

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی مکانیک

بررسی رفتار ویسکوالاستیک-پلاستیک مواد پلیمری و الاستومری در تغییر شکل های بزرگ به روش اجزاء محدود

رساله دکتری رشته طراحی کاربردی

کوروش حسن پور

استاد راهنما
دکتر سعید ضیایی راد



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه دکتری رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی آقای کورش حسن پور
تحت عنوان

**بررسی رفتار ویسکوالاستیک-پلاستیک مواد پلیمری و الاستومری
در تغییر شکل های بزرگ به روش اجزاء محدود**

در تاریخ ۸۷/۹/۲۰ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت.

- | | |
|------------------------|---|
| دکتر سعید ضیایی راد | ۱- استاد راهنمای پایان نامه |
| دکتر مجتبی محزون | ۲- استاد مشاور پایان نامه |
| دکتر محمود موسوی مشهدی | ۳- استاد داور از دانشگاه تهران |
| دکتر حسین حسینی تودشکی | ۴- استاد داور از دانشگاه صنعتی امیرکبیر |
| دکتر حمید هاشم الحسینی | ۵- استاد داور |
| دکتر محمد مشایخی | ۶- استاد داور |
| دکتر محمود کدخدایی | ۷- استاد داور |
| دکتر مهدی کشمیری | سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده |

به انجام رساندن این رساله بدون راهنمایی و حمایت استاد بزرگوار جناب آقای دکتر سعید ضیایی راد و مشاوره استاد گرانقدر جناب آقای دکتر محزون ممکن نبود. بر خود لازم می‌دانم از زحمات بی دریغ ایشان تشکر نمایم. همچنین از اساتید عزیزی که زحمت مطالعه و داوری این رساله را متقبل شده و نظرات مفیدی ارائه نمودند، قدردانی می‌نمایم.

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات،
ابتکارات و نوآوریهای ناشی از تحقیق
موضوع این رساله متعلق به دانشگاه صنعتی
اصفهان است.

فهرست مطالب

عنوان	شماره صفحه
فهرست مطالب	هفت
فهرست اشکال	ده
فهرست جداول	دوازده
فهرست نمادها	دوازده
چکیده	۱
فصل اول : مقدمه	۲
۱-۱ مقدمه	۲
۲-۱ ویسکو الاستیسیته خطی	۳
۳-۱ ویسکو الاستیسیته غیر خطی	۵
۴-۱ تغییر شکل های بزرگ و وابسته به زمان در پلیمرها	۸
۵-۱ تغییر شکل های بزرگ و وابسته به نرخ تغییر شکل در الاستومرها	۱۲
۶-۱ استفاده از روش اجزاء محدود در شبیه سازی ویسکو الاستیسیته غیر خطی	۱۳
۷-۱ نگاهی به مطالب این پایان نامه	۱۴
فصل دوم : مبانی مکانیک محیط های پیوسته	۱۵
۱-۲ مقدمه	۱۵
۲-۲ معیارهای کرنش	۱۵
۳-۲ معیارهای تنش	۱۷

۱۸ قانون دوم ترمودینامیک (۴-۲)
۲۱ عینیت (۵-۲)
۲۲ تغییر مشاهده گر (۱-۵-۲)
۲۳ میدان‌های سرعت و شتاب تحت تغییر مشاهده گر (۲-۵-۲)
۲۵ میدان‌های تانسوری مرتبه بالاتر عینی (۳-۵-۲)
۲۶ انتقال اقلیدسی کمیت‌های مختلف سینماتیکی (۴-۵-۲)
۲۶ انتقال اقلیدسی تانسورهای تنش (۵-۵-۲)
۲۷ نرخ‌های عینی (۶-۵-۲)
۲۸ نگاشت رو به جلو و رو به عقب (۷-۵-۲)
۲۹ مشتق زمانی لی (۸-۵-۲)

فصل سوم : تئوری ویسکوالاستیسیته ۳۱

۳۱ مقدمه (۱-۳)
۳۱ فرم‌های دیفرانسیلی معادلات ویسکوالاستیک (۲-۳)
۳۵ فرم‌های انتگرالی معادلات ویسکوالاستیک (۳-۳)
۳۹ معادلات سه بعدی ویسکوالاستیسته (۴-۳)
۴۵ مدل‌های ویسکوالاستیک موجود در فرم‌افزارهای اجزای محدود (۵-۳)
۴۶ ویسکو الاستیسیته در کرنش‌های بزرگ (۶-۳)

فصل چهارم : روش اجزاء محدود برای تغییر شکل‌های بزرگ ۴۹

۴۹ مقدمه (۱-۴)
۴۹ کرنش در تغییر شکل‌های کلی سه بعدی (۲-۴)
۵۱ گسسته‌سازی سینماتیکی (۳-۴)
۵۳ روابط اساسی اجزاء محدود (۴-۴)
۵۴ حل دستگاه معادلات غیر خطی (۵-۴)
۵۵ حل کلی یک مسئله غیر خطی (۶-۴)
۵۷ حل مسائل اجزاء محدود با استفاده از نرم‌افزار آباکوس (۷-۴)

- ۵۹ ۸-۴ تجزیه جمعی نرخ کرنش
- ۶۳ ۹-۴ حل معادلات در روش اجزاء محدود
- ۶۴ ۱۰-۴ الاستوپلاستیسیته همسانگرد

فصل پنجم : ارائه یک معادله متشکله ویسکوالاستیک-پلاستیک برای پلیمرها

- ۶۸ ۱-۵ مقدمه
- ۶۸ ۲-۵ مدل متشکله ماده
- ۶۹ ۱-۲-۵ بخش ویسکوالاستیک مدل متشکله
- ۷۱ ۲-۲-۵ بخش الاستیک-پلاستیک معادله متشکله
- ۷۳ ۳-۵ پیاده‌سازی اجزاء محدود
- ۷۳ ۱-۳-۵ داده‌های تجربی
- ۷۴ ۲-۳-۵ استخراج پارامترهای مدل
- ۷۵ ۳-۳-۵ متغیرها و محدوده هر یک
- ۷۵ ۴-۳-۵ آزمون فشار
- ۷۸ ۴-۵ راست‌آزمایی مدل با توجه به داده‌های تجربی
- ۷۹ ۱-۴-۵ آزمون خزش
- ۸۱ ۵-۵ پیش‌بینی اجزاء محدود رفتار ماده تحت رژیم‌های بارگذاری و شرایط مرزی متفاوت
- ۸۱ ۱-۵-۵ اصطکاک بین فک دستگاه و نمونه
- ۸۲ ۲-۵-۵ بارگذاری تناوبی مواد پلیمری

فصل ششم : ارائه یک معادله متشکله ویسکوالاستیک برای الاستومرها

- ۸۵ ۱-۶ مقدمه
- ۸۶ ۲-۶ مدل متشکله برای تغییر شکل‌های کوچک
- ۸۹ ۳-۶ مدل متشکله برای تغییر شکل‌های بزرگ با استفاده از تجزیه ضریب گرادیان تغییر شکل
- ۸۹ ۱-۳-۶ روابط کلی محیط پیوسته
- ۹۶ ۲-۳-۶ مدل هایپرالاستیک
- ۹۷ ۴-۶ راست‌آزمایی پاسخ بوش‌های الاستومری

۹۹ مدل اجزاء محدود بوش (۱-۴-۶)
۹۹ مقایسه نتایج آزمایش و شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود (۵-۶)
۱۰۲ تغییر شکل شعاعی (آزمایش و روش اجزاء محدود) (۱-۵-۶)
۱۰۴ پیش‌بینی تغییر شکل پیچشی و محوری بوش (۲-۵-۶)
۱۰۶ پاسخ به بارگذاری آمیخته (۳-۵-۶)
۱۰۷ پدیده هیستریزس در بارگذاری متناوب (۴-۵-۶)

فصل هفتم : نتیجه‌گیری ۱۱۱

۱۱۱ جمع‌بندی (۱-۷)
۱۱۳ نوآوری‌های اعمال شده (۲-۷)
۱۱۴ ارائه پیشنهادات برای ادامه پژوهش (۳-۷)

پیوست‌ها ۱۱۵

۱۱۵ پیوست الف- معادلات متشکله محیط ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن پیرشدگی
۱۱۹ پیوست ب- مثالی از گسسته‌سازی تانسورهای گرادیان تغییر شکل و معیارهای کرنش
۱۲۳ پیوست ج- مثال‌هایی از خطی‌سازی

مراجع ۱۲۵

فهرست اشکال ۵

۳ شکل (۱-۱) نمایش شماتیک رفتارهای ویسکوالاستیک
۴ شکل (۲-۱) نمایش رفتار وارهیدگی
۴ شکل (۳-۱) نمایش رفتار خزش
۵ شکل (۴-۱) پاسخ حالت تعادل و حلقه هیستریزس ایجاد شده در بارگذاری و باربرداری
۳۰ شکل (۱-۳) نمایش ترکیب سری یک فنر و المان کلومین (جامد سه پارامتری)
۳۳ شکل (۲-۳) آزمون استاندارد جامد سه پارامتری

- شکل (۳-۳) مدل‌های فنر و میراگر ۳۴
- شکل (۴-۳) برهم‌نهی خطی گام‌های ورودی ۳۵
- شکل (۵-۳) استخراج رابطه انتگرال توارثی ۳۶
- شکل (۶-۳) تاریخچه تنش فرضی ۳۷
- شکل (۷-۳) ماده ماکسول ۳۹
- شکل (۸-۳) مدول‌های خزشی برای ماده‌ای با انقباض الاستیک و کرنش انحرافی ماکسول ۴۳
- شکل (۹-۳) مدول‌های خزشی برای ماده‌ای با انقباض الاستیک و کرنش انحرافی کلوین ۴۴
- شکل (۱-۴) شماتیک حل مسأله غیر خطی $f(x) = 0$ ۵۵
- شکل (۱-۵) شبکه شماتیک یک پلیمر ۶۹
- شکل (۲-۵) نمودارهای تنش-کرنش مهندسی پلی‌تترافلورواتیلن تحت بارگذاری فشاری شده ۷۶
- شکل (۳-۵) مدل اجزاء محدود نمونه ۷۶
- شکل (۴-۵) بخش‌های ویسکوالاستیک و الاستیک-پلاستیک تنش حقیقی بر حسب کرنش مهندسی ۷۷
- شکل (۵-۵) کرنش بر حسب زمان در آزمون بارگذاری با کرنش کنترل شده ۷۸
- شکل (۶-۵) نتایج شبیه‌سازی در مقایسه با نتایج تجربی در آزمون بارگذاری با کنترل کرنش ۷۹
- شکل (۷-۵) تنش بر حسب زمان در آزمون بارگذاری با کنترل تنش ۸۰
- شکل (۸-۵) نتایج شبیه‌سازی در مقایسه با نتایج تجربی در آزمون بارگذاری با کنترل تنش ۸۰
- شکل (۹-۵) اثر اصطکاک بین فک دستگاه و نمونه در آزمون وارهیدگی ($\mu = 0.05$) ۸۱
- شکل (۱۰-۵) اثر اصطکاک بر میدان جابجایی افقی در آزمون وارهیدگی ۸۲
- شکل (۱۱-۵) پاسخ نمونه تحت بارگذاری چرخه‌ای قبل از تسلیم (دو چرخه) ۸۲
- شکل (۱۲-۵) پاسخ نمونه تحت بارگذاری چرخه‌ای پس از تسلیم (یک چرخه) ۸۳
- شکل (۱۳-۵) پاسخ نمونه تحت بارگذاری چرخه‌ای پس از تسلیم (دو چرخه) ۸۴
- شکل (۱-۶) پاسخ شماتیک جامد ویسکوالاستیک خطی ۸۶
- شکل (۲-۶) مدل جامد ویسکوالاستیک سه پارامتری (مدل زنر) ۸۷
- شکل (۳-۶) تجزیه ضریبی گرادیان تغییر شکل ۹۰
- شکل (۴-۶) شماتیک نمونه بوش ۹۷
- شکل (۵-۶) شماتیک تغییر شکل بوش ۱۰۰

- شکل (۶-۶) نیروی اعمال شده و کانتور تنش‌های پس‌ماند نتیجه شده در تغییر شکل شعاعی ۱۰۳
- شکل (۷-۶) وابستگی به نرخ و وارهدگی در تغییر شکل شعاعی ۱۰۵
- شکل (۸-۶) نیروی اعمال شده و کانتور تنش‌های پس‌ماند نتیجه شده در تغییر شکل پیچشی ۱۰۶
- شکل (۹-۶) نیروی اعمال شده و کانتور تنش‌های پس‌ماند نتیجه شده در تغییر شکل محوری ۱۰۷
- شکل (۱۰-۶) کانتورهای بزرگ‌ترین تنش اصلی پس‌ماند در حالت‌های بارگذاری آمیخته ۱۰۸
- شکل (۱۱-۶) زاویه چرخش بر حسب زمان در بازگذاری چرخه‌ای ۱۰۹
- شکل (۱۲-۶) پاسخ به بارگذاری چرخه‌ای ۱۱۰

فهرست جداول دوازده

- جدول (۱-۵) الگوریتم اجزاء محدود ۷۴
- جدول (۲-۵) مقادیر اولیه و بهینه شده برای ثوابت ماده متشکله ۷۵
- جدول (۱-۶) مدل ارائه شده برای تغییر شکل‌های بزرگ ۹۶
- جدول (۲-۶) مدل ساده شده با استفاده از ماده هایپرالاستیک نئوهوکی ۹۷
- جدول (۳-۶) الگوریتم اجزاء محدود ۹۷
- جدول (۴-۶) پارامترهای ماده مربوط به مدل ویسکوالاستیک پیشنهاد شده ۱۰۱

فهرست نمادها دوازده

- σ تنش کوشی تک‌محوره
- ε کرنش کوچک
- E مدول الاستیک لحظه‌ای
- E^E مدول الاستیک متعادل
- $\varepsilon_i(t)$ بخش غیر الاستیک کرنش
- $\varepsilon_e(t)$ بخش الاستیک کرنش
- $\sigma^{(OE)}$ بخش مازاد تنش تک‌محوره
- $\sigma^{(E)}$ بخش متعادل تنش تک‌محوره
- η پارامتر گرانروی
- Ψ تابع انرژی آزاد

•	•	نرخ کمیت
$\Psi^{(E)}(\varepsilon)$		بخش متناظر با ε از انرژی آزاد
$\Psi^{(OE)}(\varepsilon_e)$		بخش متناظر با ε_e از انرژی آزاد
F		تانسور گرادیان تغییر شکل
F_e		بخش الاستیک تانسور گرادیان تغییر شکل
F_i		بخش غیر الاستیک تانسور گرادیان تغییر شکل
$\hat{\mathbf{E}}_e$		تانسور کرنش گرین متناظر با بخش الاستیک (در هیأت میانی)
$\hat{\mathbf{C}}_e$		تانسور تغییر شکل کوشی-گرین راست متناظر با بخش الاستیک (در هیأت میانی)
I		تانسور واحد
$\hat{\mathbf{E}}_i$		تانسور کرنش گرین متناظر با بخش غیر الاستیک (در هیأت میانی)
$\hat{\mathbf{B}}_i$		تانسور تغییر شکل کوشی-گرین چپ متناظر با بخش غیر الاستیک (در هیأت میانی)
E		تانسور کرنش گرین
C		تانسور تغییر شکل کوشی-گرین راست
$\hat{\mathbf{E}}$		تانسور کرنش گرین (در هیأت میانی)
$\hat{\mathbf{E}}^\Delta$		نرخ همرفتی تانسور کرنش گرین (در هیأت میانی)
S		تانسور تنش کیرشهف
D		تانسور نرخ تغییر شکل
$\hat{\mathbf{L}}_i$		تانسور گرادیان سرعت (در هیأت میانی)
$\tilde{\Psi}^{(E)}(E)$		بخش انرژی آزاد متناظر با تانسور کرنش گرین E بر واحد حجم تغییر شکل یافته
$\hat{\Psi}^{(OE)}(\hat{\mathbf{E}}_e)$		بخش انرژی آزاد متناظر با تانسور کرنش $\hat{\mathbf{E}}_e$ بر واحد حجم تغییر شکل یافته
\hat{T}		تانسور تنش پیولا-کیرشهف دوم (در هیأت میانی)
${}_0\tilde{\Psi}^{(E)}$		بخش انرژی آزاد متناظر با تانسور کرنش گرین E بر واحد حجم تغییر شکل نیافته
$\hat{T}^{(E)}$		بخش متعادل تانسور کرنش کوشی (در هیأت میانی)
$S^{(E)}$		بخش متعادل تانسور تنش کیرشهف
I_X, II_X, III_X		ناورداهای اصلی اول، دوم و سوم تانسور مرتبه دوم X
J		دترمینان تانسور گرادیان تغییر شکل

$S^{(OE)}$	بخش مازاد تانسور تنش کیرشهف
$\hat{T}^{(OE)}$	بخش مازاد تانسور تنش پیولا-کیرشهف دوم (در هیأت میانی)
$\mu, \lambda, \mu_e, \lambda_e$	ضرائب خواص ماده
T	تانسور تنش پیولاکیرشهف دوم
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	تنش های اصلی
$\eta_c = \eta_c(\mathbf{x}, t)$	آنتروپی بر واحد حجم جاری
$\eta = \eta(\mathbf{X}, t)$	آنتروپی بر واحد حجم اولیه
$\tilde{Q}(t)$	نرخ ورود آنتروپی به یک محیط پیوسته
$\tilde{r} = \tilde{r}(\mathbf{x}, t)$	منبع آنتروپی بر واحد زمان بر واحد حجم جاری
$\tilde{R} = \tilde{R}(\mathbf{X}, t)$	منبع آنتروپی بر واحد زمان بر واحد حجم اولیه
$\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)$	شار آنتروپی حقیقی بر واحد سطح جاری در Ω
$\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{X}, t)$	شار آنتروپی نامی بر واحد سطح مرجع در Ω_0
Γ	مقدار تولید آنتروپی بر واحد زمان
$\theta = \theta(\mathbf{x}, t)$	دمای مطلق جسم
D_{int}	تلفات داخلی
W_{int}	کار مکانیکی داخلی
Ω	تانسور چرخش
$Q(t)$	تانسور دوران
P	تانسور تنش پیولا-کیرشهف اول
$\overset{\circ}{A}$	نرخ همگرد میدان تانسوری عینی A
$\overset{\Delta}{A}$	نرخ همرفتی میدان تانسوری عینی A
σ^{ve}	بخش ویسکوالاستیک تنش کوشی
σ^{ep}	بخش الاستیک-پلاستیک تنش کوشی
$\dot{\epsilon}_d$	نرخ کرنش انحرافی معادل
η_v	میرایی حجمی
η_d	میرایی انحرافی

K_v	مدول ویسکوالاستیک حجمی
G_v	مدول ویسکوالاستیک برشی
σ_{y0}	تنش تسلیم اولیه
H	ضریب سخت شونده گی
D_{eq}^p	نرخ کرنش پلاستیک معادل

چکیده

در این رساله ابتدا رفتار ویسکوالاستیک خطی و غیرخطی معرفی و روابط مربوطه به طور خلاصه ارائه می‌شود. سپس با مروری بر مبانی تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته و روش اجزاء محدود در تغییر شکل‌های بزرگ، مقدمات لازم برای ارائه معادلات متشکله ویسکوالاستیک و پیاده‌سازی آن در یک برنامه اجزاء محدود فراهم می‌گردد. پلیمرها و الاستومرها از جمله موادی هستند که رفتار ویسکوالاستیک بارزی از خود نشان می‌دهند. با این حال محدوده‌ی رفتار ویسکوالاستیک خالص در پلیمرها محدود بوده و با افزایش کرنش وارد فاز پلاستیک می‌شوند. در فصل پنجم این رساله یک معادله متشکله ویسکوالاستیک-پلاستیک سه بعدی پدیده‌ای برای پلیمرها ارائه شده است. مدل بر اساس این فرض است که تنش را می‌توان به دو بخش ویسکوالاستیک و الاستیک-پلاستیک تجزیه نمود. سپس مدل غیرخطی وابسته به نرخ پیشنهادی در یک برنامه اجزاء محدود به کار گرفته شده و صحت برنامه مذکور با نتایج آزمایش بر روی یک پلیمر خاص ارزیابی می‌شود. نتایج سه نوع آزمون فشار، خزش و وارهدگی تک‌محوره برای بررسی صحت مدل استفاده شده است. مقایسه‌ها نشان می‌دهد که مدل متشکله پیشنهادی می‌تواند رفتار مکانیکی وابسته به نرخ پلیمرها را به خوبی پیش‌بینی کند. همچنین مدل برای مطالعه اثر اصطکاک در آزمون فشار و رفتار پلیمر تحت بارگذاری چرخه‌ای مورد استفاده قرار گرفته است.

رفتار ویسکوالاستیک در الاستومرها در محدوده‌ی بزرگتری نسبت به پلیمرها مشاهده می‌شود و فاز پلاستیک در آن‌ها خیلی چشمگیر نیست. فصل ششم این رساله به فرمول‌بندی روابط متشکله مواد ویسکوالاستیک با تغییر شکل بزرگ در یک چارچوب سازگار ترمومکانیکی می‌پردازد. برای مدل‌سازی ویژگی‌های ساختاری مواد جامد ویسکوالاستیک در تغییر شکل‌های کوچک مدل موسوم به جامد سه پارامتری مورد استفاده قرار می‌گیرد. مسأله اصلی در تعمیم مدل‌های متشکله تغییر شکل کوچک به بزرگ آن است که تئوری در یک چارچوب سازگار ترمومکانیکی توسعه یابد؛ به گونه‌ای که قانون دوم ترمومکانیک در هر فرآیند معجاز ارضا شود. براساس روابط متشکله ارائه شده یک برنامه اجزاء محدود توسعه داده شده است. متعاقباً برنامه برای پیش‌بینی پاسخ یک نوع بوش‌های الاستومری به کار گرفته شده است. تحلیل اجزاء محدود انجام شده، جابجایی‌ها و چرخش‌ها در حالت وارهدگی را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. پاسخ به تغییر شکل‌های شعاعی و پیچش ترکیبی نیز شبیه‌سازی شده است.

فصل اول

مقدمه

۱-۱) مقدمه

رفتار مکانیکی مواد را می‌توان بسته به نوع ماده و کاربردی که برای آن در نظر گرفته شده تحت عناوین مختلفی دسته بندی نمود. بسیاری از مواد مورد استفاده در شاخه‌های مهندسی و فیزیک غیر الاستیک بوده و در هر تغییر شکل مجاز تلف کننده انرژی می‌باشند. در مواردی که تغییر شکل و بارگذاری بزرگی بر یک قطعه اعمال می‌گردد، باید طراحی مناسبی نیز برای تولید آن در نظر گرفته شود. در شرایطی نیز لازم است استفاده بهینه از ماده تضمین شود تا از تغییر شکل غیر قابل قبول و یا شکست قطعه در خلال عملکرد پرهیز شود. در عمل این ملزومات طراحی می‌تواند با در اختیار گذاردن روش‌هایی برای تحلیل تنش و کرنش رفتارهای ماده مورد نظر فراهم گردد. اساساً این مسأله نیازمند برخی فرم‌های تئوری برای مدل کردن رفتار ماده، تکنیک‌های تجربی برای اندازه‌گیری پارامترهای آن و روش‌هایی برای انجام محاسبات مربوط به یک کاربرد خاص می‌باشد. چنانچه رفتار ماده را بتوان به خوبی با تئوری خطی الاستیسیته یا یکی از تئوری‌های پلاستیسیته بیان نمود، تئوری‌های مناسبی موجود و معمول است. در مورد رفتار ویسکوالاستیک خطی نیز روش‌های تجربی و ریاضی موجود بوده ولی حل مسائل آن به مراتب مشکل‌تر است. به علاوه توسعه و مستندسازی تئوری‌های ویسکوالاستیسیته با کاربرد مهندسی نسبت به تئوری‌های الاستیسیته و پلاستیسیته کمتر مورد توجه قرار گرفته و عموماً کمتر توسط مهندسين طراح درک شده است.

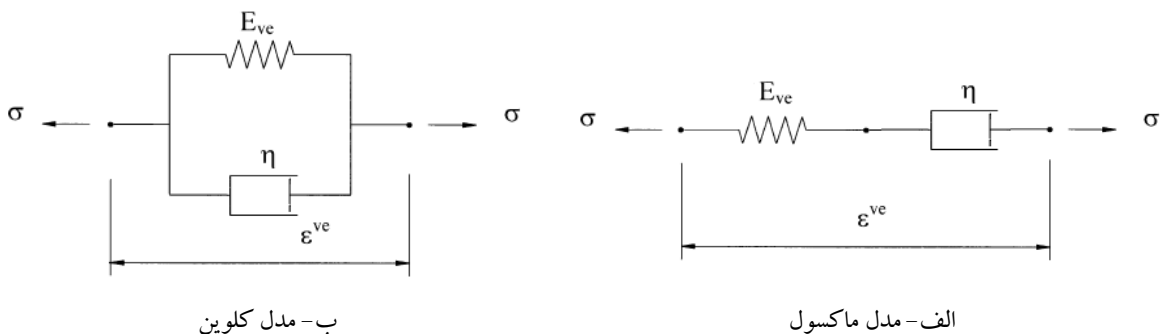
روندهای طراحی برای مواد ویسکوالاستیک غیر خطی در گام‌های ابتدایی تری نسبت به آنچه در بالا اشاره شد قرار دارد. در این مورد تئوری بسط یافته‌ای که از منظر کاربرد عملی مورد قبول باشد، وجود ندارد و به همین دلیل

پیشرفت کمی در جمع آوری اطلاعات و توسعه روندهای عملی طراحی صورت گرفته است. نمی توان ادعا نمود که تئوری غیر خطی ویسکوالاستیک وجود ندارد ولی این امر در حوزه مکانیک نظری بوده و کمتر جنبه کاربردی داشته است. معمولاً پیچیدگی این تئوری‌ها به گونه‌ای است که حل مسائل تحلیل تنش، محاسبات عددی هزینه‌بری را می‌طلبد و روش‌های تجربی برای در اختیار گذاردن داده‌های ماده مربوطه در عمل کمتر به کار گرفته شده‌اند. در این رساله سعی بر آن است که فاصله بین این تئوری‌ها و مسائل کاربردی کاسته شود.

در این فصل ابتدا مختصری از مفاهیم ویسکوالاستیسته خطی و غیر خطی بیان خواهد شد. سپس به بررسی پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه به کارگیری تئوری ویسکوالاستیسته در مدل‌سازی ساختاری مواد پلیمری و لاستیک‌ها پرداخته می‌شود. در انتها به لزوم استفاده از روش‌های عددی نظیر روش اجزاء محدود اشاره خواهد شد.

۲-۱) ویسکوالاستیسته خطی

مدل ماکسول (یک میراگر که به صورت سری با یک فنر قرار گرفته) و مدل کلونین (میراگری که به صورت موازی با یک فنر قرار گرفته) مدل‌های مکانیکی هستند که در ویسکوالاستیسته خطی شناخته شده بوده و به تناوب برای بحث در مورد وارهدگی و خزش مورد بحث قرار می‌گیرند (شکل ۱-۱). این مدل‌ها رفتار «گرانروی^۱» (یا شبه سیالی) را با «کشسانی^۲» (یا شبه جامدی) می‌آمیزند. در مدل ماکسول تحت یک تغییر شکل (کرنش ثابت) یک تنش لحظه‌ای توسط فنر ایجاد می‌گردد و در ادامه بخاطر وجود میراگر، یک وارهدگی نمایی در تنش رخ می‌دهد. از سوی دیگر در مدل کلونین فرض بر این است که تغییر شکل آنی برای یک بارگذاری (تنش) ثابت لحظه‌ای اعمال نمی‌گردد. با این حال در مدل کلونین یک تغییر شکل (کرنش) نمایی در زمان اتفاق خواهد افتاد. مکانیزم‌های تغییر شکل در مواد ویسکوالاستیک بر اساس فرضیات ترمودینامیک غیر تعادلی، برگشت پذیر نیست.

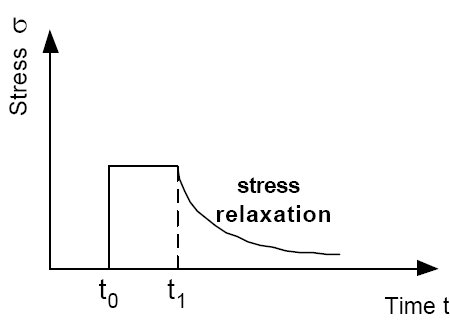


شکل (۱-۱) نمایش شماتیک رفتارهای ویسکوالاستیک

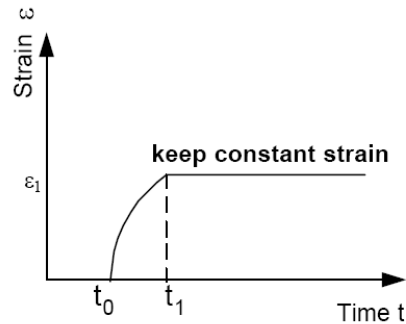
¹ Viscous

² Elastic

دو مثال عمومی فرآیندهای برگشت ناپذیر ویسکوالاستیک که از مکانیک کلاسیک شناخته می‌شوند و وضعیت‌های نامتعادل بر آنها حاکم است، وارهیدگی و خزش می‌باشند. وارهیدگی و خزش، برگشت وابسته به زمان به وضعیت تعادل (جدید) پس از یک اغتشاش^۱ است. در حالت کلی در یک کرنش ثابت، تنش کاهش می‌یابد که به وارهیدگی مربوط است (شکل ۱-۲). در حالی که در یک فرآیند خزش مقدار کرنش در یک تنش ثابت با زمان افزایش می‌یابد (شکل ۱-۳).

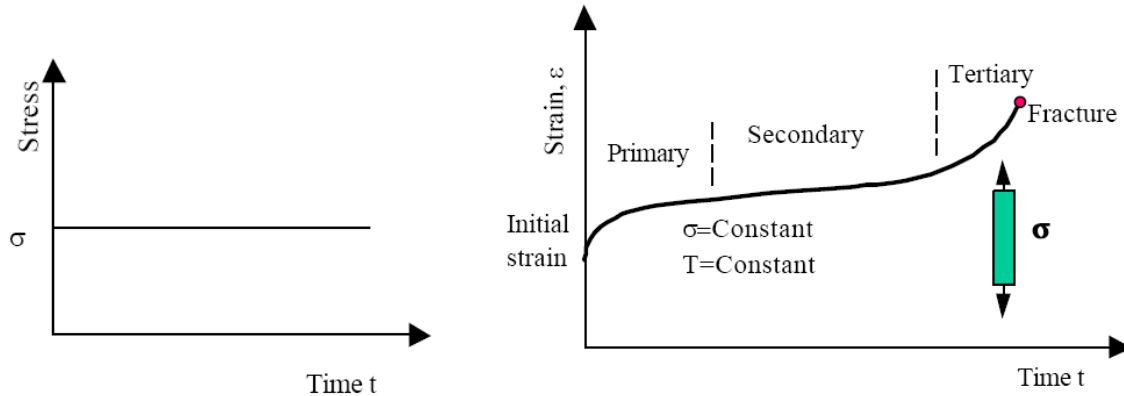


ب- تنش بر حسب زمان



الف- کرنش بر حسب زمان

شکل (۱-۲) نمایش رفتار وارهیدگی



ب- تنش بر حسب زمان

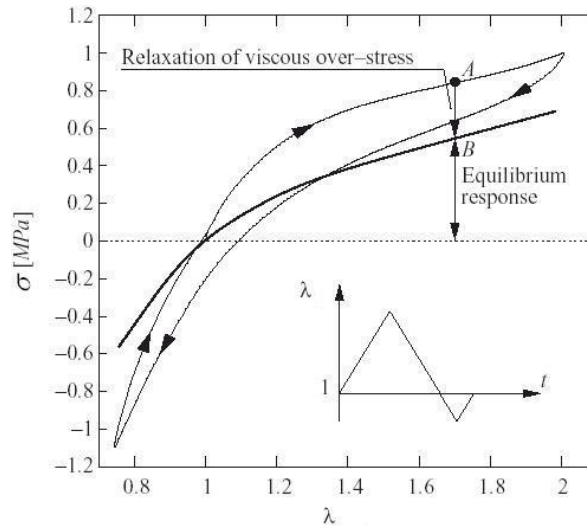
الف- کرنش بر حسب زمان

شکل (۱-۳) نمایش رفتار خزش

رفتار ویسکوالاستیک یک ماده باعث ایجاد پدیده هیستریزس نیز می‌شود. عبارت هیستریزس به این معناست که منحنی‌های بارگذاری و باربرداری بر یکدیگر منطبق نیستند. حلقه هیستریزس نشانگر انرژی برگشت ناپذیری است که در خلال بارگذاری یک ماده تا یک نقطه مشخص و سپس باربرداری از آن تلف می‌شود (شکل ۱-۴). انرژی مکانیکی که در حلقه تلف می‌شود، به گرما تبدیل می‌گردد. افزایش دمای ماده در اثر حرارت می‌تواند باعث تغییر

¹ Disturbance

خواص مکانیکی ماده شده و نیاز به یک تحلیل ترمومکانیکی باشد. در این پژوهش شبیه به بسیاری از مطالعات قبلی از اثرات حرارتی صرف نظر نموده و تنها فرآیندهای دما ثابت^۱ در نظر گرفته می شود.



شکل (۴-۱) پاسخ حالت تعادل و حلقه هیستریزس ایجاد شده در بار گذاری و بار برداری

۳-۱) ویسکو الاستیسیته غیر خطی

معمولاً تئوری ویسکو الاستیسیته خطی به عنوان نقطه شروع توسعه مدل های ساختاری غیر خطی مورد استفاده قرار گرفته است. بیشتر مدل های ساختاری ویسکو الاستیک در تغییر شکل های بزرگ بوسیله متغیرهای داخلی بیان می شوند.

وضعیت فعلی مواد الاستیک را می توان توسط مقدار فعلی تانسور گرادیان تغییر شکل F تعیین نمود. متغیری مانند F قابل اندازه گیری، کنترل پذیر و قابل دسترس برای اندازه گیری است. در عمل این نوع متغیرها "متغیرهای خارجی"^۲ نامیده می شوند. وضعیت مکانیکی موادی که دارای اتلاف انرژی می باشند را می توان با تعیین تعدادی متغیر داخلی که گاهی متغیرهای مخفی نیز نامیده می شوند، تعیین نمود. این متغیرهای وضعیت مکانیکی اضافی که مجموعاً با λ نمایش داده می شود، جنبه های ساختار داخلی مواد را توصیف می کنند. نمونه ای از جنبه های ساختار داخلی ماده مربوط به آثار برگشت ناپذیر تلف کنندگی انرژی می باشد. تحول متغیرهای داخلی در مواد ویسکو الاستیک به طور غیر مستقیم، تاریخچه تغییر شکل را بیان می کند و بنابراین متغیرهای تاریخچه ای نیز نامیده می شوند. بنابراین با فرض وجود متغیرهای داخلی فرض می شود که وضعیت فعلی مکانیکی در نقطه ای از ماده تلف کننده انرژی، با دوتایی F

¹ Isothermal

² External variables

و که تعیین می‌گردد. به عبارت دیگر وضعیت مکانیکی فعلی با یک فضای حالت چند بعدی نشان داده می‌شود و با مقادیر فعلی (و تاریخچه گذشته آن‌ها) از گرادیان تغییر شکل و تعداد مشخصی از متغیرهای داخلی بیان می‌شود. طبیعت متغیرهای داخلی ممکن است فیزیکی باشد و ساختار فیزیکی ماده را توصیف نماید. در تجربیات پدیده‌ای نیز می‌توان متغیرهای داخلی را تعیین نمود. با این حال آن‌ها کنترل پذیر و مشاهده پذیر نمی‌باشند. متغیرهای داخلی در حقیقت متغیرهای حالت مکانیکی (یا حرارتی یا حتی الکتریکی و شیمیایی) هستند که خواص ساختاری را در یک چارچوب ماکروسکوپی توصیف می‌کنند. به عنوان مثال می‌توان به جابجایی تلف کننده در مدل ویسکوالاستیک، آسیب، کرنش‌های غیر الاستیک، چگالی‌های نابجایی، نقص‌های نقطه‌ای و غیره اشاره نمود. بنابراین متغیرهای داخلی و خارجی به عنوان کمیت‌های ماکروسکوپی بدون ارجاع به خواص ریزساختاری ماده می‌باشند.

اساس روش توصیف خاصیت ویسکوالاستیک ماده بوسیله مفهوم متغیرهای داخلی، معادلات دیفرانسیل حاکم است که معادلات تکامل^۱ نامیده می‌شود. وجود حالت‌های نامتعادل که با زمان رشد یابند یک جنبه اساسی مواد غیر الاستیک می‌باشد. فرمول‌بندی عمومی شرایط حاکم بر معادلات تکامل توسط کولمن و گورتین^۲ بیان شده است [۱]. تئوری ساختاری ویسکوالاستیسیته در تغییر شکل‌های بزرگ که توسط کولمن و نول^۳ پیشنهاد گردید، یک پایه اساسی برای مدل‌سازی رفتار مواد وابسته به نرخ با رویکرد پدیده‌ای می‌باشد [۲ و ۳].

صورت‌های دیگری از تئوری کلی توسط پژوهشگران دیگر پیشنهاد گردید [۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹]. در این تئوری‌ها تنش به یک تنش تعادلی و یک تنش اضافی ناشی از گرانروی تفکیک می‌گردد. تنش تعادلی پاسخ ماده را در یک نرخ کرنش بسیار کند بیان می‌دارد. تنش مازاد به صورت انتگرالی بر روی تاریخچه کرنش بیان شده و یک تابع وارهدگی به عنوان معیاری برای حافظه ماده مشخص می‌گردد. تابع وارهدگی می‌تواند به صورت یک تابع نمایی بکار گرفته شود ولی در نظر گرفتن رفتار وارهدگی در زمان‌های بزرگ با استفاده از یک تابع نمایی محدودیت زیادی ایجاد می‌نماید. بنابراین می‌توان از مجموع تعدادی از توابع وارهدگی به صورت سری‌های پرونی^۴ استفاده نمود. در این روش پارامترهای زیادی به مدل اضافه می‌شوند که تخمین آن‌ها ممکن است بسیار مشکل باشد. راه حل دیگر استفاده از توابع وارهدگی فشرده است که تعداد محدودتری از پارامترها را در خود دارد. ولی این روش باید با داده‌های تست مورد ارزیابی قرار گیرد.

¹ Evolution equations

² Gurtin

³ Coleman and Noll

⁴ Prony Series