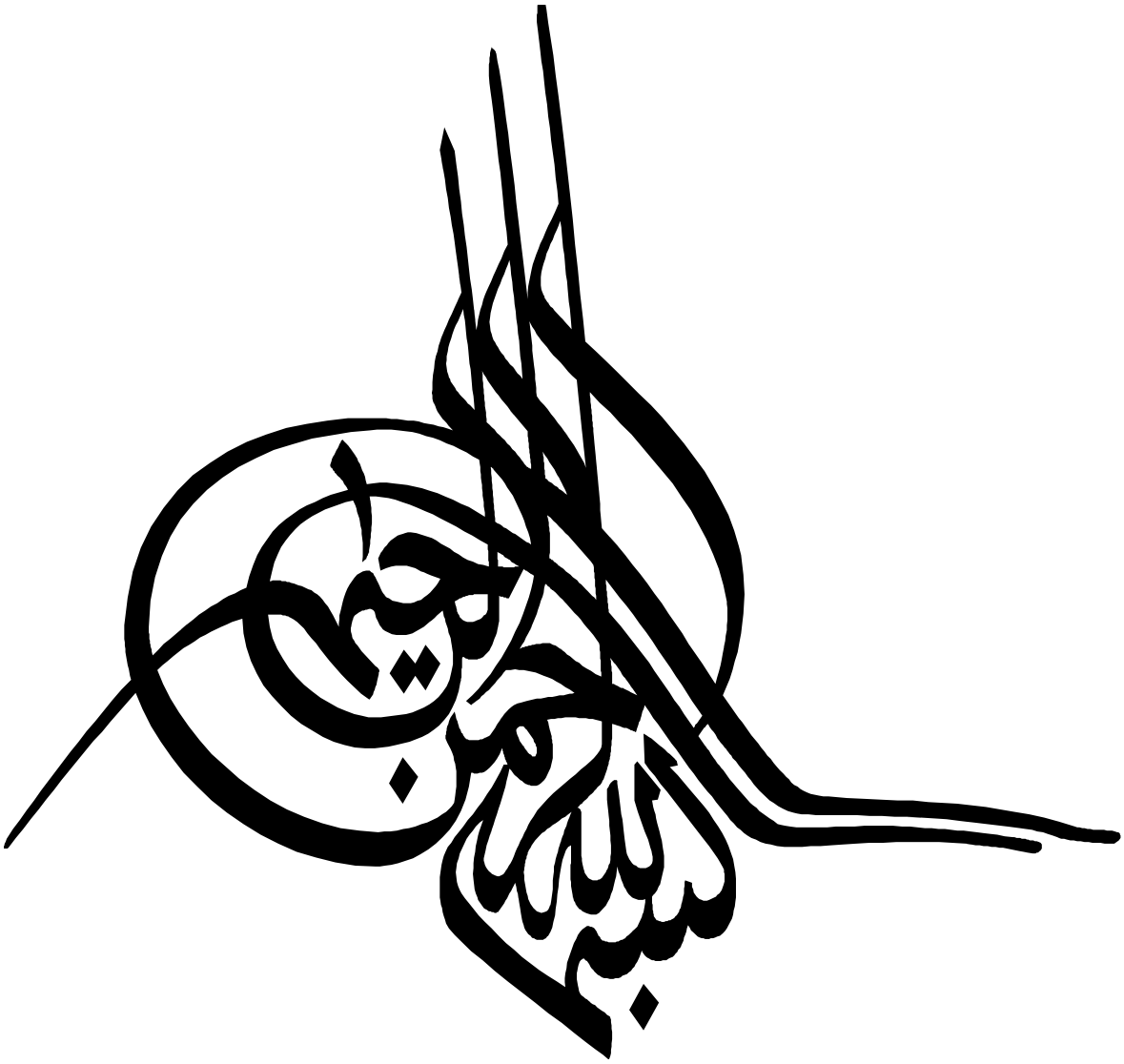

بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد (M.Sc)

گرایش: تبدیل انرژی

عنوان:

تحلیل عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی روی لوله بادامکی در محیط متخلخل

استاد راهنما:

دکتر آرش میر عبداله لواسانی

استاد مشاور:

پروفسور حسین شکوهمند

نگارش:

مجید ولی زاده

شهریور ۹۳

تقدیم به :

وجود پرمهر پدر و مادر عزیزم که در تمام مراحل زندگی همراه و پشتیبان من بوده-اند

تشکر و قدردانی:
با سپاس فراوان از استاد راهنمای عزیزم جناب آقای دکتر آرش میرعبداله لواسانی که از تجربیات، رهنمودهای علمی و دقت نظر ایشان در طول انجام این پروژه بهره‌مند شدم.
از استاد مشاور گرامی جتاب آقای دکتر حسین شکوهمند برای همه وقت و توجه ایشان در طول انجام پروژه سپاسگزارم. از همکاری با ایشان و استفاده از تجربیات علمی با ارزششان بسیار خرسندم.
با تشکر از مدیر گروه محترم گروه مکانیک جناب آقای دکتر آرمن آدامیان که زحمت داوری پایان نامه بر عهده ایشان بود.
همچنین با تشکر ویژه از خواهر عزیزم سرکار خانم مریم ولی زاده که در مراحل انجام این پروژه در کنار من بودند. از خداوند متعال برای همه این عزیزان آرزوی سربلندی و شادکامی دارم.

فهرست مطالب

فصل اول: مروری بر مطالعات انجام شده..... ۲

۱-۱ تحقیقات صورت گرفته در زمینه انتقال حرارت در محیط متخلخل..... ۳

فصل دوم: معادلات حاکم و شرایط مرزی در محیط متخلخل..... ۱۱

۲-۱ مقدمه..... ۱۲

۲-۲ فرم های مختلف معادله مومنتوم در محیط متخلخل..... ۱۵

۲-۳ فرم های مختلف معادله انرژی در محیط متخلخل..... ۱۹

۲-۴ معادلات حاکم بر جریان سیال در محیط متخلخل و سیال خالص در فضای بین لوله بادامکی ۲۲

فصل سوم: مدل سازی لوله بادامکی شکل ۲۶

۳-۱ هندسه مساله و مش بندی..... ۲۷

۳-۱-۱ هندسه مساله..... ۲۷

۳-۱-۲ مش بندی..... ۲۸

۳-۲ فیزیک مساله و شرایط مرزی..... ۲۹

۳-۳ روش حل عددی..... ۳۱

فصل چهارم: نتایج..... ۳۳

۴-۱ مقدمه..... ۳۴

۴-۲ اعتبار سنجی.....۳۴

۴-۳ نتایج حاصل از شبیه سازی عددی لوله بادامکی شکل ومقایسه با لوله دایروی.....۳۶

۴-۴ نتایج حاصل از شبیه سازی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در اعداد رایلی مختلف.....۳۸

۴-۵ نتایج حاصل از شبیه سازی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در اعداد دارسی مختلف.....۴۰

۴-۶ نتایج حاصل از شبیه سازی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در نسبت های هدایت حرارتی مختلف.....۴۲

۴-۷ نتایج حاصل از شبیه سازی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در ضخامت های مختلف لایه متخلخل.....۴۴

فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادات.....۴۹

فهرست جداول

جدول۲-۱ تخلخل و تراوایی برخی مواد متداول..... ۱۳

جدول ۲-۲ ضریب فورچیمر..... ۱۸

جدول۲-۳ ضریب انتقال حرارت بین دو فاز در یک محیط متخلخل..... ۲۱

جدول۲-۴ اختلاف دماهای محاسبه شده در اعداد رایلی مختلف..... ۲۳

جدول ۲-۵ قابلیت گذردهی برای اعداد دارسی مختلف..... ۲۴

جدول۳-۱ خواص هوا در دمای ۳۰۰K..... ۳۰

فهرست اشکال

شکل۱-۱ شکل شماتیک مربوط به مطالعه جی.سی.لیونگ و اف.سی.لای..... ۵

شکل ۱-۲ شکل شماتیک مربوط به مطالعه موتا وهمکاران..... ۶

شکل ۱-۳ شکل شماتیک مربوط به مطالعه سانکار و همکاران..... ۷

شکل۱-۴ شکل شماتیک مربوط به مطالعه یاسین وارول و هاکان ازتوپ..... ۸

شکل ۲-۱ شماتیکی از محیط متخلخل..... ۱۲

شکل ۲-۲ مقایسه اندازه حجم نماینده ابتدایی نسبت به میدان جریان و فضاهای خالی..... ۱۴

شکل۲-۳ عبور از ناحیه دارسی به فورچیمر برای یک محیط متخلخل ایزوتروپ..... ۱۷

شکل ۳-۱ شماتیک دو بعدی لوله بادامکی و لایه متخلخل..... ۲۸

شکل ۳-۲ مش بندی لایه متخلخل و لوله بادامکی..... ۲۹

شکل ۳-۳ الگوریتم حل عددی..... ۳۲

شکل۴-۱ مقایسه نتایج حاصل از حل عددی حاضر با نتایج روش حل عددی خانافر روی لوله دایروی..... ۳۴

شکل ۴-۲ مقایسه نتایج حاصل از حل عددی حاضر با نتایج روش حل عددی خانافر روی لوله دایروی..... ۳۵

شکل ۴-۳ مقایسه عدد ناسلت در لوله بادامکی و لوله دایروی..... ۳۶

شکل۴-۴ مقایسه خطوط دما ثابت در لوله بادامکی و لوله دایروی..... ۳۷

شکل ۴-۵ تاثیر عدد رایلی بر خطوط دما ثابت در $b= 1.5$ ، $ks/kf = 1$ و $Da=10^{-3}$..... ۳۸

شکل ۴-۶ تاثیر عدد رایلی بر خطوط دما ثابت در $b= 1.5$ ، $ks/kf = 100$ و $Da=10^{-3}$..... ۳۹

شکل۴-۷ تاثیر عدد رایلی بر عدد ناسلت در $b= 1.5$ ، $ks/kf = 1$ ، $ks/kf = 100$ و $Da=10^{-3}$..... ۴۰

شکل ۴-۸ تاثیر عدد دارسی بر خطوط دما ثابت در $b= 1.5$ ، $ks/kf = 1$ و $Ra=10^{5}$..... ۴۱

شکل ۴-۹ تاثیر عدد دارسی بر خطوط جریان در $b= 1.5$ ، $ks/kf = 1$ و $Ra=10^5$.....۴۱

شکل۴-۱۰ تاثیر عدد دارسی بر عدد ناسلت در $b= 1.5$ ، $ks/kf = 1$ و $Ra=10^5$.....۴۲

شکل ۴-۱۱ تاثیر نسبت هدایت حرارتی بر خطوط دما ثابت در $b= 1.5$ ، $Da= 10^{-3}$ و $Ra=10^5$ ۴۳

شکل ۴-۱۲ تاثیر نسبت هدایت حرارتی بر عدد ناسلت در $b= 1.5$ ، $Da= 10^{-3}$ و $Ra=10^5$ ۴۴

شکل۴-۱۳ تاثیر ضخامت لایه متخلخل بر خطوط دما ثابت در $ks/kf = 1$ ، $Da= 10^{-3}$ و $Ra=10^5$ ۴۵

شکل ۴-۱۴ تاثیر ضخامت لایه متخلخل بر خطوط دما ثابت در $ks/kf = 100$ ، $Da= 10^{-3}$ و $Ra=10^5$ ۴۶

شکل ۴-۱۵ تاثیر ضخامت لایه متخلخل بر خطوط دما ثابت در $ks/kf = 100$ ، $Da= 10^{-3}$ و $Ra=10^4$ ۴۷

شکل۴-۱۶ تاثیر ضخامت لایه متخلخل بر عدد ناسلت در نسبت های حرارتی مختلف در $Da= 10^{-3}$.....۴۸

فهرست علائم

ضخامت بی بعد لایه متخلخل..... b

ضریب گرمایی ویژه در فشار ثابت..... C_p [j m^{-1} k^{-1}]

عدد دارسی..... Da

بردار های یکه به ترتیب در جهت های شعاعی و زاویه ای..... e_r , $e_\emptyset$

ضریب فورچهیمر..... *F*

شتاب گرانش..... *g* [m s^{-2}]

عدد گراشف..... *Gr*

بردار یکه در جهت بردار سرعت..... **J**

ضریب هدایت حرارتی..... *k* [w m^{-1} k^{-1}]

تراوایی..... *K* [m^2]

طول لوله..... *L* [m]

عدد ناسلت..... *Nu*

عدد ناسلت متوسط..... $\overline{Nu}$

فشار..... p [N m^{-2}]

فشار بی بعد..... P

عدد پرانتدل..... *Pr*

انتقال حرارت کلی..... *Q* [w]

مختصه شعاعی..... *r*

مختصه شعاعی بی بعد..... *R*

شعاع استوانه داخلی..... R_i [m]

شعاع استوانه خارجی..... R_o [m]

شعاع لایه متخلخل..... R_{porous} [m]

عدد رایلی..... Ra

زمان..... t [s]

دما..... T [K]

سرعت..... v [m s^{-1}]

سرعت بی بعد..... V

علائم یونانی

ضریب پخش حرارتی..... α [m^2 s^{-1}]

ضریب انبساط حجمی حرارتی..... β [K^{-1}]

ضریب تخلخل..... ε

مختصه زاویه ای..... $\emptyset$

ویسکوزیته دینامیکی..... μ [kg $m^{-1}s^{-1}$]

دمای بی بعد..... θ

چگالی..... ρ [kg m^{-3}]

نسبت گنجایش حرارتی..... σ

زمان بی بعد..... τ

چکیده:

این مطالعه شامل آنالیز عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی حول لوله بادامک شکل در محیط متخلخل است. در این گزارش آنالیز عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی حول لوله دایروی که بخشی از آن با لایه متخلخل پوشیده شده آورده شده تا با روند کلی حل آشنا شوید. هدف از انجام این پروژه نیز بررسی عملکرد لوله های بادامکی شکل در محیط متخلخل در اعداد رایلی مختلف ($Ra = 10^4\text{-}10^6$) و تاثیر عدد دارسی ($Da = 10^{-3}\text{-}10^{-5}$) و ضخامت ناحیه متخلخل ($b=1.1\text{-}1.9$) و نسبت هدایت حرارتی در انتقال حرارت جابجایی طبیعی است. نتایج نشان می دهند که انتقال حرارت کلی در لوله بادامکی شکل به علت خطی جریانی شدن شکل نسبت به لوله دایروی افزایش یافته است. به طوری که در لوله بادامکی عدد ناسلت به میزان ۵ درصد نسبت به لوله دایروی افزایش یافته است.

عدد ناسلت متوسط با عدد رایلی رابطه مستقیم دارد . این بدان معنا است که با افزایش عدد رایلی انتقال حرارت کلی افزایش می یابد. به این ترتیب که با افزایش عدد رایلی از $۱۰^{٤}$ تا $۱۰^{٦}$ عدد ناسلت در نسبت هدایت حرارتی ۱ تا ۳ برابر افزایش یافته است . در گام بعدی تاثیر عدد دارسی را مورد بررسی قرار دادیم و نتایج نشان می دهند با افزایش عدد دارسی از $۱۰^{-٥}$ به $۱۰^{-٣}$ عدد ناسلت متوسط به میزان ۲ برابرافزایش می یابد. در ادامه فاکتور نسبت هدایت را مورد بررسی قرار دادیم و نتایج نشان می دهند که با افزایش نسبت هدایت حرارتی از ۱ تا ۱۰۰، عدد ناسلت ۱۳/۲ برابر افزایش می یابد.

در نهایت اثر ضخامت لایه متخلخل را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادیم که نتایج نشان می دهند اگر نسبت هدایت حرارتی واحد باشد با افزایش ضخامت انتقال حرارت کاهش می یابد ولی برای نسبت

هدایت ۱۰۰ نتایج بلعکس است.

کلمات کلیدی: انتقال حرارت جابجایی طبیعی، محیط متخلخل

فصل اول :

مروری بر مطالعات انجام شده

۱-۱ تحقیقات صورت گرفته در زمینه انتقال حرارت در محیط متخلخل

محیط های متخلخل یکی از موضوعات بسیار پر اهمیت مورد مطالعه و بررسی توسط مهندسین رشته های گوناگون از جمله مهندسی مکانیک و شیمی می باشد. این موضوع از سالیان دور مورد توجه متخصصین مربوطه بوده است که به طور نمونه می توان به تحقیقات ابتدایی صورت گرفته توسط دارسی در قرن نوزده ام اشاره نمود. اما در سالیان اخیر این بحث از نقطه نظر پدیده های انتقال بسیار مورد توجه مهندسین قرار گرفته است. از کاربرد های رایج محیط متخلخل می توان به صنایعی همچون مبدل های حرارتی فشرده، عایق بندی حرارتی، سیستم های انرژی زیر زمینی، واحد های ذخیره انرژی، ساخت سرامیک، ساخت پرکن های مورد استفاده در صنایع شیمیایی، بالا بردن راندمان انتقال حرارت و غیره اشاره نمود. برای رسیدن به درک بهتر این موضوع مهم، می توان به مطالعات مختلفی اشاره کرد که جهت بررسی حرکت سیال، انتقال حرارت، و انتقال جرم به دو صورت تحلیلی و عددی مورد نظر محققان بوده است. برای نمونه می توان به تحقیقات انجام گرفته توسط کاویانی [۱] (۱۹۹۹)، نیلد و بیجن [۲] (۲۰۰٦) ، وفایی [۳] (۲۰۰۵) و بیجن [٤] (۲۰۰٤) اشاره کرد.

برای ملالعه محیط متخلخل تلاش اصلی متحققین مربوطه برای یافتن الگویی برای پروفایل جریان سیال متمرکز بوده است. برای دست یافتن به این مهم، آن ها سعی در ارائه یک معادله ساده و کلاسیک خطی بین افت فشار و سرعت فیلتراسیون داشتند برای نمونه می توان از معادله دارسی نام برد. مراجع [۱۲-۵] از چنین روشی برای حل مسایل جابجایی در محیط متخلخل استفاده کردند. در ادامه تحقیقات، محققین برای کامل کردن و بهبود بخشیدن به معادله حرکت قبلی، فورچیمر ، که پارامتری غیر خطی است را پیشنهاد کردند. به علاوه آن ها پارامتر برینکمن را نیز برای جلوگیری از خطاهای مربوط به شرط عدم لغزش در دیوار به معادلات مذکور اضافه نمودند. شایان ذکر است که پارامتر برینکمن شبیه یک پارامتر لاپلاسین است. به عنوان مثال مراجع [۲۰-۱۳] از این روش در مسایل مختلف جابجایی آزاد و اجباری در محیط متخلخل استفاده کردند. تاثیر عدد برینکمن-فورچیمر-دارسی در داخل محیط متخلخل موضعی است که توسط بسیاری از محققین مورد مطالعه قرار گرفته است.

وفایی و کیم [۲۱] (۱۹۸۷) جابجایی اجباری توسعه یافته را داخل یک کانال بررسی کردند، آن ها توانستند راه حل دقیقی را با استفاده از فرض لایه مرزی برای انتقال حرارت ارائه دهند و عدد نوسلت را

برحسب دارسی و پارامتر اینرسی بیان کنند. سیستمی که آن ها مورد بررسی قرار داده اند از یک کانال که تحت شرایط مرزی شار ثابت قرار داشت، تشکیل شده بود. قابل ذکر است که آن ها از اتلاف حرارتی در معادله انرژی صرف نظر کرده اند.

در تحقیقی دیگر هومن و رنجبر [۲۲] (۲۰۰۳) برای سیال کاملاً توسعه یافته و پایا در داخل یک لوله که با محیط متخلخل اشباع شده بود، بررسی کردند که این لوله تحت شرایط مرزی شار ثابت قرار دارد. آن ها معادله بریکمن–فورچیمر–دارسی را برای بیان پروفایل سرعت به کار بردند. در معادله انرژی که استفاده کرده بودند، از اثرات هدایت محوری و اتلاف حرارتی صرف نظر کرده و عدد نوسلت را برای دو حد دارسی های بسیار بزرگ و دارسی های بسیار کوچک محاسبه نمودند. شایان ذکر است که نیلد در سال ۱۹۹٦ راه حل تئوری برای مسئله هومن و رنجبر پیشنهاد کرده است.

هومن [۲۳] در تحقیقی دیگر یک مطالعه عددی برروی کانال پر شده با محیط متخلخل انجام داد که در این تحقیق مدل های مختلف اتلاف حرارتی را با دو شرط مرزی دما ثابت و شار ثابت انجام داد. در این پژوهش نشان داد که عدد نوسلت به شدت تحت تاثیر مدل به کار برده برای اتلاف حرارتی می باشد. در این بررسی معادله برینکمن–دارسی برای بیان پروفایل سرعت استفاده شده و از اثر فورچیمر صرف نظر شده است.

رنجبر و هومن [۲٤] (۲۰۰٤)یک لوله که با محیط متخلخل پر شده است را بررسی کرده اند. این لوله تحت شرایط مرزی ثابت قرار دارد. برای بیان معادله سرعت از معادله ساده برینکمن–دارسی استفاده کردند و عدد نوسلت را با روش تقریبی در دو حالت حدی دارسی های خیلی بزرگ و دارسی های خیلی کوچک بدست آوردند و همچنین نشان دادند که عدد نوسلت بین دو حالت ٦٦.۳ و ۷۸.۵ تغییر می کند.

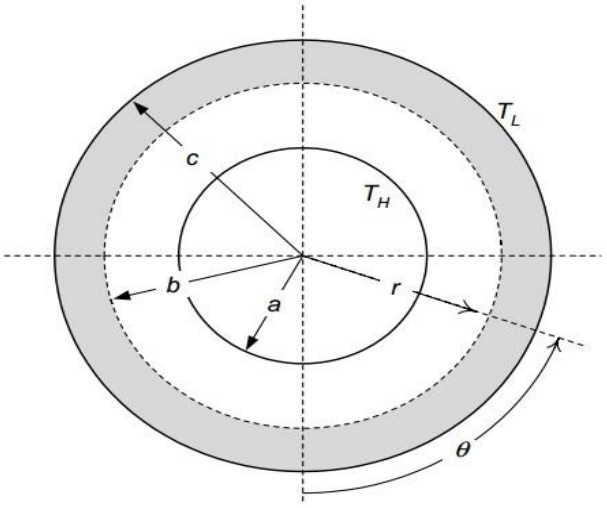
نیلد [۲۵] (۲۰۰۳) کانال پر شده با محیط متخلخل در حال توسعه حرارتی ولی توسعه یافته هیدرولیکی را بررسی نمود. این کانال تحت شرایط دما ثابت قرار داشت و بدین صورت که سیال بعد از طی طول مشخصی از کانال به صورت پله ای افزایش دما پیدا می کند. همچنین معادله انرژی علاوه بر اتلاف حرارتی، شامل هدایت محوری نیز می شود ولی از ترم فورچیمر در معادله سرعت صرف نظر کرده است.

در تحقیقی دیگر نیلد [۲٦] (۲۰۰٤)اثرات مدل های مختلف اتلاف حرارتی را برای سیال کاملاً توسعه یافته هیدرولیکی و حرارتی برروی کانال انجام داد که دیوارهای کانال تحت شرایط مرزی دما ثابت و شار ثابت بودند. در این تحقیق نیز از اثرات ترم فورچیمر در معادله سرعت صرف نظر شده بود.

هومن [۲۷] (۲۰۰۷)انتقال حرارت را در یک لوله بررسی کرد. این لوله تحت شرایط شار ثابت قرار دارد. هومن برای بیان معادله سرعت، از برینکمن–فورچیمر–دارسی استفاده نمود، ولی از اتلاف حرارتی و هدایت محوری در انتقال حرارت صرف نظر کرده است. شایان ذکر می باشد که از پروفایل دمایی کاملاً توسعه یافته استفاده کرده بود.

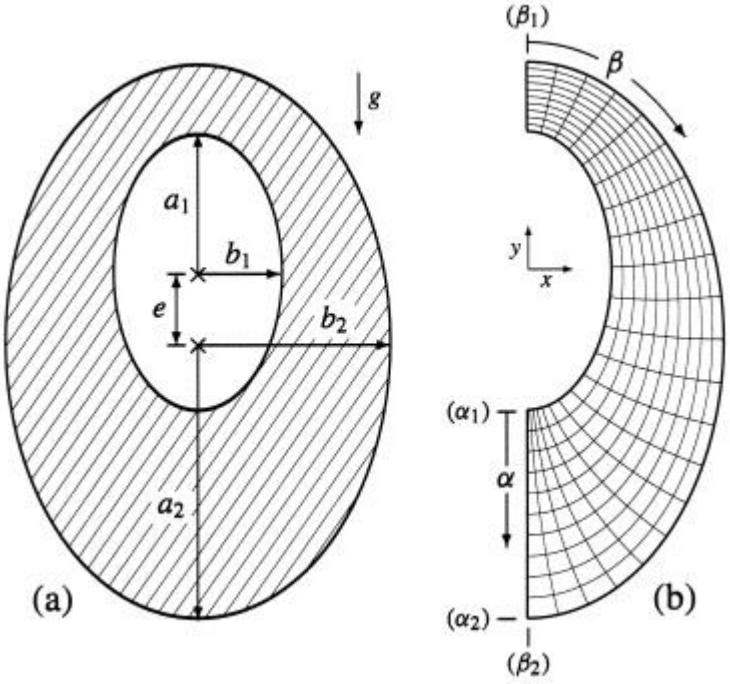
تادا [۲۸] در تحقیقی مشابه در سال ۲۰۰۷ یک لوله تحت شرایط شار ثابت بررسی نمود. او معادله سرعت کاملاً توسعه یافته که شامل برینکمن–دارسی و در عدم حضور ترم فورچیمر بررسی نمود و همچنین تادا [۲۹] تحقیقی مشابه قبلی را به صورت عددی انجام داده است.

جی.سی.لیونگ و اف.سی.لای [۳۰] با استفاده از روش تبدیل فوریه و اغتشاشات به یک حل تحلیلی برای انتقال حرارت جابجایی طبیعی برای هر استوانه هم مرکز که از لایه ای نیمه متخلخل پر شده است دست یافتند . در این تحقیق دماهای دو سیلندر ثابت فرض شده است و استوانه درونی مقداری گرم تر از استوانه درونی است . هدف از این تحقیق بدست آوردن تاثیر پارامترهای رایلی و دارسی و ضخامت لایه متخلخل و ضریب هدایت نسبی بر روی انتقال حرارت است. در شکل۱–۱ هندسه مورد مطالعه در این تحقیق مشاهده می شود.



شکل ۱– ۱ شکل شماتیک مربوط به مطالعه جی.سی.لیونگ و اف.سی.لای

موتا وهمکران [۳۱] با استفاده از معادلات دو بعدی دارسی بوزینسک و با استفاده از روش عددی تفاضل محدود مرتبه بالا با استفاده از مش بسیار ریز انتقال حرارت جابجایی طبیعی بین لوله های بیضوی غیر هم مرکز که از محیط متخلخل پر شده اند را حل کردند . بیضوی تر شدن شکل لوله باعث کاهش اتلاف حرارت در مقایسه با مدل استوانه های دایروی می شود. نتایج نشان می دهد که با غیر هم مرکز کردن لوله های بیضوی انرژی بیشتری حفظ می شود در واقع برای مقاصد عایق کاری مناسب تر است . در شکل ۱-۲ هندسه مورد مطالعه را می توان مشاهده کرد.



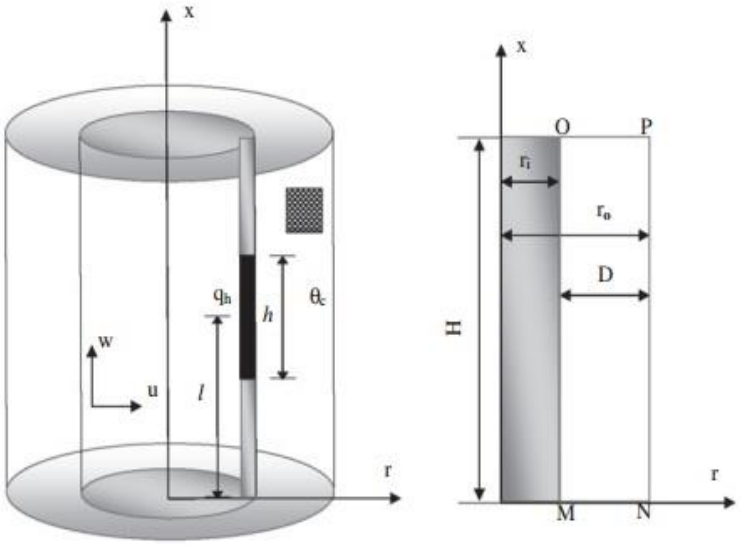
شکل ۱-۲ شکل شماتیک مربوط به مطالعه موتا وهمکاران

اولین کار تجربی و عددی که در لوله های هم مرکز که از محیط متخلخل پر شده توسط کالتیگرون [۳۲] انجام شد. تحقیق انجام شده اثر کریستینسن نیز به تصویر کشیده شده است . عدد ناسلت تجربی با استفاده تعیین کردن دمای میران بوسیله ترموکوپل هایی که در محیط متخلخل تعبیه شده بودند بدست آمد . برای اعداد رایلی کمتر ٦٥ وی مشاهده کرد که رژیم جریان دوبعدی به همراه دو سلول متقارن

جابجایی وجود دارد در حالی که برای اعداد رایلی بالا در بخش بالایی لایه متخلخل نوسانات سه بعدی موثر بود در حالی که در بخش پایینی جریان همچنان دو بعدی بود.

سانکار و همکارانش [۳۳] انتقال حرارت جابجایی طبیعی در لوله های استوانه ای هم مرکز که دیواره داخلی به صورت گسسته گرم می شود و فضای بین نیز از ماده متخلخل پرشده است را بررسی کردند. در این هندسه دیواره های بالایی و پایینی و قسمتی از لوله داخلی که گرم نمی شود. آدیاباتیک و لوله بیرونی نیز دما ثابت در نظر گرفته شده است. معادلات استفاده شده دارسی ـ برنیکمن گسترش یافته شده است که با استفاده از روش تفاضل محدود حل شده اند. محاسبات در دامنه وسیعی از اعداد رایلی و دارسی و برای طول های مختلف منبع های گرم کننده در جا های مختلف دیواره انجام شده است نتایج نشان می دهد که قرار دادن گرم کننده در نیمه پایینی دیواره داخلی باعث افزایش انتقال حرارت نسبت به جا های دیگر می شود. نتایج نشان می دهند که با افزایش عدد رایلی نسبت شعاع ها و عدد دارسی انتقال حرارت افزایش

می یابد و با افزایش طول بخش های گرم کننده انتقال حرارت کاهش می یابد و در آخر حداکثر دما روی گرم کننده ها با افزایش طول گرم کن ها بیشتر می شود وبا افزایش عدد رایلی و عدد دارسی این مقدار کاهش می یابد. در شکل ۱-۳ هندسه مورد مطالعه را می توان مشاهده کرد.



شکل ۱- ۳ شکل شماتیک مربوط به مطالعه سانکار و همکاران

کیوان و زهرانی [۳٤] انتقال حرارت جابجایی اجباری و طبیعی را در لوله های هم مرکز که یک لایه متخلخل به بخش خارجی لوله داخلی وصل شده است را به صورت عددی بررسی کردند. آنها با استفاده از مدل دارسی . فورچهیمر . برنیکمن برای محیط متخلخل و معادلات ناویراستکوس برای محیط سیال خالص به این نتیجه رسیدند که با استفاده از لایه متخلخل با نسبت ضریب هدایت بالا باعث افزایش انتقال حرارت می شود .

زینال و همکاران [۳۵] به بررسی تاثیر تشعشع و جابجایی طبیعی را در محیط متخلخل که در لوله های هم مرکز قرار داده شده اند پرداختند. معادلات حاکم در این مساله را با روش تفاضل محدود حل کردند. در این تحقیق آنها به بررسی اندازه ابعاد و نسبت شعاع ها بر روی عدد ناسلت پرداختند. نتایج نشان می دهد که عدد ناسلت متوسط با افزایش پارامتر تشعشع افزایش می یابد. علاوه بر این عدد ناسلت متوسط با کاهش نسبت شعاع ها کاهش می یابد و با نسبت ابعاد در حدود یک نیز به حداکثر مقدار خود می رسد.

انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه متخلخل مربعی با یک گرمکن شار ثابت و دما ثابت که در قسمت چپ دیواره قرار دارد به صورت عددی و با استفاده از مدل دارسی توسط سعید و پاپ [۳٦] مورد مطالعه قرار گرفته است. در این تحقیق آنها دریافتند که بیشینه انتقال حرارت هنگامی حاصل می شود که گرمکن در قسمت پایینی دیوار قرار دارد. در ادامه سعید [۳۷] کاری مشابه به بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی این بار با دو منبع انتقال گرمای همدما پرداخت.

یاسین وارول و هاکان ازتوپ [۳۸] به بررسی عددی جریان بویاسنی دو بعدی – پایا که ناشی از جابجایی در یک مثلث قایم الزاویه که پر از محیط متخلخل است به همراه یک جسم مربعی جامد با استفاده از روش تفاضل محدود پرداختند. جسم جامد در فاصله ۰/۳از اضلاع زاویه قایمه قرار دارد. در این مسأله فرض شده که دیواره پایینی مثلث از دیواره شیب دار گرم تر است دیواره عمودی هم عایق در نظر گرفته شده است. برای تعیین تأثیر جسم جامد مربعی بر روی انتقال حرارت و جریان سیال داخل محفظه به بررسی ٤ شرط مرزی حرارتی برای جسم جامد که به ترتیب عبارتند از گرمکن، خنک کن، خنثی و عایق در اعداد رایلی متفاوت می پردازیم و در نهایت مشاهده می شود که میزان جریان سیال و میدان دما وابستگی شدیدی به شرایط مرزی حرارتی جسم جامد دارد. در شکل ۱-٤ هندسه مورد مطالعه را می توان مشاهده کرد.