود دمای گ ار بوز- ایشتی نام دارد و با T_c نشان داده می‌شود

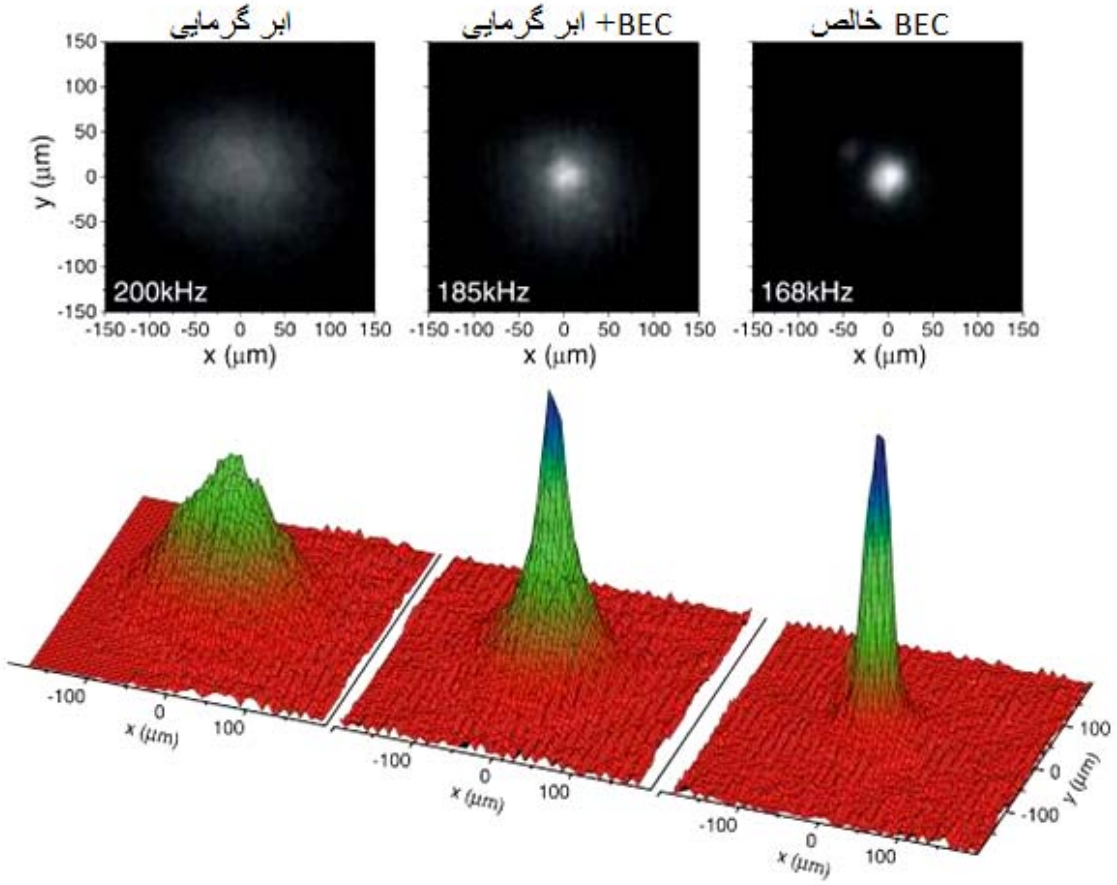
در پایی تردمای گ ار اتم ها با دمای T و رم m به ور بسته‌ی مو کوانتومی با طو مو دوبروی[۵] $\lambda_{db} = (2\pi\hbar^2/mkT)^{1/2}$ در ن ر گرفته می‌شوند مقدار λ_{db} عدم قطعی مکانی اس و با افزای دما کاه می‌یابدبا کاه دما و رسیدن به دمای گ ار مقدار طو مو دوبروی تقریبا برابر با ا ل بی اتم‌ها می‌شود وبیشتر مو اتمی شرو به هم وشانی می‌کنند ال گاز به ور یک "سو کوانتومی" از را تمیزناپ یر درمی‌آیددر واق در دمای T_c برای اتم‌های بوزونی یکگ ار فاز گرمایی به چ الیده‌ی بوز- ایشتی روی می‌دهد ۹

[۵] de Broglie wavelength



شکر دمای با برهم کن را ضعی و گاز به ور م موعه‌ای از تو های بیلیارد در ن ر گرفته می‌شود در دماهای پایی را مانند بستهای مو با پهنای λ_{db} هستندر دمای گ ار فا ی‌لبی را تقریبا برابر با λ_{db} اس و چ الیده‌ی بوز-لیتی تشکی می‌شودمای ر برای اتم‌های بدون برهم‌کن ابر گرمایی از بی وی‌ود و فق چ الیده‌ی بوز-اینشتی ال باقی می‌ماند ۹

ت اویری از ابر اتم‌های ^{87}Rb را م تل سردسازی تا تشکی چ الیده‌ی بوز درشک ۱-۳ نشان داده شده اس



شکل ۳-۱ چ الی سطحی توزی را بر را س تابعی از م ت ا y و x نشان می‌دهد الی سطحی را از مقدار تا ۱ اتم در هر سانتی مترمرب تغییر می‌کند ویر سم چ ابرگرمایی در نزدیکی دمای گ ار را نشان می‌دهد ت ویر میانی م لوطی از ابرگرمایی و چ الیده‌ی بوز-اینشتی اس ت ویر سم راس چ الیده‌ی بوز-اینشتی ال شام بی از $۱ ۳^{۳}$ اتم در دمای کمتر از nk را نشان می‌دهد الیده به ور یک هسته متراکم در مرکز ابر گرمایی په تر با چ الی کمتر اهر می‌شود

با فر بزر بودن تعداد را می‌توانیم سهم انر ی ی نقطه‌ر را درن ر ن یریم و انر ی پایی رتی تراز را برابر با ر ب یریم درین ور تعداد را ادر براز ی ته از رابطه‌ی زیر بدس می‌آید:

$$N_{ex} = \int_0^\infty d\varepsilon \; g(\varepsilon) f^0(\varepsilon) \qquad (۱-۱۴)$$