مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان

۲۵ /۱۶/ ۱۳۸۰

تعیین نمایهٔ ضریب شکست موجبر صفحه‌ای از طریق پراش فرنل

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تحت پوشش مرکز

013204

پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد

سید محمد رضا سادات حسینی

استادراهنما: دکتر محمدتقی توسلی

استاد مشاور: دکترحمیدرضاخالصی‌فرد

اسفند ۱۳۷۹

۳۶۱۹۸

تقدیم به

پدر بزرگوار و مادر مهربانم

۳۶۱۹۸

تقدیر و تشکر

بر خود لازم می‌دانم از استاد عزیزم جناب آقای دکتر محمد تقی توسلی که در انجام این رساله همواره راهنما و مشوّق من بوده‌اند، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم. همچنین از استاد بزرگوار جناب آقای دکتر ثبوتی و دکتر خواجه پور به خاطر ایجاد محیطی علمی و آرام کمال تشکر را دارم .

از اعضای گروه اپتیک مرکزآقایان: دکتر خالصی، دکتر درودی ، دکتر نهال و آقای رسولی که در انجام این رساله مرا یاری نموده‌اند، تشکر می‌نمایم .

در پایان از تمامی دوستان به خصوص آقایان : رفیعی ، مبارک آبادی و ندایی کمال تشکر را دارم.

چکیده

در این پایان نامه به پراش فرنل از اجسام فازی و کاربردهای آن پرداخته می‌شود، موضوعی که تا به حال چندان به آن توجه نشده است . ابتدا پراش از پله یک بعدی و گرد در حالت بازتاب و عبور برای فرود دلخواه و عمود باریکه نور، مرور می‌شود، بعد پراش فرنل از نوار فازی با توزیع فاز پله‌ای ، گوسی و بصورت تابع دلتا و همچنین پراش فرنل از دو نوار فازی مطالعه می شود. سپس با استفاده از پراش فرنل ضخامت و ضریب شکست تیغه با دقت زیاد تعیین می‌شود. در بخش دوم رساله نحوهٔ ایجاد موجبر صفحه‌ای از طریق تبادل یون و روشهای تعیین نمایهٔ ضریب شکست در آنها مرور می‌شود. در قسمت پایانی رساله نمایهٔ ضریب شکست در موجبر صفحه‌ای با استفاده از پراش فرنل تعیین می‌شود.

فهرست مندرجات

۱ مروری بر پدیدهٔ پراش ۱

۱.۱ مقدمه ۱

۲.۱ فرضیهٔ هویگنس ۲
۱.۲.۱ قضیه انتگرالی کیرشهف ۲

۳.۱ پراش فرانهوفر و پراش فرنل ٦

۲ پراش فرنل از اجسام فازی ۸

۱.۲ مقدمه ۸

۲.۲ پراش فرنل از پله ۸
۱.۲.۲ پراش از پله یک بعدی در بازتاب ۸
۲.۲.۲ نمایانی فریزها ۱٦
۳.۲.۲ پراش از پله گرد در بازتاب ۱۹
۴.۲.۲ پراش فرنل از پله یک بعدی در عبور ۲۴

۳.۲ شبیه سازیِ توزیع شدتِ نقش پراش فرنل از نوار فازی با توزیع فاز مختلف . . ۲۷

۴.۲ برخی از کاربردها ۳۵
۱.۴.۲ اندازه گیری ضخامت لایه ۳۵

۲.۴.۲ طرح پراش سنج ۳۶

۵.۲ کارهای تجربی ۳۹
۱.۵.۲ اندازه گیری ضخامت تیغه ۳۹
۲.۵.۲ اثر بازتابهایِ متوالیِ پرتو درون تیغه در نقش پراش فرنل از تیغهٔ شفاف ۴۵

۳ موجبرصفحه‌ای ۴۸

۱.۳ مقدمه ۴۸

۲.۳ پدیده تبادل یون ۴۹
۱.۲.۳ سازوکار محرک در تبادل یون ۵۰

۳.۳ روشهای تولید موجبرهای صفحه‌ای ۵۰

۴.۳ نمایهٔ ضریب شکست ۵۱

۴ روشهای تعیین نمایهٔ ضریب شکست موجبرهای صفحه‌ای ۵۵

۱.۴ مقدمه ۵۵

۲.۴ تعیین نمایهٔ ضریب شکست موجبر صفحه‌ای ۵۵
۱.۲.۴ ضریب شکست مؤثر ۵۸
۲.۲.۴ پیوند با منشور ۵۸
۳.۲.۴ روش WKB ۶۳
۴.۲.۴ روش وارون WKB ۶۷

۵ تعیین نمایهٔ ضریب شکست موجبر صفحه‌ای از طریق پراش فرنل از جسم فازی ۷۰

۱.۵ الگوریتم تعیین نمایهٔ ضریب شکست ۷۰

۲.۵ آزمایش ۷۳
۱.۲.۵ روش تعیین اختلاف راه ۷۳

۳.۵ برازش نتایج ۷۸
۱.۳.۵ خطای اندازه گیری و دقت نتایج ۸۰
۲.۳.۵ تعیین ضریب شکست سطح با زاویهٔ بروستر ۸۱

فصل ۱

مروری بر پدیدهٔ پراش

۱.۱ مقدمه

وقتی جسم کدری میان یک پرده و یک چشمه نقطه ای قرار می گیرد سایه‌ای پیچیده متشکل از نواحی روشن و تاریک ایجاد می شود که کاملاً خلاف آن چیزی است که از فرضیه هندسی نور انتظار می‌رود. سایه ای که از جسم به وجود می آید از تندی و تیزی پیش بینی شده در اپتیک هندسی برخوردار نیست . بررسی دقیق کنار سایه نشان می دهد که مقداری از نور به ناحیهٔ تاریک سایه هندسی می رود، و نیز فریزهای تاریک در ناحیهٔ روشن ظاهر می شوند. این « کندی » لبهٔ سایه به پدیدهٔ دیگری مربوط است که پخش نور پس از عبور از یک روزنهٔ خیلی کوچک یا شکاف باریک ، آن را به وجود می آورد. نام عمومی این پدیده‌ها، که از فرضیه هندسی نور تبعیت نمی‌کنند « پراش » است [۱].

اولین مطالعه تفصیلی منتشر شده در باره این انحراف نور از انتشار راست خط توسط فرانسیسکو گریمالدی [1] در قرن هفدهم انجام گرفت و آن را « پراش [2] » نامید [۲].

این اثر یک مشخصهٔ عام پدیده های موجی است و هر گاه به نحوی مانعی در برابر بخشی از جبهه موج، مثلاً جبهه موج صوتی، یا نور، ایجاد شود، اتفاق می‌افتد. اگر دامنه یا فاز ناحیه ای از جبهه موج ، در ضمن برخورد با یک مانع ، کدر یا شفاف ، تغییر کند، پراش رخ خواهد داد.

قسمتهای گوناگون جبهه موج که در پشت مانع انتشار می یابند با هم تداخل می کنند و توزیع انرژی ویژه‌ای را بوجود می آورند که آنرا نقش پراش می نامند [۲].

---

[1] *Francesco Grimaldi*

[2] *diffraction*

۲.۱ فرضیهٔ هویگنس

ویژه‌گیهای اساسی پدیده پراش را می توان بطور کیفی با فرضیهٔ هویگنس تشریح کرد. این فرضیه، در قالب نخستین ، انتشار نور را به این طریق قابل پیش بینی می‌داند که هر نقطه از جبهه موج مانند چشمه ای جدید یک موج ثانویه در تمام جهات پخش می‌کند و پوش همه امواج ثانویه ، جبهه موج جدید را درست می‌کند.

فرضیهٔ هویگنس در یک قالب دقیق ریاضی ، با قضیه انتگرالی کیرشهف و فرمول انتگرالی فرنل ـ کیرشهف بیان می‌شود [۱].

۱.۲.۱ قضیه انتگرالی کیرشهف

$$U_p = -\frac{1}{4\pi}\int\int (U grad_n \frac{e^{i\kappa r}}{r} - \frac{e^{i\kappa r}}{r}\, grad_n U)\, dA \qquad (۱.۱)$$

این معادله با نام قضیه انتگرالی کیرشهف شناخته می شود و مقدار هر تابع موج نرده‌ای در هرنقطه P درون یک سطح بسته دلخواه را به مقدار تابع موج روی آن سطح مرتبط می سازد ، شکل ۱ـ۱، [۱]. منظور از $\mathrm{grad_n}$ ، مؤلفه عمودی شیب در سطح انتگرالی است.

اگر (r') نشان دهنده مکان نقطه ای از روزنه نسبت به چشمه S باشد، در این صورت تابع موج روی روزنه چنین نوشته می شود:

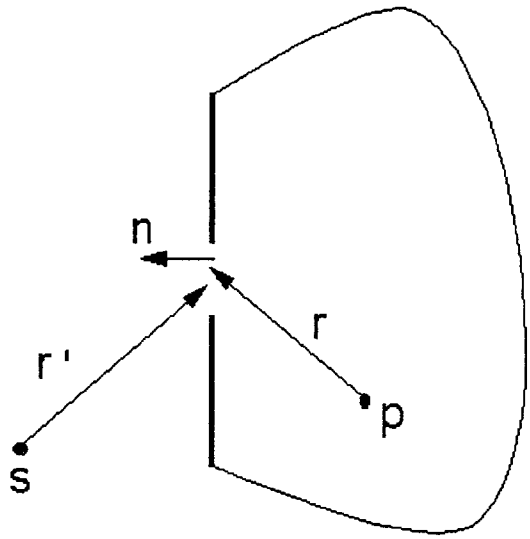
$$U = U_0 \frac{e^{i(\kappa r' - \omega\, t)}}{r'} \qquad (۲.۱)$$

پس قضیه انتگرالی کیرشهف بعد از چند عملیات ریاضی چنین خواهد شد [۱].

$$U_p = \frac{-ikU_0 e^{-i\omega\, t}}{4\pi}\int\int \frac{e^{-i\kappa(r+r')}}{rr'}\ [\cos(n,r) - \cos(n,r')]dA \qquad (۳.۱)$$

این معادله فرمول انتگرالی فرنل ـکیرشهف نامیده می شود.

(n,r) و (n,r') زوایای بین بردارها و بردار یکانی عمود بر سطح انتگرالی را نشان می دهد. این معادله، پراش بوسیله روزنه‌ای با شکل دلخواه که در یک دیواره کدر ایجاد شده است را بررسی می کند. هدف این است که آشفتگی نوری که از چشمهٔ S به نقطه دریافت P می رسد تعیین شود ، شکل ۱ـ۱،. در واقع این فرمول اصل هویگنس را به صورت ریاضی بیان می کند.



شکل ۱–۱: طرح هندسی برای استخراج فرمول فرنل – کیرشهف [۱].

با بکار بردن آن برای یک حالت ویژه، مثلاً برای یک روزنهٔ دایره‌ای که مطابق شکل ۱ — ۲ نسبت به چشمه متقارن است ، درستی این ادعا را می توان به سادگی نشان داد.
سطح انتگرال گیری ، یک کلاهک کروی فرض می شود که با روزنه محدود می شود. در این حالت r' ثابت است و $\cos(n, r') = -1$. بنابراین فرمول فرنل—کیرشهف به صورت زیر ساده می شود:

$$U_p = -\frac{ik}{4\pi}\int\int \frac{U_A e^{i(\kappa r-\omega t)}}{r}[\cos(n,r)+1]dA \qquad (۴.۱)$$

که در آن :

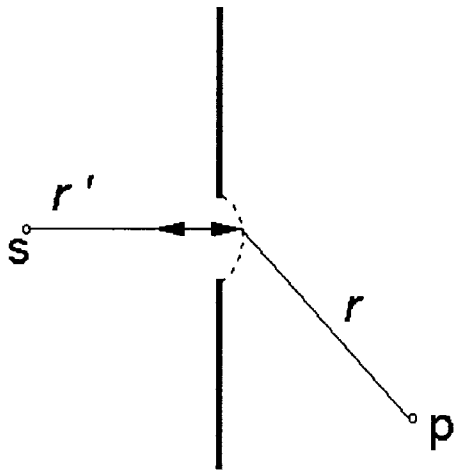
$$U_A = \frac{U_0 e^{i\kappa\, r'}}{r'}$$

معادلهٔ (۴.۱) را می توان این گونه تعبیر کرد: U_A دامنهٔ مختلط موج اولیهٔ فرودی از روزنه است. هر عنصر dA ی روزنه از این موج اولیه یک موج کروی ثانویه به وجود می آورد.

$$\frac{U_A e^{i(\kappa r-\omega t)}}{r}dA$$

با جمع کردن امواج ثانویهٔ مربوط به تک تک عناصر، آشفتگی نوری کل به دست می آید. ولی در این جمع کردن باید سازهٔ $\cos(n,r) - \cos(n,r')$ را که سازهٔ میل نامیده می شود به حساب آورد. در حالت مورد بحث ، $\cos(n,r') = -1$ و سازهٔ میل به صورت $\cos(n,r)+1$ است . در جهت جلو، $\cos(n,r) = 1$ ، پس سازهٔ میل بیشترین مقدار خود را دارد که برابر ۲ است . در جهت عقب $\cos(n,r) = -1$ و سازهٔ میل صفر می شود. پس موج پس رونده به وسیلهٔ جبههٔ موج اولیه تولید نمی شود.

وجود عامل $-i$ نشان می دهد که فاز موج پراش یافته نسبت به موج فرودی اولیه ۹۰ درجه تغییر یافته است .



شکل ۱–۲: طرح هندسی برای به دست آوردن اصل هویگنس از رابطهٔ انتگرالی فرنل – کیرشهف [۱].

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران

۳.۱ پراش فرانهوفر و پراش فرنل

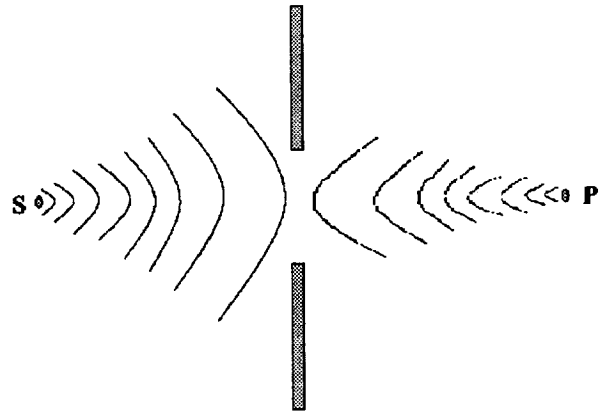
در بررسی پراش ، دو حالت متمایز در نظر گرفته می شود ، یکی به نام پراش فرانهوفر و دیگری پراش فرنل .

پراش فرانهوفر در مواردی است که امواج فرودی و پراشنده هر دو کم و بیش تخت باشند، و این در حالتی رخ می دهد که فاصله چشمه از روزنهٔ پراش و فاصله روزنه از نقطهٔ دریافت ، هردو به اندازه‌ای زیاد باشند که خمیدگی جبهه موجهای فرودی و پراشنده خیلی کم باشد. اگر چشمه یا نقطه دریافت به اندازه ای به روزنهٔ پراش نزدیک باشد که نتوان خمیدگی جبهه موج را نادیده گرفت ، آنگاه پراش فرنل خواهیم داشت ، شکل ۱—۳، [۱].

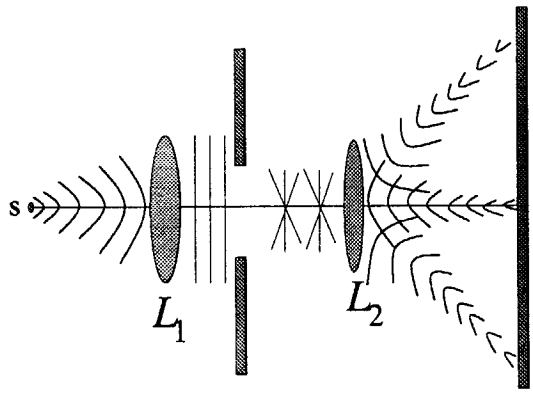
پراش فرنل متعارف، در اثر تغییر تند دامنه در مرزهای مانع اتفاق می‌افتد. مطالعات نشان می‌دهند وقتی فاز موج نیز با شیبی تند یا ناگهانی تغییر کند پراش فرنل قابل ملاحظه است [۳،۴]. در عمل تغییر تند فاز در اثر تغییر ناپیوسته ضخامت یا ضریب شکست ایجاد می‌شود. برای مثال وقتی در امتداد یک تیغهٔ شفّاف به هوا برسیم ضریب شکست بطور ناگهانی تغییر می کند. در شیشه‌هایی که در قسمتی از آنها تبادل یون صورت گرفته، تغییر ناگهانی ضریب شکست داریم و در پله های کدر، تغییر ناگهانی راه نوری داریم.

در مواردی نظیر موجبر صفحه‌ای، راه نوری در مرزهای موجبر به صورت پله‌ای تغییر می‌کند . در تمامی موارد ذکر شده، در حالت عبور و بازتاب، فریزهایی شبیه فریزهای لبه پرده، موازی مرز دو قسمت متفاوت تیغه تشکیل می‌شود. بطور کلی، جسمی که بتواند فاز موج را تغییر دهد جسم فازی نامیده می‌شود.

با بررسی این فریزها می‌توانیم ضخامت و ضریب شکست تیغه شفاف، ضخامت لایه کدر و همچنین نمایهٔ ضریب شکست موجبر صفحه‌ای را تعیین کنیم.



(الف)



(ب)

شکل ۱–۳: پراش به وسیلهٔ یک روزنه، الف) پراش فرنل ، ب) پراش فرانهوفر [۲] .

فصل ۲

پراش فرنل از اجسام فازی

۱.۲ مقدمه

اخیراً مشاهده شده است که وقتی فاز قسمتی از جبهه موج دچار تغییر تند شود، برای مثال ، جبهه موج از یک پله فازی عبور و یا بازتاب کند، پراش فرنل چشمگیر می‌شود [۳،۴].

منظور از پله تغییر تند پستی یا بلندی در سطح و یا ضریب شکست یک تیغه است. چنین پله‌هایی با نشاندن لایه به صورت نوار روی اجسام، انجام تبادل یون در قسمتی از شیشه و در ساختار قطعات اپتیکی و الکترونیکی، که به طریق لایه نشانی ساخته می‌شوند، به وجود می‌آیند. در مواردی نظیر موجبر صفحه‌ای، راه نوری در مرزهای موجبر به صورت پله‌ای تغییر می‌کند. در مواد لایه لایه نظیر میکا نیز ممکن است با این نوع پله مواجه شویم.

در این بخش ابتدا مبانی نظری پراش از پله یک بعدی و پراش از پله گرد در حالت بازتاب و عبور مرور می‌شود و بعد طرحهای پراش از تک نوار و دو نوار فازی با فازهای مختلف شبیه سازی می‌شود. همچنین به برخی از استعدادهای کاربردی آن پرداخته می‌شود و از آن برای تعیین ضخامت و ضریب شکست تیغه و تعیین نمایه ضریب شکست در موجبر صفحه‌ای استفاده می‌شود.

۲.۲ پراش فرنل از پله

۱.۲.۲ پراش از پله یک بعدی در بازتاب

در شکل ۲—۱ نمایه یک پله یک بعدی رسم شده است. از چشمه خطی S که بر صفحه کاغذ عمود است موجی استوانه‌ای بر پله فرود می‌آید و پرده مشاهده بر باریکه بازتابیده عمود است. می‌خواهیم توزیع شدت نور پراشیده از پله را روی پرده مشاهده مطالعه کنیم. به نقطه P از پرده، از دو طرف پله،