بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه بیرجند

دانشکده علوم ریاضی و آمار

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته آمارریاضی

آزمون نسبت درستنمایی برای فرضیه‌های آماری در محیط فازی

استاد راهنما:

دکتر محسن عارفی

استاد مشاور:

دکتر محمد قاسم اکبری

نگارش:

شیما یوسفی

شهریور ۱۳۹۲

خدایا . . .

به من زیستنی عطا کن که در لحظه مرگ، بر بی‌ثمری لحظه‌ای که برای زیستن گذشته است، حسرت نخورم و مردنی عطا کن که بر بیهودگیش، سوگوار نباشم. بگذار تا آن را، خود انتخاب کنم، اما آنچنان که تو دوست داری.

تو می‌دانی و همه می‌دانند که شکنجه دیدن بخاطر تو، زندانی کشیدن بخاطر تو و رنج بردن به پای تو تنها لذت بزرگ زندگی من است، از شادی توست که من در دل می‌خندم، از امید رهایی توست که برق امید در چشمان خسته‌ام می‌درخشد و از خوشبختی توست که هوای پاک سعادت را در ریه‌هایم احساس می‌کنم. نمی‌توانم خوب حرف بزنم. نیروی شگفتی را که در زیر کلمات ساده و جمله‌های ضعیف و افتاده، پنهان کرده‌ام در یاب، در یاب.

تو می‌دانی و همه می‌دانند که زندگی از تحمیل لبخندی بر لبان من، از آوردن برق امیدی در نگاه من، از بر انگیختن موج شعفی در دل من، عاجز است. تو، چگونه زیستن را به من بیاموز، چگونه مردن را خود خواهم آموخت. به من توفیق تلاش در شکست، صبر در نومیدی، رفتن بی‌همراه، جهاد بی‌سلاح، کار بی‌پاداش، فداکاری در سکوت، دین بی‌دنیا، مذهب بی‌عوام، عظمت بی‌نام، خدمت بی‌نان، ایمان بی‌ریا، خوبی بی‌نمود، گستاخی بی‌خامی، قناعت بی‌غرور، عشق بی‌هوس، تنهایی در انبوه جمعیت و دوست داشتن بی‌آنکه دوست بداند، روزی کن.

اگر تنهاترین تنها شوم، باز خدا هست او جانشین همه نداشتن‌هاست.

سپاسگزاری

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند. و سلام و دورد بر محمّد و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان وامدار وجودشان است؛ و نفرین پیوسته بر دشمنان ایشان تا روز رستاخیز...

بر حسب وظیفه از پدر و مادر عزیزم، و خانواده گران قدرم که همواره بر کوتاهی و درشتی من، قلم عفو کشیده و کریمانه از کنار غفلت هایم گذشته اند و در تمام عرصه های زندگی یار و یاوری صبور برای من بوده اند؛ از استاد گرامیم جناب آقای دکتر محسن عارفی که زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتند؛ از دکتر محمد قاسم اکبری، که زحمت مشاوره این پروژه را متقبل شدند، از اساتید با کمالات و شایسته آقایان دکتر جواد اطمینان و دکتر محمد خراشادی زاده که در کمال سعه صدر زحمت داوری این تحقیق را متقبل شدند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

فهرست مطالب

لیست تصاویر

لیست جداول

نمادها و علائم اختصاری

آماره‌ی آزمون معمولی	$\lambda(\underline{x})$
آماره‌ی آزمون تحت داده‌های فازی	$\lambda(\underline{\tilde{x}})$
تابع آزمون	$\phi(\underline{x})$
تابع آزمون تحت داده‌های فازی	$\Phi(\underline{\tilde{x}})$
تابع درستنمایی	$L(\theta;\underline{x})$
تابع درستنمایی تحت داده‌های فازی	$L(\theta,\underline{\tilde{x}})$
تابع عضویت مجموعه فازی $\tilde{A}$	$\mu_{\tilde{A}}(x)$
خطای نوع اول	α
خطای نوع اول تحت داده‌های فازی	α_{Φ}
خطای نوع اول تحت فرضیه‌های فازی	α_{ϕ}
خطای نوع دوم	β
خطای نوع دوم تحت داده‌های فازی	β_{Φ}
خطای نوع دوم تحت فرضیه‌های فازی	β_{ϕ}
مجموعه مرجع	X
ناحیه بحرانی	CR
نمونه تصادفی فازی	$\underline{\tilde{X}} = (\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, ..., \tilde{X}_n)$

چکیده

آزمون فرضیه‌های آماری نقش مهمی در استنباط‌های آماری ایفا می‌کند. روش‌های کلاسیک، مبتنی بر مفروضاتی از قبیل دقیق بودن مشاهدات، فرضیات آزمون، پارامتر مجهول و . . . استوار است. ولی در جهان واقعی گاهی این مفروضات دقیق نیستند و باید برای فرمول‌بندی و صورت‌بندی در چنین شرایطی، نظریه‌های دیگری را مورد بررسی قرار داد. نظریه مجموعه‌های فازی ارائه شده توسط پروفسور لطفی عسکرزاده یک نظریه مناسب برای صورت‌بندی در چنین شرایطی است.

در این پایان‌نامه، موضوع آزمون نسبت درستنمایی در یک محیط فازی مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا، ابتدا شیوه‌های موجود برای آزمون نسبت درستنمایی در محیط فازی، برای آزمون فرضیه‌های فازی در فصل۲ و تحت داده‌های فازی در فصل ۳ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در فصل ۴، یک شیوه جدید برای آزمون فرضیه‌های فازی بر اساس آماره آزمون نسبت درستنمایی معرفی و بر اساس برخی مثال‌های کاربردی تشریح گردیده است. در نهایت، در فصل ۵ نیز یک شیوه جدید در آزمون نسبت درستنمایی، زمانی که هم فرضیه‌های مورد آزمون و هم داده‌های موجود فازی باشند، معرفی و بررسی گردیده است.

کلمات کلیدی: آزمون فرضیه، آزمون نسبت درستنمایی، آماره آزمون، فرضیه آماری، مجموعه فازی، عدد فازی.

پیشگفتار

در بسیاری از بررسی‌های آماری ممکن است مشاهدات، فرضیه‌های مورد آزمون یا پارامترهای مورد بررسی دقیق نباشند. در این موارد روش‌های آزمون فرضیه آماری در حالت کلاسیک، کارایی و اعتبار لازم را ندارند. نظریه مجموعه‌های فازی، یکی از نظریه‌هایی است که می‌تواند شیوه‌های مناسبی را برای صورت‌بندی و تحلیل مسائل آماری در حالت‌های نادقیق ارائه نماید.

آزمون فرضیه‌های آماری در محیط فازی توسط نویسندگان مختلفی و تحت شیوه‌های متفاوتی مورد بررسی قرار گرفته است. در زیر به برخی از این دیدگاه‌ها اشاره شده است. آزمون فرضیه‌های فازی تحت مشاهدات دقیق توسط آرنولد [۸، ۹] مورد مطالعه قرار گرفته است. آزمون فرضیه‌های فازی بر پایه لم نیمن-پیرسن تعمیم یافته تحت داده‌های دقیق توسط توسط طاهری و بهبودیان [۲۹] و تحت داده‌های فازی توسط ترابی و همکاران [۳۶] مورد مطالعه قرار گرفته است. شیوه آزمون فرضیه بر اساس $P-$ مقدار در یک محیط فازی توسط پرچمی و ماشین‌چی [۳] ، فیلزموزر و فیتل [۲۱] پرچمی و همکاران [۲۸] مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. آزمون فرضیه‌های فازی بر پایه تعریف نسبت درستنمایی توسط برخی از نویسندگان مورد بررسی و تشریح قرار گرفته است. یکی از این روش‌ها، توسط ترابی و بهبودیان [۳۷] برای فرضیه‌های فازی مورد بررسی قرار گرفته است. (همچنین، ترابی و شمشیری [۱]). دومین ایده در مورد تعمیم آزمون نسبت درستنمایی در محیط فازی توسط نجفی و همکاران [۲۷] مورد مطالعه قرار گرفته است. آنها آزمون نسبت درستنمایی را تحت نمونه‌های فازی برای فرضیه‌های آماری مورد بررسی قرار داده‌اند. آزمون فرضیه‌های آماری در یک محیط فازی بر اساس یک آماره آزمون فازی توسط برخی نویسندگان از جمله عارفی و طاهری [۶، ۱۰، ۱۱] ، باکلی [۱۴] و طاهری و عارفی [۳۲] مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است.

در این پایان‌نامه، آزمون نسبت درستنمایی در یک محیط فازی مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. مطالب این پایان‌نامه در ۵ فصل تنظیم گردیده است، که به صورت خلاصه به شرح زیر می‌باشند:

در فصل ۱، شرح مختصری از مفاهیم ضروری در نظریه مجموعه‌های فازی، آزمون نسبت درستنمایی در محیط دقیق و تاریخچه‌ای از آزمون فرضیه‌های آماری در محیط فازی مورد بررسی و تشریح قرار گرفته است.

در فصل ۲، آزمون نسبت درستنمایی برای فرضیه‌های فازی بر اساس دیدگاه ترابی و بهبودیان [۳۷]

مورد مطالعه قرار گرفته است. در این فصل، تابع آزمون و احتمال خطاهای نوع اول و دوم به صورت مناسب تعریف و با برخی مثال‌های کاربردی، مسئله مورد تشریح قرار گرفته است.

در فصل ۳، آزمون نسبت درستنمایی تحت داده‌های فازی بر اساس دیدگاه نجفی و همکاران [۲۷] مورد بررسی قرار گرفته است. در این فصل، ابتدا فضای نمونه‌ای فازی، داده فازی و نمونه تصادفی فازی تعریف می‌شوند و آنگاه مسئله‌ی آزمون نسبت درستنمایی برای فرضیه‌های آماری بر پایه‌ی داده‌های فازی بیان می‌گردد. در ادامه، احتمال خطاهای نوع اول و دوم به صورت مناسب تعریف می‌شوند.

در فصل ۴، یک شیوه جدید برای آزمون فرضیه‌های فازی بر اساس آماره آزمون نسبت درستنمایی مورد مطالعه قرار گرفته است. این شیوه بر پایه $\delta-$ برش (سطح تراز) فرضیه‌های فازی بنا گردیده است. همچنین، احتمال خطاهای نوع اول و دوم به صورت مناسبی تعریف شده‌اند. در ادامه، برخی مثال‌های کاربردی از آزمون فرضیه‌های فازی میانگین توزیع نرمال با واریانس معلوم و آزمون فرضیه فازی پارامتر نسبت در توزیع برنولی مورد بررسی و تشریح قرار گرفته است.

در فصل ۵، یک شیوه جدید در آزمون نسبت درستنمایی برای آزمون فرضیه‌های فازی بر اساس داده‌های فازی مورد مطالعه و تحقیق قرار گرفته است. در این شیوه، احتمال خطاهای نوع اول و دوم به صورتی مناسب تعریف می‌شوند و در پایان، مسئله آزمون فرضیه‌های فازی با چند مثال عملی، مورد بررسی و تشریح قرار گرفته است.

فصل ۱

مقدمه و مفاهیم اساسی

۱.۱ مفاهیم اولیه نظریه مجموعه‌های فازی

در این بخش به معرفی برخی مفاهیم ضروری و نماد گذاری‌های مورد استفاده در فصل‌های آینده پرداخته شده است. برای بررسی بیشتر به طاهری [۴، ۵]، باکلی [۱۵]، دوبوا و پراد [۲۰]، کلیر و فولگر [۲۴]، فیتل [۳۸] و زاده [۴۰، ۴۱] مراجعه نمایید.

در نظریه مجموعه‌های معمولی، مجموعه‌ها به صورت گردآیه‌ای معین از اشیاء تعریف می‌شوند. به عبارت دیگر هر مجموعه با یک ویژگی خوش تعریف مشخص می‌شود. اگر یک شیء دارای آن ویژگی باشد، عضو مجموعه‌ی متناظر است و اگر نباشد، عضو آن نیست. مثلاً، اگر مجموعه مرجع X، مجموعه اعداد حقیقی فرض شود و P ویژگی «بزرگتر از ده بودن» باشد، آنگاه P یک ویژگی خوش تعریف است که یک مجموعه مثلاً A با آن متناظر می‌شود. زیرا برای هر عدد از مجموعه اعداد حقیقی می‌توان با قاطعیت گفت که آیا آن عدد بزرگتر از ده است یا خیر؟ بنابراین عضو A است یا خیر؟

حال فرض کنید بخواهیم درباره‌ی آن دسته از اعداد صحبت کنیم که بزرگ هستند. در این جا با ویژگی بزرگ که ویژگی ناخوش تعریف و مبهم است، سرو کار داریم. این که چه اعدادی بزرگ هستند و چه اعدادی بزرگ نیستند، بسته به نظر افراد مختلف، فرق می‌کند. به عبارت دیگر عضویت و عدم

عضویت اعداد مختلف در گردآیه‌ای با ویژگی «بزرگ بودن» قطعی نیست. مثلاً ۱۰۰ عددی «بزرگ است» و عضو گردایه‌ی اعداد حقیقی بزرگ محسوب می‌شود؟ ۱۰۰۰ چطور؟

ویژگی بزرگ بودن برای اعداد حقیقی یک ویژگی دقیق و معین نیست و بنابراین جامه‌ی نظریه معمولی مجموعه‌ها، بر تن این مفهوم و مفاهیمی از این نوع راست نمی‌آید و این نظریه از صورت‌بندی این مفاهیم و ویژگی‌ها ناتوان است. از سوی دیگر بیشتر مفاهیم و ویژگی‌هایی که در زندگی روزمره و واقعی و نیز در شاخه‌های مختلف علوم با آنها سرو کار داریم، این گونه‌اند.

نظریه مجموعه‌های فازی یک قالب جدید ریاضی برای صورت‌بندی و تجزیه و تحلیل این مفاهیم و ویژگی‌هاست. این نظریه، یک تعمیم و گسترش طبیعی نظریه مجموعه‌های معمولی است، که موافق با زبان و فهم طبیعی انسان‌ها نیز می‌باشد. این نظریه اولین بار توسط پروفسور لطفی عسکر زاده [۴۰، ۴۱] دانشمند ایرانی و استاد دانشگاه برکلی آمریکا ارائه گردید.

همان طور که در بالا بیان شد، آنچه در مجموعه بودن اعداد بزرگ اشکال ایجاد می‌کند، معلوم نبودن عضویت یا عدم عضویت اعداد مختلف در گردآیه اعداد بزرگ است. مثلاً این که آیا ۱۰۰ عددی بزرگ است؟ ۱۰۰۰ چطور؟ و همین طور برای سایر اعداد.

بنا به پیشنهاد زاده [۴۰] مناسب است که به هر عدد از مجموعه اعداد حقیقی، عددی از بازه $[0,1]$ به عنوان درجه‌ی بزرگی آن عدد نسبت دهیم. هر چه آن عدد، بزرگتر باشد، عدد متناظر برای عضویت آن در A، مجموعه اعداد بزرگ، به یک نزدیکتر است و بر عکس. هر چه عدد مورد نظر کوچک بود، عدد مربوط به عضویت آن در A، به صفر نزدیکتر خواهد بود. به این ترتیب به جای آنکه بگوییم عدد ۱۰۰۰ بزرگ است یا بزرگ نیست، می‌گوییم درجه‌ی بزرگی آن مثلاً ، ۰/۷ است. به عبارت دیگر به جای آنکه بگوییم عدد ۱۰۰۰ عضو A هست یا نیست، می‌گوییم با درجه عضویت ۰/۷ عضو مجموعه A است.

پس باید برای هر عدد از مجموعه اعداد حقیقی ، عددی از $I=[0,1]$ را به عنوان درجه میزان عضویت و تعلق در A نسبت دهیم. یعنی یک تابع در نظر بگیریم که قلمرو آن مجموعه اعداد حقیقی و برد آن I باشد. واضح است که اساس کار، چیزی جز گسترش مفهوم تابع نشانگر نیست.

فرض کنید X، یک مجموعه مرجع دلخواه باشد. تابع نشانگر هر زیر مجموعه معمولی A از X، یک تابع از X به $I=\{0,1\}$ است که اینگونه تعریف می‌شود.

$$\mathcal{X}_A(x)=\begin{cases} 1 & x\in A, \\ 0 & x\notin A. \end{cases}$$

حال، اگر برد تابع نشانگر را ازمجموعه دو عضوی $\{۰, ۱\}$ به بازه $[۰, ۱]$ توسعه دهیم، یک تابع عضویت خواهیم داشت که به هر x از X، عددی را ازبازه $[۰, ۱]$ نسبت می‌دهد. برای تمایز یک مجموعه معمولی از یک مجموعه فازی، از علامت $\sim$ در بالای آن استفاده می‌شود. تابع عضویت مجموعه فازی $\tilde{A}$ را با نماد $\mu_{\tilde{A}}(x)$ و یا به طور مختصر به صورت $\tilde{A}(x)$ نمایش می‌دهیم.

تعریف ۱.۱ مجموعه فازی $\tilde{A}$ از مجموعه مرجع X به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) : x \in X\}.$$

که $\mu_{\tilde{A}}(x) : X \to [۰, ۱]$ تابع عضویت x در $\tilde{A}$ است.

مثال ۱.۱ فرض کنید مجموعه مرجع به صورت $X = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ باشد. می‌خواهیم یک مجموعه فازی تعریف کنیم که اعضای آن ویژگی «کوچک بودن» را داشته باشند. برای مدل‌سازی این مجموعه کافی است تابع عضویت مجموعه فازی را مشخص کنیم. تعیین این تابع بستگی به نظر تصمیم گیرنده دارد. مثلاً یک تابع عضویت برای مدل‌سازی این مفهوم به صورت زیر است:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} ۱ & x = ۱ \\ ۰/۶ & x = ۲ \\ ۰/۳ & x = ۳ \\ ۰/۱ & x = ۴ \\ ۰ & x = ۵ \end{cases}$$

مجموعه فازی $\tilde{A}$ را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

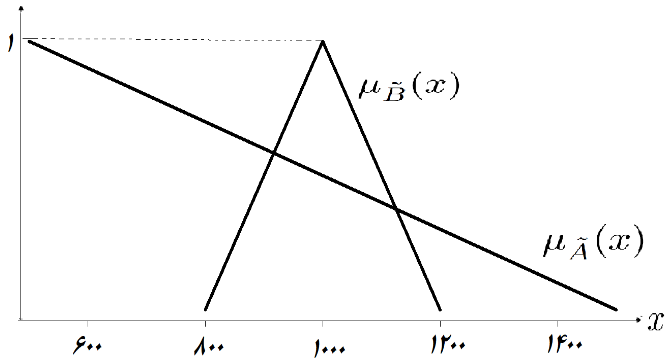
$$\tilde{A} = \left\{\frac{۱}{۱}, \frac{۰/۶}{۲}, \frac{۰/۳}{۳}, \frac{۰/۱}{۴}, \frac{۰}{۵}\right\}$$

برای مثال $\mu_{\tilde{A}}(۲) = ۰/۶$ بدین معنی است که از نظر تصمیم گیرنده عدد ۲ به اندازه ۰/۶ به مجموعه فازی اعداد کوچک تعلق دارد.

تذکر ۱.۱ تعریف تابع عضویت یک مجموعه فازی بستگی به نظر فرد تصمیم گیرنده دارد. در تعیین تابع عضویت یک مجموعه فازی، جنبه‌های ذهنی و شخصی بسیار موثر هستند. لذا می‌توان توابع عضویت مختلفی را برای مجموعه فازی که بیانگر یک ویژگی فازی باشد، تصور کرد.

مثال ۲.۱ (طاهری و ماشین‌چی [۵]) فرض کنید $X = [0, \infty)$ مجموعه مقادیر ممکن طول عمر یک نوع لامپ (برحسب ساعت) باشد. مجموعه فازی $\tilde{A}$ توصیف کننده طول عمر کم و مجموعه فازی $\tilde{B}$ توصیف کننده طول عمر حدوداً ۱۰۰۰ را می‌توان با تابع عضویت زیر تعریف کرد.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{1500 - x}{1500} & 0 < x < 1500, \\ \\ 0 & \text{سایر موارد}, \end{cases} \qquad \mu_{\tilde{B}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 800}{200} & 800 \leq x < 1000, \\ \\ \dfrac{1200 - x}{200} & 1000 \leq x < 1200. \end{cases}$$



شکل ۱.۱: نمودار توابع عضویت مجموعه‌های فازی در مثال ۲.۱

تعریف ۲.۱ فرض کنید X یک مجموعه مرجع و $\tilde{A}$ یک مجموعه فازی از آن باشد. مجموعه نقاطی از X که برای آن نقاط $\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$، تکیه گاه $\tilde{A}$ نامیده شده و با $supp(\tilde{A})$ نشان داده می‌شود. همچنین مقدار $M = \sup_x \mu_{\tilde{A}}(x)$ ارتفاع مجموعه $\tilde{A}$ نامیده می‌شود. اگر ارتفاع مجموعه فازی برابر یک باشد، $\tilde{A}$ نرمال نامیده می‌شود. در غیر این صورت زیرنرمال گوییم.

تعریف ۳.۱ مجموعه (معمولی) از X که درجه عضویت آنها در مجموعه فازی $\tilde{A}$، حداقل به بزرگی α باشد، α - برش $\tilde{A}$ (مجموعه تراز α ام $\tilde{A}$) گوییم و با $\tilde{A}[\alpha]$ نشان می‌دهیم، یعنی:

$$\tilde{A}\,[\alpha] = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}, \qquad\qquad 0 < \alpha \leqslant 1.$$

تعریف ۴.۱ عدد فازی : یک عدد فازی $\tilde{N}$، یک مجموعه فازی از اعداد حقیقی R است که در دو شرط زیر صدق می‌کند:

الف - $\tilde{N}$ نرمال و تک نمایی باشد. یعنی یک و دقیقاً یک $x_0 \in R$ وجود داشته باشد که $\mu_{\tilde{N}}(x_0) = 1$،

ب - به ازای هر $0 < \alpha \leqslant 1$ ، α - برش مجموعه فازی $\tilde{N}$، یک فاصله بسته و کراندار باشد.

تعریف ۵.۱ عدد فازی $\tilde{A}$ را یک عدد فازی LR نامند، اگر تابع عضویت آن به صورت زیر باشد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L(\frac{m-x}{\alpha}) & x \leq m, \\ \\ R(\frac{x-m}{\beta}) & x > m. \end{cases}$$

که در آن L و R توابعی غیر صعودی از R^+ به $[۰,۱]$ هستند و $L(۰) = R(۰) = ۱$. یک عدد فازی LR را با نماد $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ نشان می‌دهیم. عدد m را مقدار نمایی (میانه) و اعداد مثبت α و β را به ترتیب پهنای چپ و پهنای راست $\tilde{A}$ می‌نامیم. L و R توابع مرجع (شکل) نامیده می‌شوند.

تعریف ۶.۱ فرض کنید $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$. در این صورت

الف) $\tilde{A}$ را یک عدد فازی مثلثی نامیده و با $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_T$ نشان می‌دهیم، اگر

$$R(x) = L(x) = \max\{۰, ۱ - x\} = \begin{cases} ۱ - x & ۰ \leq x \leq ۱, \\ \\ ۰ & \text{سایر موارد} . \end{cases}$$

ب) $\tilde{A}$ را یک عدد فازی نرمال نامیده و با $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_N$ نشان می‌دهیم اگر $L(x) = e^{-x^۲}$.

پ) $\tilde{A}$ را یک عدد فازی سهموی نامیده و با $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_p$ نشان می‌دهیم اگر

$$R(x) = L(x) = \max\{۰, ۱ - x^۲\} = \begin{cases} ۱ - x^۲ & ۰ \leq x \leq ۱, \\ \\ ۰ & \text{سایر موارد} . \end{cases}$$

مثال ۳.۱ فرض کنید برای عدد فازی $\tilde{M}$، $L(x) = R(x) = e^{-x^۲}$ و $m = ۰$ و $\alpha = \beta = ۱$ در این صورت

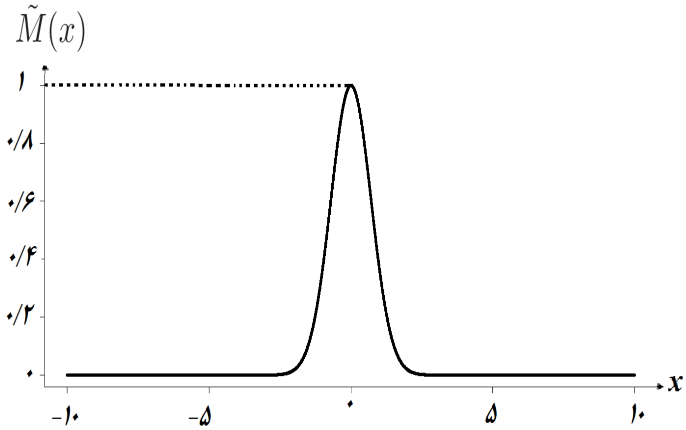
$$\tilde{M}(x) = e^{-x^۲} \quad \forall x \in R,$$

نمودار تابع عضویت عدد فازی نرمال متقارن $\tilde{M}$، که می‌توان آن را یک عدد فازی «تقریباً صفر» نامید، در شکل ۲.۱ رسم شده است.

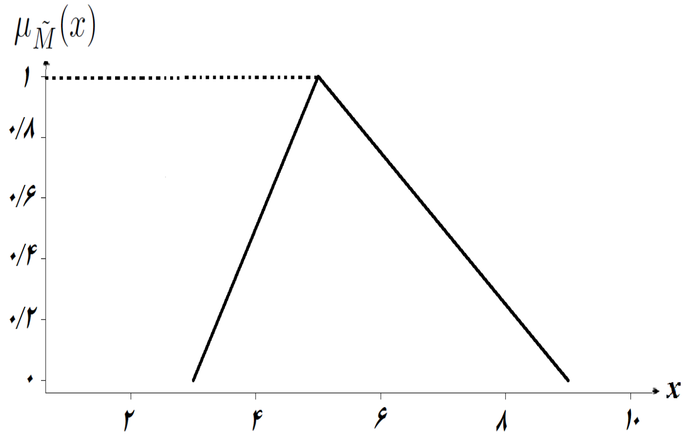
مثال ۴.۱ فرض کنید برای عدد فازی متقارن $\tilde{M}$، $L(x) = R(x) = \max\{۰, ۱ - x\}$ ، $\alpha = ۲, m = ۵$ و $\beta = ۴$. در این صورت

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} L(\frac{۵-x}{۲}) & ۳ \leq x < ۵, \\ \\ R(\frac{x-۵}{۴}) & ۵ \leq x < ۹, \\ ۰ & \text{سایر موارد}. \end{cases} = \begin{cases} \frac{x-۳}{۲} & ۳ \leq x < ۵, \\ \\ \frac{۹-x}{۴} & ۵ \leq x < ۹. \\ ۰ & \text{سایر موارد}. \end{cases}$$

نمودار تابع عضویت عدد فازی مثلثی $\tilde{M}$ که می‌توان آن را تعبیری برای «تقریباً ۵» در نظر گرفت، در شکل ۳.۱ رسم شده است.



شکل ۲.۱: نمودار تابع عضویت عدد فازی نرمال تقریباً صفر در مثال ۳.۱



شکل ۳.۱: نمودار تابع عضویت عدد فازی مثلثی تقریباً ۵ در مثال۴.۱

۲.۱ تاریخچه‌ای از آزمون فرضیه‌های آماری در محیط فازی

در بسیاری از بررسی‌های آماری ممکن است مشاهدات، فرضیه‌های مورد آزمون یا پارامترهای مورد بررسی دقیق نباشند. در این موارد، روش‌های آزمون فرضیه آماری در حالت کلاسیک کارایی و اعتبار لازم را ندارند. نظریه مجموعه‌های فازی شیوه‌های مناسبی را برای صورت‌بندی و تحلیل مسائل آماری در این حالت‌های نادقیق پیشنهاد می‌کند. آزمون فرضیه در موارد زیر می‌تواند در محیط فازی مورد بررسی و ارزیابی قرار گیرد:

الف) فرضیه‌های مورد بررسی فازی باشند.