

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)  
دانشکده مهندسی عمران ومحیط زیست

پایان نامه کارشناسی ارشد  
(گرایش سازه)

عنوان

تحلیل دینامیکی سدهای بتنی قوسی  
به روش مودال وابسته در محدوده زمان

نگارش

امیرحسین کیوانی

استاد راهنما

دکتر وحید لطفی

پاییز ۸۶

بسمه تعالی

شماره:

تاریخ: ۸۶/۱۱/۳

فرم اطلاعات پایان نامه  
کارشناسی ارشد و دکترا



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

معاونت پژوهشی  
فرم پروژه تحصیلات تکمیلی

مشخصات دانشجو

نام و نام خانوادگی : امیرحسین کیوانی

شماره دانشجویی : ۸۴۱۲۴۰۰۸

دانشجوی آزاد

بورسیه

معادل

دانشکده : مهندسی عمران و محیط زیست

رشته تحصیلی: عمران - سازه

نام و نام خانوادگی استاد راهنما : دکتر وحید لطفی

عنوان به فارسی : تحلیل دینامیکی سدهای بتنی قوسی به روش مودال وابسته در محدوده زمان

عنوان به انگلیسی:

Dynamic analysis of concrete arch dams by coupled modal method in time domain

نظری

توسعه‌ای

بنیادی



کاربردی

نوع پروژه : کارشناسی ارشد

تعداد واحد : ۶ واحد

تاریخ شروع : ۸۵/۷/۱ تاریخ خاتمه : ۸۵/۸/۱۹

سازمان تامین کننده اعتبار :

واژگان کلیدی به فارسی: سد بتنی قوسی/ اندرکنش آب و سازه/ روش مودال وابسته/ روش زیرفضای شبه متقارن/ روش

لانکروز نامتقارن/ محدوده زمان/ مسأله مقدار ویژه نامتقارن

واژگان کلیدی به انگلیسی: **Coupled modal / Fluid-structure interaction Concrete arch dam:**

**/ Time / Unsymmetric Lanczos method / Pseudo symmetric subspace method approach**

**/ Unsymmetric eigenvalue problem domain**

نظرها و پیشنهادهای به منظور بهبود فعالیت پژوهشی دانشگاه:

استاد راهنما:

دانشجو:

تاریخ :

امضاء استاد راهنما:

نسخه ۱ : معاونت پژوهشی

نسخه ۲: کتابخانه و به انضمام دو جلد پایان نامه به منظور تسویه حساب با کتابخانه و مرکز اسناد و مدارک علمی

دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)  
دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست

پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان

تحلیل دینامیکی سدهای بتنی قوسی  
به روش مودال وابسته در محدوده زمان

نگارش

امیرحسین کیوانی

استاد راهنما

دکتر وحید لطفی

پاییز ۸۶





## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول
۱	۱-پیشگفتار
۲	۱-۱- پیشینه مطالعه
۴	۲-۱- گستره این مطالعه
۶	فصل دوم
۶	۲- معادلات حاکم بر سیستم سد- مخزن
۶	۱-۲- معادلات حاکم بر سد
۸	۲-۲- معادلات حاکم بر آب مخزن
۹	۱-۲-۲- شرایط مرزی آب مخزن
۱۱	۲-۲-۱- معادله حرکت دینامیکی آب مخزن
۱۲	۳-۱- معادلات اندرکنش سد و آب مخزن
۱۳	فصل سوم
۱۳	۳- روش مستقیم
۱۳	۱-۳- مقدمات روش مستقیم
۱۴	۳-۱-۱- روش نیومارک
۱۵	۳-۲- روش متقارن
۱۷	۳-۲-۲- روش شبه متقارن
۱۹	فصل چهارم
۱۹	۴- روش مودال
۱۹	۱-۴- کلیات روش مودال
۲۰	۳-۴- روش مودال غیروابسته
۲۳	۱-۲-۴- حل مسأله مقدار ویژه متقارن
۲۳	۱-۱-۲-۴- مقدمه
۲۴	۲-۱-۲-۴- روش زیر فضای متقارن
۲۵	۲-۴- روش مودال وابسته
۲۷	۱-۲-۴- حل مسأله مقدار ویژه نامتقارن
۲۷	۱-۱-۲-۴- مقدمه

- ۲۸ ..... ۲-۱-۲-۴- روش زیر فضای شبه متقارن
- ۳۳ ..... ۳-۱-۲-۴- رابطه بین بردارهای چپ و راست
- ۳۶ ..... ۴-۱-۲-۴- روش لانکروس دوطرفه (نامتقارن)

## ۴۲ ..... فصل پنجم

- ۴۲ ..... ۵- مدل‌های ساخته شده
- ۴۲ ..... ۱-۵- مقدمه
- ۴۲ ..... ۲-۵- مدل سد وزنی
- ۴۳ ..... ۱-۲-۵- مشخصات هندسی و مدل اجزای محدود
- ۴۴ ..... ۲-۲-۵- مشخصات مصالح
- ۴۴ ..... ۳-۲-۵- شتابنگاشت اعمال شده
- ۴۵ ..... ۳-۵- مدل سد قوسی
- ۴۵ ..... ۱-۳-۵- مشخصات هندسی و مدل اجزای محدود
- ۴۶ ..... ۲-۳-۵- مشخصات مصالح
- ۴۸ ..... ۲-۳-۵- شتابنگاشت مورد استفاده
- ۴۹ ..... ۴-۵- گامهای بارگذاری
- ۵۰ ..... ۵-۵- نامگذاری مدلها

## ۵۱ ..... فصل ششم

- ۵۱ ..... ۶- نتایج تحلیل‌ها
- ۵۱ ..... ۱-۶- مقدمه
- ۵۲ ..... ۲-۶- نتایج تحلیل استاتیکی سد وزنی Pine Flat
- ۵۳ ..... ۲-۶- نتایج تحلیل استاتیکی سد قوسی Morrow Point
- ۵۴ ..... ۳-۶- نتایج تحلیل دینامیکی سد وزنی
- ۵۴ ..... ۱-۳-۶- روش مستقیم
- ۵۶ ..... ۲-۳-۶- روش مودال غیروابسته (سد وزنی)
- ۵۸ ..... ۳-۳-۶- روش مودال وابسته (سد وزنی)
- ۶۲ ..... ۴-۳-۶- مقایسه میزان خطا
- ۶۳ ..... ۵-۳-۶- مقایسه بازده زمانی
- ۶۴ ..... ۴-۶- نتایج تحلیل دینامیکی سد قوسی
- ۶۶ ..... ۱-۴-۶- روش مستقیم
- ۶۹ ..... ۲-۴-۶- روش مودال غیروابسته (سد قوسی)
- ۷۶ ..... ۳-۴-۶- روش مودال وابسته (سد قوسی)
- ۸۴ ..... ۴-۴-۶- مقایسه بازده زمانی



فصل هفتم ..... ۸۸

۷- نتیجه گیری ..... ۸۸

۷-۱- مقدمه ..... ۸۸

۷-۲- نتایج تحلیل مستقیم ..... ۸۹

۷-۳- نتایج روش مودال غیروابسته ..... ۸۹

۷-۴- نتایج روش مودال وابسته ..... ۹۰

۷-۵- پیشنهادات ..... ۹۱

فهرست منابع ..... ۹۲

فهرست پیوست‌ها:

پیوست ۱.....	۹۵
نتایج تحلیل استاتیکی سد وزنی.....	۹۵
پیوست ۲.....	۹۸
نتایج تحلیل استاتیکی سد قوسی.....	۹۸
پیوست ۳.....	۱۰۳
تاریخچه زمانی جابجایی سد وزنی.....	۱۰۳
پیوست ۴.....	۱۱۲
کانتور پوش تنشهای کششی و فشاری سد وزنی.....	۱۱۲
پیوست ۵.....	۱۲۱
تاریخچه زمانی جابجایی سد قوسی.....	۱۲۱
پیوست ۷.....	۱۷۹
جداول جابجایی ماکزیمم سد قوسی مدل‌های M1 تا M6.....	۱۷۹
پیوست ۸.....	۱۸۲
جداول ماکزیمم تنشهای اصلی سد قوسی مدل‌های M1 تا M6.....	۱۸۲

## ۱- پیشگفتار

اهمیت سازه‌ها با توجه به معیارهای مختلف از جمله هزینه محاسبات، هزینه ساخت، کاربری سازه و... تعیین می‌شود. هر چقدر هزینه ساخت بیشتر باشد، باید وقت و زمان بیشتری برای محاسبات صرف گردد، تا در حد امکان سازه بهینه طراحی شود.

اولین سدهایی که توسط بشر ساخته شدند کاربردهای ذخیره و هدایت آب را برعهده داشتند. امروزه سدها مسئولیت‌های حیاتی تولید نیروی برق، آبیاری، تامین آب آشامیدنی و کنترل سیلاب را برعهده دارند که اهمیت بالای این سازه‌ها را از لحاظ کاربری نشان می‌دهد.

با توجه به اهمیت کاربری به عنوان شریان حیاتی و همچنین هزینه بالای ساخت به واسطه حجم زیاد عملیات، طراحی سدها باید با حداکثر دقت انجام گیرد و اثر عوامل مختلف بر روی آنها بررسی شود. از جمله عوامل موثر در ایمنی و رفتار سدها، پاسخ آنها در مقابل حرکت زمین (زلزله) می‌باشد. سیستم سد و مخزن که در معرض زلزله قوی قرار گرفته است، به دلایل مختلف از جمله، اندرکنش سد با آب مخزن، وجود درزهای بازشونده و یا کاویتاسیون آب، یک مکانیسم غیرخطی است، حتی اگر مصالح بتنی سد الاستیک باقی بماند. به همین دلیل در تحلیل سدها، احتساب اندرکنش با آب در

مقابل حرکت لرزه‌ای زمین ضروری است. با توجه به پیچیدگی‌های مسائل مربوط به اندرکنش، مطالعات گسترده‌ای در این زمینه به خصوص در رابطه با سدها انجام گرفته است که در اینجا به شکل خلاصه به آن اشاره می‌شود.

## ۱-۱- پیشینه مطالعه

تخمین اثر هیدرودینامیکی فشار آب بر سدهای بتنی برای اولین بار توسط وسترگارد (Westergaard) انجام شد. وی با فرض مخزن با مقطع مستطیلی و سد صلب که در معرض حرکت افقی زمین قرار داده شده بود، نتایج خود را ارائه داد. او در بدست آوردن معادلات خود ابتدا تراکم پذیری آب را در نظر گرفت ولی پس از حل معادله مخزن از آن صرف نظر نمود [۱].

با فرض آب تراکم ناپذیر، زنگار و هایفی (Haefei & Zangar) [۲] و سپس زینکوویچ و ناث (Nath & Zienkiewicz) [۳] با مدل‌های آزمایشی به طور تجربی فشار هیدرودینامیک را روی سد محاسبه کردند.

چاپرا (Chopra) در سال ۱۹۶۷ با حل یک مدل دو بعدی تحلیلی از سیستم با آب تراکم پذیر نشان داد که تراکم پذیری آب اثر قابل توجهی در پاسخ لرزه‌ای سدهای بتنی دارد [۴].

با گسترش استفاده از رایانه، استفاده از مدلسازی اجزای محدود افزایش یافت. بعدها، چاپرا و چاکرابارتی (Chakrabarti & Chopra) [۵] در سال ۱۹۷۳ و چاپرا و هال (Chopra & Hall) [۶] در سال ۱۹۸۲ و چاپرا و فنوس (Chopra & Fenves) [۷] در سال ۱۹۸۵ و لطفی و همکاران در سال ۱۹۸۷ این مسأله را در محدوده فرکانس با روش اجزای محدود مورد مطالعه قرار دادند [۸]. تحلیل اجزاء محدود در محدوده زمان توسط شاران (Sharan) [۹] در سال ۱۹۸۷ و تسای (Tsai) و همکاران [۱۰] در سال ۱۹۹۰ انجام گرفت. در تحلیل محدوده زمان محققان از شرایط مرزی انعکاسی برای انتهای دور و یا انتهای نزدیک استفاده کردند تا اثر امواج انعکاسی را در نظر بگیرند.

روش دیگر، برای تحلیل دینامیکی سدها روش جرم افزوده می‌باشد که به وسیله کو (Kuo) در سال ۱۹۸۲ مورد استفاده قرار گرفت. در این روش پاسخ خطی و یا غیرخطی اندرکنش سد و مخزن به وسیله اضافه کردن تعدادی جرم افزوده به معادله حرکت سد، تقریب زده شد [۱۱].

فرمولاسیون المان مرزی و روش‌های مشابه، به وسیله هومار و ژابلونسکی (Humar & Jablonski) [۱۲]، در سال ۱۹۸۸ و مدینا و دومینگوئز (Medina & Dominguez) [۱۳]، در سال ۱۹۸۹ در

محدوده فرکانس به کارگرفته شدند. وپت (Wept) و همکاران [۱۴] در سال ۱۹۸۸ و آتس و وان استورف (Antes & Von Estorff) [۱۵]، در سال ۱۹۸۷ از فرمولاسیون محدوده زمان به همراه المان مرزی استفاده کردند.

برای تحلیل خطی فرمولاسیون محدوده فرکانس ساده تر می باشد ولی برای منظور کردن اثر غیر خطی سازه باید از فرمولاسیون محدوده زمان استفاده شود. روشهای مشابه جرم افزوده می توانند برای آنالیز خطی و غیر خطی استفاده شوند. ولی برای مسائل ترک در سد مناسب نیستند [۱۶].

روش اجزای محدود برای گسسته سازی محیط مایع توسط سامرفیلد (Sommerfeld)، در سال ۱۹۴۹ با در نظر گرفتن شرط مرزی انعکاسی در انتهای دور بکار گرفته شد. لیکن با توجه به تقریب استفاده شده در انتقال مرز، نیاز به استفاده از تعداد قابل توجهی المان در تحلیل بود، که این باعث افزایش هزینه و زمان می شد [۱۷].

فرمولاسیون مستقیم المان مرزی ممکن است برای کاهش تعداد مجهولات به کار رود. ولی برای تحلیل در محدوده زمان، انتخاب بازه زمانی، ماتریسهای نامتقارن، حضور انتگرال پیچیده در فرمولاسیون که نیاز به حافظه وسیع و زمان زیاد برای محاسبه تاریخچه زمانی دارد، از معایب این روش هستند.

جذب امواج فشاری در کف و دیواره مخزن از عوامل مهم است که به طور قابل توجهی می تواند بر مقدار فشار هیدرودینامیک روی سد اثر گذار باشد. فنوس و چاپرا (Fenves & Chopra) در سال ۱۹۸۴ اثر مواد رسوبی ته نشین شده را در ته مخزن بر روی پاسخ سد تحقیق کردند. این مطالعه از روابط تقریبی برای شرایط مرزی که بتواند جذب انرژی را مدل کند، استفاده می کرد. آنها نتیجه گیری کردند که مواد رسوبی می توانند نقش مهمی را در پاسخهای سدهای بتنی وزنی ایفا کنند [۱۸]. لطفی و تسولاس (Tassoulas) در سال ۱۹۸۶ مواد رسوبی را به صورت ویسکوالاستیک خطی مدل کردند. تحلیل آنها با استفاده از اجزای محدود و با استفاده از المان نیمه بی نهایت بود که تمامی اندرکنشها به حساب آورده شد [۱۹]. مدینا (Medina) و همکاران در سال ۱۹۹۰ محاسباتی را با استفاده از روش المان مرزی انجام دادند و نتایج مشابهی با لطفی و تسولاس بدست آوردند [۲۰]. چنگ (Cheng) در سال ۱۹۸۶ اثر رسوبات پوروالاستیک را بر نیروهای هیدرودینامیکی سد صلب تحقیق کرد. این سد بر روی فونداسیون نیم صفحه ای ویسکوالاستیک قرار داشت [۲۱]. بوگاچا و تسولاس

(Bougacha & Tassoulas) در سال ۱۹۹۱، رسوبات را به صورت پوروالاستیک پیوسته مدل کردند [۲۲].

در سال ۱۹۸۶ فوک و چاپرا، (Fok & Chopra) اثر انعطاف پذیری پی و نیروهای هیدرودینامیک را برای سد بتنی قوسی در محدوده فرکانس بررسی کردند [۲۳]. تن و چاپرا (Tan & Chopra) در سال ۱۹۹۵ اثر اندرکنش سد- مخزن- فونداسیون را با در نظر گرفتن جرم و میرایی برای فونداسیون مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق ضرایب امیدانس فونداسیون برای چندین فرکانس انتخابی محاسبه شده و سپس، توسط توابع درجه سوم برای فرکانس‌های دیگر درونیابی شد [۲۴].

روش نوسانی تغییر مکان و فشار توسط قائمیان و قبارا (Ghobarah) در سال ۱۹۹۸، برای حل اندرکنش سد و مخزن در محدوده زمان ارائه شد. ایشان نشان دادند که روش نوسانی تغییر مکان حتی با در نظر گرفتن گام زمانی بزرگ، دارای جواب پایدار می‌باشد. همچنین نشان داده شد که زمان محاسبات در این روش نسبت به حل در محدوده فرکانس، کمتر می‌باشد [۱۶].

روش شبه متقارن در تحلیل به روش مستقیم در محدوده زمان توسط لطفی در سال (۲۰۰۲)، ارائه گردید. این روش از مزیت ذخیره سازی ماتریس‌ها به شکل متقارن بهره می‌برد و از شرایط مرزی سامرفیلد در انتهای مخزن استفاده گردیده است [۲۵].

## ۱-۲- گستره این مطالعه

هدف از این مطالعه به کارگیری یک روش مودال به شکل کاربردی و با بازده مناسب برای تحلیل دینامیکی سدهای قوسی در محدوده زمان می‌باشد. در روش مودال مسأله اندرکنش سد و آب مخزن منجر به یک مسأله مقدار ویژه نامتقارن می‌شود که پیدا نمودن شکل مودهای مربوط به آن جهت تحلیل مودال، با روش‌های معمول امکان‌پذیر نبوده و یا زمان زیادی را به خود اختصاص می‌دهد. از این رو در این پایان نامه سعی شده روشی عملی و با بازده مناسب برای این کار ارائه شود. به این منظور در فصل دوم ابتدا معادلات حاکم بر سیستم سد و مخزن ارائه شده سپس، در فصل سوم روش‌های مستقیم حل مسأله اندرکنش و تکنیک‌های مربوطه بیان شده و در فصل چهارم به توضیح روش‌های مودال وابسته و غیر وابسته پرداخته خواهد شد. در این فصل دو روش برای حل مسأله مقدار ویژه نامتقارن که در روش مودال وابسته با آن روبرو هستیم ارائه می‌گردد. به منظور آگاهی از کارایی روش‌های ارائه شده، مدل‌هایی شامل سد وزنی و سد قوسی ساخته شده است که با سه روش،

تحلیل بر روی این مدل‌ها انجام می‌گیرد. فصل پنجم به معرفی این مدل‌ها اختصاص دارد. فصل ششم مربوط به ارائه نتایج می‌باشد. در این فصل بین نتایج بدست آمده مقایسه صورت می‌گیرد و میزان کارایی روش مودال وابسته، بحث شده و در نهایت نتیجه گیری انجام خواهد شد.

## ۲- معادلات حاکم بر سیستم سد - مخزن

### ۱-۲- معادلات حاکم بر سد

بدنه بتنی سد از فرمولاسیون مربوط به محیط جامد پیروی می‌کند. معادله دیفرانسیل محیط جامد که همان رابطه کرنش-تغییر مکان می‌باشد با رابطه (۱-۲) نشان داده شده است. این رابطه با فرض تغییر مکان‌های کوچک بدست می‌آید. با فرض رفتار خطی در رابطه تنش و کرنش (رابطه ۲-۲) و استفاده از روش کار مجازی و گسسته سازی اجزای محدود، می‌توان معادله حرکت هر المان را از رابطه (۳-۲)-الف بدست آورد.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1-2)$$

$$\sigma = D\varepsilon \quad (2-2)$$

$$\mathbf{M}^e \ddot{\mathbf{U}}^e + \mathbf{C}^e \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{K}^e \mathbf{r} = \mathbf{0} \quad (3-2)\text{-الف}$$

رابطه (۳-۲)-الف، پس از سوار کردن کلیه المان‌های سد به شکل زیر در می‌آید:



$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}} + \mathbf{K}\mathbf{r} = 0 \quad (3-2)\text{-ب}$$

در روابط فوق،  $\dot{\mathbf{r}}$  و بردارهای جابجایی و سرعت نسبی و  $\ddot{\mathbf{U}}$  بردار شتاب مطلق می‌باشد.  $\mathbf{M}^e$ ،  $\mathbf{K}^e$  و  $\mathbf{C}^e$  به ترتیب ماتریس‌های سختی، جرم و میرایی هستند و با استفاده از روابط (2-4) تا (2-6) بدست می‌آیند.

$$\mathbf{K}^e = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv \quad (2-4)$$

$$\mathbf{M}^e = \int \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dv \quad (2-5)$$

$$\mathbf{C}^e = \alpha \mathbf{M}^e + \beta \mathbf{K}^e \quad (2-6)$$

$\mathbf{N}$  ماتریس توابع شکل،  $\rho$  چگالی بتن،  $\mathbf{B}$  ماتریس مبدل تغییر مکان به کرنش و  $\mathbf{D}$  ماتریس صلبیت هستند. رابطه استفاده شده برای میرایی، همان میرایی رایلی می‌باشد که مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  از رابطه زیر بدست می‌آیند.

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{pmatrix} \quad (2-7)$$

$\xi_i, \xi_j$  درصد میرایی بحرانی و  $\omega_i, \omega_j$ ، فرکانسهای طبیعی مربوطه می‌باشند.

در رابطه (2-3)ب، بردار شتاب مطلق توسط رابطه (2-8) به بردار شتاب نسبی مرتبط می‌شود.

$$\ddot{\mathbf{U}} = \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{J} \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (2-8)$$

$\ddot{\mathbf{r}}$  بردار شتاب نسبی و  $\ddot{\mathbf{u}}_g$  بردار شتاب زمین هستند. ماتریس  $\mathbf{J}$  که با رابطه (2-9) برای حالت سه بعدی تعریف می‌شود، ترکیب سه مولفه تحریک  $\ddot{\mathbf{u}}_g$  را میسر می‌سازد.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

با جایگزینی رابطه (2-8) در (2-3)ب معادله حرکت دینامیکی بدنه سد، برای تحریک شتاب پایه حاصل می‌گردد.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}} + \mathbf{K}\mathbf{r} = -\mathbf{M}\mathbf{J}\ddot{\mathbf{u}}_g \quad (2-10)$$

چنانچه اثر نیروهای خارجی دیگر مثل نیروی آب مخزن در نظر گرفته شود رابطه (2-10) به معادله (2-11) تبدیل می‌شود.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}} + \mathbf{K}\mathbf{r} = -\mathbf{M}\mathbf{J}\ddot{\mathbf{u}}_g + \mathbf{F}_w \quad (11-2)$$

$\mathbf{F}_w$  بردار نیروی خارجی وارد بر سازه می‌باشد.

## ۲-۲- معادلات حاکم بر آب مخزن

برای مدل‌سازی محیط آب، دو فرمولاسیون لاگرانژی و اولری وجود دارد. در رابطه سازی لاگرانژی، تغییر مکان‌های گرهی به عنوان درجات آزادی سیال تعریف می‌شوند. در فرمولاسیون اولری درجات آزادی فشار و یا پتانسیل سرعت برای سیال تعریف می‌شوند. در این مطالعه از درجات آزادی فشار برای محیط آب استفاده شده است [۲۶].

معادله دیفرانسیل حرکت آب مخزن، با فرض سیال تراکم پذیر، جریان غیر چرخشی و دامنه کوچک حرکت به شکل زیر می‌باشد:

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (12-2)$$

$c$ : سرعت انتشار موج در آب و  $p$  فشار هیدرودینامیک می‌باشد.

با بکارگیری روش باقی مانده وزن دار در مورد معادله (۱۲-۲) و گسسته سازی اجزای محدود با اعمال روش گالرکین (Galerkin)، رابطه (۱۳-۲) حاصل خواهد شد.

$$\int_V \left( \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial z} \right) dV \mathbf{P}^e + \frac{1}{c^2} \int_V \mathbf{N} \mathbf{N}^T dV \ddot{\mathbf{P}}^e = \oint_A \mathbf{N} \frac{\partial p}{\partial n} dA \quad (13-2)$$

در رابطه (۱۳-۲)،  $\mathbf{N}$  بردار توابع شکل و  $\mathbf{n}$  بردار عمود بر سطح به طرف بیرون می‌باشند. این رابطه به شکل کوتاه‌تر، با رابطه (۱۴-۲) نشان داده شده است.

$$\mathbf{H}^e \mathbf{P}^e + \frac{1}{c^2} \mathbf{G}^e \ddot{\mathbf{P}}^e = \mathbf{R}^e \quad (14-2)$$

که ماتریسهای  $\mathbf{H}^e$ ،  $\mathbf{G}^e$  و  $\mathbf{R}^e$  برای هر المان به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{H}^e = \int_V \left( \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial z} \right) dV \quad (15-2)$$

$$\mathbf{G}^e = \int_V \mathbf{N} \mathbf{N}^T dV \quad (16-2)$$

$$\mathbf{R}^e = \oint_A \mathbf{N}^T \frac{\partial p}{\partial n} dA \quad (17-2)$$

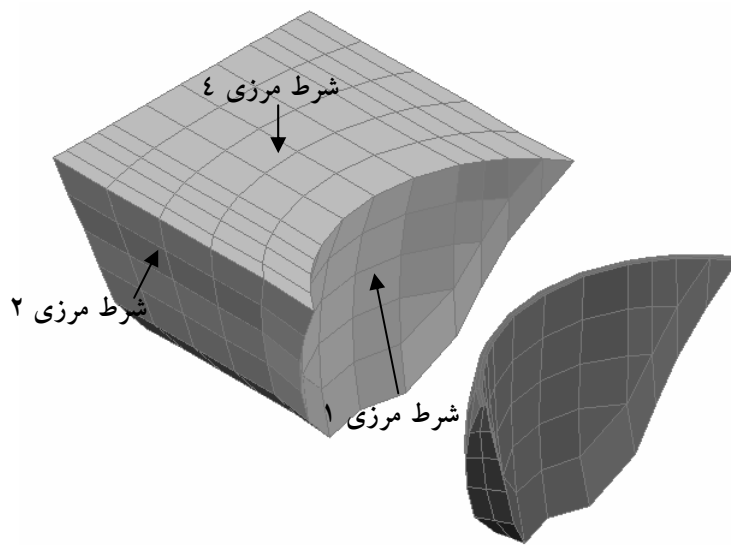
بردار نیروهای  $\mathbf{R}^e$  از انتگرال گیری روی سطوح مرزی بدست می‌آید. برای چهار شرط مرزی می‌توان آن را به صورت تفکیک شده برای هر شرط مرزی به شکل رابطه (۱۸-۲) نوشت.

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_4$$

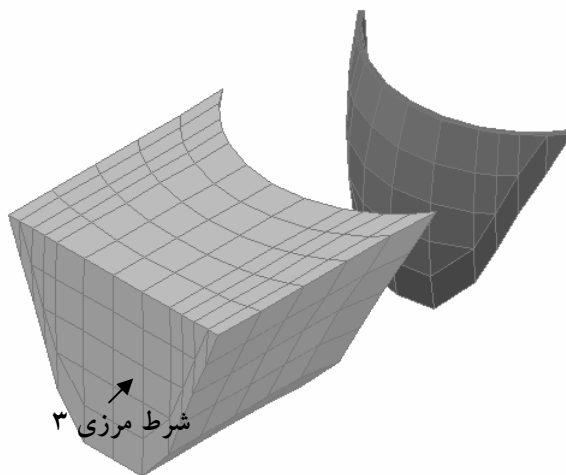
(۱۸-۲)

### ۱-۲-۲- شرایط مرزی آب مخزن

بر اساس رابطه (۱۷-۲)،  $\frac{\partial p}{\partial n}$  برای شرایط مرزی مختلف باید محاسبه گردد. شرایط مرزی مخزن در شکل‌های (۱-۲) و (۲-۲) نشان داده شده‌اند.



شکل (۱-۲): شرایط مرزی ۱ و ۲ و ۴



شکل (۲-۲): شرط مرزی ۳

• شرط مرزی سد و آب مخزن (۱)

هنگامی که سیال با جسم جامد تماس دارد، با صرف نظر کردن از تغییرات چگالی سیال می توان ثابت کرد که رابطه (۱۹-۲) برقرار است. این رابطه، شتاب های گرهی  $\ddot{u}_n^s$  در جهت عمود بر سطح بدنه سد را به گرادیان فشار در سطح مخزن مرتبط می سازد [۲۶].

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \ddot{u}_n^s \quad (19-2)$$

پس از جایگزینی (۱۹-۲) در (۱۷-۲) و گسسته سازی اجزای محدود، رابطه (۲۰-۲) حاصل می شود.

$$\mathbf{R}_1^e = -\rho \mathbf{B}^e \ddot{\mathbf{U}}^e \quad \text{الف-}(20-2)$$

$$\mathbf{B}^e = \int_A \mathbf{N} \mathbf{n}^T \mathbf{Q}^T dA \quad \text{ب-}(20-2)$$

ماتریس  $\mathbf{B}^e$  در این رابطه به ماتریس اندرکنش معروف است.  $\mathbf{Q}$  ماتریس توابع شکل المان های سد می باشد که در تماس با المان های آب هستند.  $\mathbf{n}$  بردار یکه نرمال به سمت بیرون المان های مخزن است.

• شرط مرزی کف و دیواره مخزن (۲)

این شرط مرزی در کف و دیواره مخزن اعمال می گردد. اثر امواج انکساری که به علت وجود محیط انعطاف پذیر در کف و دیواره مخزن به وجود می آیند در ترم دوم این رابطه لحاظ شده است.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho a_g^n - q \frac{\partial p}{\partial t} \quad (21-2)$$

در این رابطه  $\rho$  چگالی آب و  $q$  ضریب جذب امواج هیدرودینامیکی در کف و دیواره مخزن می باشد. رابطه  $q$  با نسبت امواج انکساری به دامنه امواج فشاری ( $\alpha$ ) به شکل زیر تعریف می شود.

$$\alpha = \frac{1-qc}{1+qc} \quad (22-2)$$

ضریب  $\alpha$ ، به صورت تئوری می تواند بین ۱- و ۱ تغییر کند. در عمل در نظر گرفتن  $\alpha$ ، بین ۰ و ۱، می تواند بخش عظیمی از مصالح موجود در کف مخزن را پوشش دهد.  $\alpha = 1$  ( $q = 0$ )، نشان دهنده پی کاملاً صلب و برای پی بسیار انعطاف پذیر  $\alpha = -1$  ( $q = \infty$ )، می باشد.

با جایگزینی رابطه (۲۱-۲) در (۱۷-۲) و گسسته سازی اجزای محدود خواهیم داشت: