دانشکده‌ی مهندسی
گروه عمران

رابطه‌سازی پیوندی ترفتز برای تحلیل صفحه‌های نازک و ضخیم خمشی

محمد کارکن

پایان‌نامه کارشناسی ارشد سازه
گروه عمران
دانشکده‌ی مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

تابستان ۱۳۸۹

دانشکده‌ی مهندسی
گروه عمران

رابطه‌سازی پیوندی ترفتز برای تحلیل صفحه‌های نازک و ضخیم خمشی

محمد کارکن

دارای مدرک کارشناسی ماشین‌های کشاورزی از دانشگاه شیراز

پایان‌نامه ارائه شده به گروه عمران
دانشکده‌ی مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد
برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد سازه

تابستان ۱۳۸۹

بسم الله الرحمن الرحيم

تأییدیه

گواهی می‌شود که این پایان‌نامه تاکنون، برای دریافت یک درجه‌ی علمی ارائه نشده و تمامی مطلب‌های آن، به جز در موردهایی که نام مرجع آورده شده است، نتیجه‌ی کار پژوهشی دانشجو می‌باشد.

امضای دانشجو _____ تاریخ _____

امضای استاد راهنما _____ تاریخ _____

این پایان‌نامه که توسط آقای **محمد کارکن** نوشته شده و به هیأت داوران زیر ارائه گردیده است، به عنوان بخش پژوهشی دوره‌ی کارشناسی ارشد ناپیوسته‌ی سازه، مورد تأیید شورای تحصیلات تکمیلی گروه عمران دانشکده‌ی مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد.

دکتر محمد رضایی پژند- استاد راهنما

دکتر فرزاد شهابیان مقدم- استاد مشاور

دکتر محمدرضا توکلی‌زاده- استاد مدعو

دکتر محمدرضا جعفرزاده - نماینده‌ی تحصیلات تکمیلی

رابطه‌سازی پیوندی ترفتز برای تحلیل صفحه‌های نازک و ضخیم خمشی

چکیده: رابطه‌سازی پیوندی ترفتز نخستین بار در دهه‌ی ۷۰ میلادی، توسط ژیروسک و لئون برای بررسی شبکه‌های نابهنجار صفحه‌های نازک خمشی پیشنهاد شد. در این رابطه‌سازی، دو میدان مستقل جابه‌جایی برای درون و روی مرزهای جزء، تعریف می‌گردد. میدان داخلی به گونه‌ای انتخاب می‌شود که معادله‌ی حاکم بر صفحه‌های نازک و ضخیم را برقرار کند. میدان مرزی با تابع‌های درون-یاب مرزی به درجه آزادی‌های گرهی وابسته می‌گردد. میدان مستقل مرزی به کمک تابعی پیوندی، سازگاری بین جزءها را در شکل ضعیف برقرار می‌کند. مزیت اصلی این گونه رابطه‌سازی وجود تابع اولیه‌گیری روی مرز می‌باشد که نسبت به گونه‌ی روی سطح، ساده‌تر است و امکان آفریدن جزءهای چند پهلویی را برای شبکه‌بندی جزءهای محدود فراهم می‌آورد.
در این پژوهش، میدان مرزی صفحه‌های نازک خمشی بر پایه‌ی تیر اولر- برنولی به دست می‌آید. هم-چنین از تیر تیموشنکو برای یافتن میدان مرزی صفحه‌های ضخیم خمشی با نگره‌ی رایزنر- میندلین، بهره‌جویی می‌شود. بر این پایه جزء مثلثی THT و جزء مربعی QHT آفریده می‌شود. این جزءها به ترتیب، ۹ و۱۲ درجه‌ی آزادی دارند. در پایان با آزمون‌های عددی گوناگون، دقت و کارآیی بسیار بالای روش پیشنهادی و هم‌چنین نبود مشکل قفل برشی در صفحه‌ی ضخیم، ثابت خواهد شد.

واژگان کلیدی: اجزای محدود، روش پیوندی ترفتز، تابعی پیوندی، تابع درون‌یاب.

سپاس گزاری

اکنون که این پایان نامه به یاری خدای متعال و عنایت عالم آل محمد(ص) به پایان رسید، بر خود لازم میدانم قدر دان زحمات استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر محمد رضایی پژند باشم که همواره به عنوان معلمی دلسوز مرا از راهنمایی های ارزنده شان در طول انجام این پایان نامه بهره مند نموده اند.

فهرست مطالب

فصل یکم: الگوهای ریاضی

۱-۱- پیش‌گفتار ۱
۱-۲- گونه‌های مطلوب‌سازی ۱
۱-۲-۱- شکل قوی ۲
۱-۲-۲- شکل ضعیف ۲
۱-۲-۳- شکل تغییراتی ۲
۱-۲-۴- تبدیل گونه‌های رابطه‌سازی ۳
۱-۳- گسسته‌سازی ۴
۱-۳-۱- روش تفاوت‌های محدود ۴
۱-۳-۲- روش مانده‌های وزن‌دار ۴
۱-۳-۳- روش ریلی ریتز ۵
۱-۴- حل مسأله با استفاده از تابعی‌ها ۵
۱. انتخاب میدان(های) اصلی ۵
۲. برقراری پیوندهای ضعیف شده ۵
۳. ساختن تابعی و به کار بردن اصل تغییرات ۶
۱-۵- شاخص تغییرات و نیازهای پیوستگی اجزای محدود ۶
۱-۶- رابطه‌های نگره‌ی کشسانی با تابعی یک میدانی ۶
۱-۷- رابطه‌های نگره‌ی کشسانی با تابعی درهم ۸
۱-۸- تابعی‌های پیوندی ۱۱
۱-۹- جزء چهار پهلوی چهارگرهی برای تنش مستوی ۱۲
۱-۹-۱- تغییر مکان‌های مرزی ۱۳

فصل دوم: روش ترفتز

۲-۱- پیش‌گفتار ۱۵
۲-۲- روش رابطه‌سازی غیرمستقیم ترفتز ۱۶
۲-۲-۱- تابع کامل-T ۱۷
۲-۲-۲- روش مانده‌های مرزی ۱۷
۲-۲-۳- رابطه‌سازی هم‌جایگی ۱۸
۲-۲-۴- رابطه‌سازی به روش کمینه‌ی مربع‌ها ۱۹
۲-۲-۵- رابطه‌سازی گلرکین ۲۰

۲-۲-۶- رابطه‌سازی تغییراتی ۲۱
۲-۲-۷- رابطه‌سازی بهبودیافته‌ی ترفتز ۲۲
۲-۲-۸- تابع درون‌یاب ۲۳
۲-۳- رابطه‌سازی روش مستقیم ترفتز ۲۴
۲-۳-۱- معادله‌ی تابع اولیه‌ی مرزی ۲۴
۲-۳-۲- گسسته‌سازی معادله‌ی تابع اولیه ۲۶
۲-۴- رابطه‌سازی ترفتز برای مسأله‌های مستوی ۲۷
۲-۴-۱- رابطه‌سازی تزفتز ۲۹
۲-۴-۲- رابطه‌سازی غیرمستقیم ترفتز ۳۰
۲-۴-۳- رابطه‌سازی مستقیم ترفتز ۳۱

فصل سوم: روش پیوندی ترفتز

۳-۱- پیش‌گفتار ۳۳
۳-۲- تابعی پیوندی ترفتز ۳۴
۳-۳- مرتبه‌ی ماتریس سختی ۳۷
۳-۴- رابطه‌سازی پیوندی ترفتز برای مسأله‌های مستوی ۳۸
۳-۴-۱- تابع درون‌یاب برای اجزای با درجه آزادی انتقالی ۴۰
۳-۴-۲- تابع درون‌یاب برای اجزای با درجه آزادی انتقالی و دورانی ۴۱

فصل چهارم: روش پیوندی ترفتز برای تحلیل صفحه‌ی نازک

۴-۱- پیش‌گفتار ۴۳
۴-۲- رابطه‌سازی پیوندی ترفتز برای صفحه‌های نازک خمشی ۴۳
۴-۲-۱- میدان جابه‌جایی مرزی ۴۷
۴-۳- آزمون‌های عددی ۵۱
۴-۳-۱- اثر شمار جمله‌های تابع ترفتز ۵۱
۴-۳-۲- تحلیل صفحه‌ی مربعی ۵۲
۴-۳-۳- آزمون تحلیل صفحه‌ی دایره‌ای ۵۵
۴-۳-۴- صفحه‌ی مورب رزاقی ۵۹
۴-۳-۵- آزمون صفحه‌ی مورب طره ۶۱

فصل پنجم: روش پیوندی ترفتز برای تحلیل صفحه‌ی ضخیم رایزنر میندلین

۵-۱- پیش‌گفتار ۶۴

۵-۲- رابطه‌سازی صفحه‌ی ضخیم ۶۵
۵-۳- میدان جابه‌جایی مرزی ۶۷
۵-۴- آزمون‌های عددی ۷۳
۵-۴-۱- اثر شمار جمله‌های تابع ترفتز ۷۴
۵-۴-۲- تحلیل صفحه‌ی مربعی ۷۴
۵-۴-۳- بررسی حساسیت نسبت به کجی شبکه ۸۰
۵-۴-۴- آزمون صفحه‌ی دایره‌ای ۸۵
۵-۴-۵- آزمون صفحه‌ی مورب مورلی ۹۱

فصل ششم: پایان سخن

۶-۱- پیش‌گفتار ۹۶
۶-۲- خلاصه ۹۶
۶-۳- نتیجه‌گیری ۹۷
۶-۴- پژوهش‌های آیندگان ۹۸

مرجع‌ها ۹۹
واژه‌نامه ۱۰۳
نام‌نامه ۱۰۸

فهرست شکل‌ها

شکل(۱-۲-۱)- چگونگی تبدیل گونه‌های مطلوب‌سازی به یکدیگر ۳
شکل(۱-۲-۲)- راه‌های ممکن در تبدیل گونه‌ها به یکدیگر ۴
شکل (۱-۶-۱)- جسم کشسان سه‌بعدی ۷
شکل(۱-۷-۱)- پیوند ضعیف هلینگر-رایزنر ۹
شکل(۱-۷-۲)- پیوند ضعیف هلینگر-رایزنر گسترش یافته ۱۰
شکل(۱-۷-۳)- پیوند ضعیف ویوبک-هو-واشیزوگسترش یافته ۱۰
شکل(۱-۹-۱)- جزء چهار پهلوی مستوی ۱۳
شکل(۲-۲-۱)- رابطه‌سازی غیرمستقیم ترفتز ۲۵
شکل(۲-۳-۱)- رابطه سازی مستقیم ترفتز ۲۸
شکل(۳-۴-۱)- جزء چهار پهلوی خطی ۴۱
شکل(۳-۴-۲)- پهلوی جزء ۴۱
شکل(۳-۴-۳)- جزء پنج پهلو با درجه آزادی‌های دورانی و انتقالی ۴۲
شکل(۴-۲-۱)- نیروهای مرزی روی یک امتداد دلخواه ۴۶
شکل(۴-۲-۲)- درجه‌های آزادی روی پهلوهای جزء ۴۸
شکل(۴-۲-۳)- موقعیت محورهای مختصات روی پهلو ۴۸
شکل(۴-۳-۱)- درصد خطای خیز در مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده ۵۳
شکل(۴-۳-۲)- درصد خطای لنگر در مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده ۵۳
شکل(۴-۳-۳)- درصد خطای خیز در مرکز صفحه‌ی مربعی گیردار با بار گسترده ۵۴
شکل(۴-۳-۴)- درصد خطای خیز در مرکز صفحه مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار متمرکز ۵۴
شکل(۴-۳-۵)- درصد خطای خیز در مرکز صفحه‌ی مربعی گیردار زیر اثر بار متمرکز ۵۵
شکل (۴-۳-۶)- شبکه بندی‌های مختلف صفحه‌ی دایره‌ای ۵۶
شکل(۴-۳-۷)- درصد خطای خیز در مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده ۵۶
شکل(۴-۳-۸)- درصد خطای خیز در مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده ۵۷
شکل(۴-۳-۹)- درصد خطای خیز در مرکز صفحه دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده با بار متمرکز ۵۸
شکل(۴-۳-۱۰)- درصد خطای خیز در مرکز صفحه دایره‌ای گیردار زیر اثر بار متمرکز ۵۸
شکل (۴-۳-۱۱)- صفحه مورب رزاقی با شبکه بندی ۴×۴ ..... ۵۹
شکل (۴-۳-۱۲)- درصد خطای تغییر مکان مرکز صفحه‌ی مورب رزاقی ۶۰

شکل (۴-۳-۱۳)- درصد خطای لنگر در مرکز صفحه‌ی مورب رزاقی ۶۰
شکل (۴-۳-۱۴)- صفحه‌ی مورب طره ۶۱
شکل(۴-۳-۱۵)- درصد خطای خیز نوک صفحه‌ی مورب طره در نقطه‌ی B برای ($\beta = ۲۰^{\circ}$) ۶۲
شکل(۴-۳-۱۶)- درصد خطای خیز نوک صفحه‌ی مورب طره در نقطه‌ی B برای ($\beta = ۴۰^{\circ}$) ۶۲
شکل(۴-۳-۱۷)- درصد خطای خیز نوک صفحه‌ی مورب طره در نقطه‌ی B برای ($\beta = ۶۰^{\circ}$) ۶۳
شکل (۵-۳-۱)- تیر تیموشنکو پنداشتی ۶۸
شکل(۵-۳-۲)- درجه‌های آزادی روی پهلوهای جزء ۷۱
شکل(۵-۳-۳)- موقعیت محورهای مختصات روی پهلو ۷۱
شکل(۵-۴-۱)- درصد خطای خیز مرکز صفحه مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (h/l=۰،۰۰۱) ۷۵
شکل(۵-۴-۲)- خطای خیز مرکز صفحه مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (h/l=۰،۱) ۷۶
شکل(۵-۴-۳)- خطای لنگر مرکز صفحه‌ی مربعی تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (h/l=۰،۰۰۱) ۷۶
شکل(۵-۴-۴)- خطای لنگر مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار یکنواخت (h/l=۰،۱) ۷۷
شکل(۵-۴-۵)- خطای خیز مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (h/l=۰،۰۰۱) ۷۸
شکل(۵-۴-۶)- خطای خیز در مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (h/l=۰،۱) ۷۸
شکل(۵-۴-۷)- خطای لنگر در مرکز صفحه‌ی مربعی گیردار با بار گسترده (h/l=۰،۰۰۱) ۷۹
شکل(۵-۴-۸)- خطای لنگر مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (h/l=۰،۱) ۸۰
شکل (۵-۴-۹)- گونه‌های شبکه‌بندی ۸۰
شکل (۵-۴-۱۰)- شبکه‌بندی‌های مختلف صفحه‌ی دایره‌ای ۸۵
شکل(۵-۴-۱۱)- خطای خیز مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (t/R=۰،۰۲) ۸۵
شکل(۵-۴-۱۲)- خطای خیز در مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (t/R=۰،۲) ۸۶
شکل(۵-۴-۱۳)- خطای لنگر مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (t/R=۰،۰۲) ۸۷
شکل(۵-۴-۱۴)- خطای لنگر مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (t/R=۰،۲) ۸۸
شکل(۵-۴-۱۵)- خطای خیز مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (t/R=۰،۰۲) ۸۸
شکل(۵-۴-۱۶)- خطای خیز مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (t/R=۰،۲) ۸۹
شکل(۵-۴-۱۷)- خطای لنگر مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (t/R=۰،۰۲) ۹۰
شکل(۵-۴-۱۸)- خطای لنگر مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (t/R=۰،۲) ۹۰
شکل (۵-۴-۱۹)- صفحه‌ی مورب مورلی با شبکه بندی ۴×۴ ۹۱
شکل(۵-۴-۲۰)- خطای خیز در مرکز صفحه‌ی مورب مورلی با تکیه‌گاه ساده (t/l=۰،۰۰۱) ۹۲

شکل(۵-۴-۲۱)- خطای لنگر بیشینه در مرکز صفحه‌ی مورب مورلی با تکیه‌گاه ساده (t/l=۰،۰۰۱) ۹۳
شکل(۵-۴-۲۲)- خطای لنگر بیشینه در مرکز صفحه‌ی مورب مورلی با تکیه‌گاه ساده (t/l=۰،۰۱) ۹۴
شکل(۵-۴-۲۳)- خطای لنگر کمینه در مرکز صفحه‌ی مورب مورلی با تکیه‌گاه ساده (t/l=۰،۰۰۱)..... ۹۴
شکل(۵-۴-۲۴)- خطای لنگر کمینه در مرکز صفحه‌ی مورب مورلی با تکیه‌گاه ساده (t/l=۰،۰۱)..... ۹۵

فهرست جدول‌ها

جدول (۱-۷-۱)- گونه‌های تابعی ۸
جدول(۴-۳-۱)- آزمون مقایسه دقت پاسخ با تغییر در تعداد جمله‌های ترفتز ۵۲
جدول(۴-۳-۲)- خیز مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده زیر اثر بار گسترده یکنواخت ۵۲
جدول(۴-۳-۳)- لنگر در مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده زیر اثر بار گسترده یکنواخت ۵۳
جدول(۴-۳-۴)- خیز در مرکز صفحه‌ی مربعی گیردار زیر اثر بار گسترده یکنواخت ۵۴
جدول(۴-۳-۵)- خیز در مرکز صفحه مربعی با تکیه‌گاه ساده زیر اثر بار متمرکز ۵۵
جدول(۴-۳-۶)- خیز در مرکز صفحه‌ی مربعی گیردار زیر اثر بار متمرکز ۵۵
جدول(۴-۳-۷)- خیز مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده زیر اثر بار گسترده یکنواخت ۵۶
جدول(۴-۳-۸)- خیز در مرکز صفحه‌ی دایره‌ای گیردار زیر اثر بار گسترده یکنواخت ۵۷
جدول(۴-۳-۹)- خیز در مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده زیر اثر بار متمرکز ۵۷
جدول(۴-۳-۱۰)- خیز در مرکز صفحه‌ی دایره‌ای گیردار زیر اثر بار متمرکز ۵۸
جدول (۴-۳-۱۱)- تغییر مکان مرکز صفحه‌ی مورب رزاقی ۵۹
جدول (۴-۳-۱۲)- لنگر در مرکز صفحه‌ی مورب رزاقی ۶۰
جدول(۴-۳-۱۳)- تغییر مکان نوک صفحه‌ی مورب طره برای ($\beta=۲۰^{\circ}$) ۶۱
جدول(۴-۳-۱۴)- تغییر مکان نوک صفحه‌ی مورب طره برای ($\beta=۴۰^{\circ}$) ۶۲
جدول(۴-۳-۱۵)- تغییر مکان نوک صفحه‌ی مورب طره برای ($\beta=۶۰^{\circ}$) ۶۳
جدول(۵-۴-۱)- آزمون مقایسه دقت پاسخ با تغییر در تعداد جمله‌های ترفتز ۷۴
جدول(۵-۴-۲)- خیز مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده (h/l=۰،۰۰۱) با بار گسترده ۷۵
جدول(۵-۴-۳)- خیز مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده (h/l=۰،۱) با بار گسترده ۷۵
جدول(۵-۴-۴)- لنگر مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده (h/l=۰،۰۰۱) زیر اثر بار گسترده ۷۶
جدول(۵-۴-۵)- لنگر مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده (h/l=۰،۱) زیر اثر بار گسترده ۷۷
جدول(۵-۴-۶)- خیز مرکز صفحه مربعی با تکیه‌گاه گیردار (h/l=۰،۰۰۱) با بار گسترده ۷۷
جدول(۵-۴-۷)- خیز مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار (h/l=۰،۱) با بار گسترده ۷۸
جدول(۵-۴-۸)- لنگر در مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار (h/l=۰،۰۰۱) با بار گسترده ۷۹
جدول(۵-۴-۹)- لنگر در مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار (h/l=۰،۱) با بار گسترده ۷۹
جدول(۵-۴-۱۰)- گونه‌های شبکه‌بندی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده ($t/l=۱۰^{-۲۰}$) ۸۱

جدول(۵-۴-۱۱)- گونه‌های شبکه‌بندی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (t/l=۰،۰۱) ۸۱
جدول(۵-۴-۱۲)- گونه‌های شبکه‌بندی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (t/l=۰،۱) ۸۲
جدول(۵-۴-۱۳)- گونه‌های شبکه‌بندی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده با بار گسترده (t/l=۰،۲)..... ۸۲
جدول(۵-۴-۱۴)- گونه‌های شبکه‌بندی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار و بار گسترده (t/l=۱۰$^{-۲۰}$)..... ۸۳
جدول(۵-۴-۱۵)- گونه‌های شبکه‌بندی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (t/l=۰،۰۱)..... ۸۳
جدول(۵-۴-۱۶)- گونه‌های شبکه‌بندی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (t/l=۰،۱)..... ۸۴
جدول(۵-۴-۱۷)- گونه‌های شبکه‌بندی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار با بار گسترده (t/l=۰،۲)..... ۸۴
جدول(۵-۴-۱۸)- خیز مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده (t/R=۰،۰۲) با بار گسترده..... ۸۶
جدول(۵-۴-۱۹)- خیز مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده (t/R=۰،۰۲) با بار گسترده ۸۶
جدول(۵-۴-۲۰)- لنگر مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده (t/R=۰،۰۲) با بار گسترده..... ۸۷
جدول(۵-۴-۲۱)- لنگر مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه ساده (t/R=۰،۲) با بار گسترده..... ۸۷
جدول(۵-۴-۲۲)- خیز مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه گیردار(t/R=۰،۰۲) با بار گسترده..... ۸۸
جدول(۵-۴-۲۳)- خیز مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه گیردار(t/R=۰،۲) با بار گسترده..... ۸۹
جدول(۵-۴-۲۴)- لنگر مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه گیردار (t/R=۰،۰۲) با بار گسترده..... ۸۹
جدول(۵-۴-۲۵)- لنگر مرکز صفحه‌ی دایره‌ای با تکیه‌گاه گیردار (t/R=۰،۲) با بار گسترده..... ۹۰
جدول(۵-۴-۲۶)- خیز در مرکز صفحه‌ی مورب مورلی (t/l=۰،۰۰۱) با تکیه‌گاه ساده..... ۹۲
جدول(۵-۴-۲۷)- خیز در مرکز صفحه‌ی مورب مورلی (t/l=۰،۰۱) با تکیه‌گاه ساده..... ۹۲
جدول(۵-۴-۲۸)- لنگر بیشینه‌ی مرکز صفحه‌ی مورلی (h/l=۰،۰۰۱) با تکیه‌گاه ساده..... ۹۳
جدول(۵-۴-۲۹)- لنگر بیشینه‌ی مرکز صفحه‌ی مورلی (h/l=۰،۰۱) با تکیه‌گاه ساده..... ۹۳
جدول(۵-۴-۳۰)- لنگر کمینه‌ی مرکز صفحه‌ی مورلی (h/l=۰،۰۰۱) با تکیه‌گاه ساده..... ۹۴
جدول(۵-۴-۳۱)- لنگر کمینه‌ی مرکز صفحه‌ی مورلی (h/l=۰،۰۱) با تکیه‌گاه ساده..... ۹۵

نمادها و نشانه‌ها

Π ..... تابعی

m ..... شاخص تغییر

σ ..... تنش

ε ..... کرنش

E ..... ماتریس مواد

D ..... ماتریس عملگر مشتق

Ω ..... نماد سطح

Γ ..... نماد مرز

$\hat{u}$ ..... جابه‌جایی‌های مرزی

$\hat{t}$ ..... نیروهای مرزی

δ ..... عملگر تغییر

Π_{TPE} ..... تابعی کارمایه‌ی نهفته‌ی کل

Π_{HR} ..... تابعی هلینگر-رایزنر

Π^{g}_{HR} ..... تابعی هلینگر-رایزنر گسترش یافته

Π^{g}_{VHW} ..... تابعی ویوبک-هو-واشیزو گسترش یافته

Π^{d}_{C} ..... تابعی پیوندی

q ..... تابع شار

n ..... بردار عمود بر مرز در جهت بیرون

R ..... مقدار مانده در مرز

ν ..... نسبت پواسون

μ ..... ضریب کشسان برشی

U ..... تابع تنش آیری

u^{*} ..... تابع تغییر مکان کامل-T

p^{*} ..... تابع نیروی کامل-T

W_i ..... تابع وزن

$\tilde{p}$ ..... تابع تقریبی نیرو

$\tilde{N}_e$ ..... تابع درون‌یاب تغییر مکان جزء

$\tilde{\tilde{N}}_e$ ..... تابع درونیاب نیروی جزء

$\hat{u}_e$ ..... تغییر مکان گرهی جزء

$\hat{p}_e$ ..... نیروهای گرهی جزء

W ..... تابع چگالی کارمایه‌ی کرنش داخلی

$\tilde{u}$ ..... جابجایی مرزی

نیروهای حجمی ..... b_i

نیروهای لبه ای ..... T_i

نیرو های لبه‌ای خارجی اعمالی بر روی مرز ..... $\overline{T_i}$

تابع های ترفتز ..... $\{\phi_j\}$

پاسخ خصوصی معادله‌ی حاکم ..... $\{u_p\}$

ماتریس کسینوس هادی ..... $[A]$

بردار نیروهای مرزی وابسته به پاسخ خصوصی معادله دیفرانسیل ..... $\{T_p\}$

ماتریس عملگر کرنش-تغییر مکان ..... $[L]$

بردار جابجایی های گرهی ..... $\{\tilde{d}\}$

حالت های حرکت جسم سخت ..... r

مختصه‌ی طبیعی در راستای تیر فرضی ..... ξ

مختصه‌ی طبیعی در راستای عمود تیر فرضی ..... η

دوران صفحه در راستای محور x ..... θ_x

دوران صفحه در راستای محور y ..... θ_y

ضریب شکل برشی ..... k_s

انحنا ..... κ

کرنش برشی ..... γ

نمایه‌های کوتاه

VF (Variational Form)	شکل تغییراتی
SF (Strong Form)	شکل قوی
WF (Weak Form)	شکل ضعیف
FEM (Finite Element Method)	روش اجزای محدود
FDM (Finite Difference Method)	روش تفاوت محدود
TPE (Total Potential Energy)	کارمایه‌ی نهفته‌ی کل
TCPE (Total Compelementary Potential Energy)	کارمایه‌ی نهفته‌ی کل مکمل
HR (Hellinger-Reissner)	هلینگر-رایزنر
VHW (Veubeke-Ho-Washizu)	ویوبک-هو-واشیزو
HT (Hybrid-Trefftz)	پیوندی-ترفتز

فصل یکم:

الگوهای ریاضی

۱-۱- پیشگفتار

مهندسان و کارشناسان علوم طبیعی، بیشتر پدیده‌های فیزیکی را به صورت دستگاهی از معادله‌ها با مشتق های پاره‌ای و یا معمولی، می‌نویسند. حل دقیق این دستگاه به طور معمول مشکل و یا ناممکن است. برای به کار گرفتن رایانه، مسأله در یک قالب جبری ریخته می‌شود. حل مسأله با بهره‌جستن از قانون‌های جبری ساده‌تر می‌باشد. برای رسیدن به پاسخ، می‌توان از روش‌های گوناگون گسسته‌سازی بهره جست. در این شیوه‌ها، تابع‌های نامشخص عددی نوشته می‌شوند. پاسخ‌های خطادار، در این راهکار به دست می‌آید. با این حساب، به یک الگوی ریاضی مناسب برای رابطه‌سازی مسأله نیاز است. خاطر نشان می‌کند، آسان کردن یک پدیده به صورت ریاضی، مطلوب‌سازی نام دارد. در ادامه‌ی کار، چندین گونه مطلوب‌سازی می آید.

۱-۲- گونه‌های مطلوب‌سازی

برای آسان نمودن تحلیل، پدیده‌ی فیزیکی را مطلوب‌سازی می‌کنند. نتیجه‌ی این کار معادله های حاکم بر رفتار مسأله خواهد بود. این رابطه‌های ریاضی را به شکل قوی، ضعیف و تغییراتی می نویسند[F1].

۱-۲-۱- شکل قوی

دستگاهی از معادله‌ها با مشتق‌های پاره‌ای و یا معمولی، شکل قوی را می‌سازند. دستگاه مزبور می‌تواند به صورت معادله‌های جبری نیز باشد. این رابطه‌ها و مجموعه‌ای از شرط‌های مرزی را معادله‌های حاکم بر مسأله می‌گویند.

۱-۲-۲- شکل ضعیف

رابطه‌های ضعیف با تابع اولیه گیری وزن‌دار بر پا می‌گردند. می‌توان از روش مانده‌های وزنی در حل تقریبی معادله‌های پاره‌ای خطی و ناخطی بهره جست. در صورت بهره‌جویی از این فن، معادله‌های اجزای محدود را می‌توان بدون داشتن دانشی نسبت به تابعی حاکم بر مسأله به دست آورد.

۱-۲-۳- شکل تغییراتی

با ایستا نمودن شکل تغییراتی و یا همان تابعی حاکم بر مسأله، شکل‌های ضعیف و قوی به دست می‌آیند. این شیوه، کاربردهای گسترده‌ای در فیزیک و ریاضی دارد. زیرا، بیشتر دستگاه‌های فیزیکی به گونه‌ای رفتار می نمایند که تابعی‌های وابسته به آن‌ها، مقدار ایستایی دارند. شکل تغییراتی برتری‌های زیر را دارد:

۱- تابعی وابسته می‌تواند تمامی ویژگی‌های دستگاه را دربر بگیرد. این ویژگی‌ها شامل معادله‌های میدان، شرط‌های مرزی و قانون‌های پایستار هستند. همچنین، تابعی یک مقدار عددی است و با انتقال محور مختصات تغییر نمی‌کند.

۲- شکل تغییراتی، به صورت مستقیم، تمامی مقدارهای مورد نظر را در بر می‌گیرد. برای نمونه، می توان جرم، گشتاور و کارمایه را نام برد. این مقدارها به صورت ریاضی، با قانون‌های پایستار تعریف می‌شوند. با بهره گرفتن از این شیوه، پایه‌ی مناسبی برای فن‌های گسسته‌سازی و حل تقریبی مسأله پدید می‌آید. گسسته‌سازی و حل تقریبی پایه‌های روش اجزای محدود هستند.

۳- شکل تغییراتی، فرآیند ضابطه‌مندی را برای حل مسأله به وسیله رایانه فراهم می‌آورد. این ویژگی برای الگوهای گسسته بسیار مناسب است.

۴- برای مسأله‌های پایداری، تحلیل خطا، همگرایی حل‌های عددی و مانند این‌ها از شکل تغییراتی بهره می‌گیرند.