
بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده : فیزیک

گروه : هسته‌ای

بررسی فرمیون‌های دیراک در حضور و غیاب میدان مغناطیسی در فضای جابجایی و ناجابجایی

دانشجو :

زهرا درخشانی

اساتید راهنما :

دکتر حسن حسن آبادی

دکتر نسرین صالحی

پایان نامه کارشناسی ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ماه ۱۳۹۳

پیوست شماره ۲

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : فیزیک

گروه : هسته‌ای

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای/ خانم زهرا درخشانی

تحت عنوان: بررسی فرمیون‌های دیراک در حضور و غیاب میدان مغناطیسی درفضای جابجایی و ناجابجایی

در تاریخ .... توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مـدرک کارشناسـی ارشـد مـورد ارزیابی و با درجه .... مورد پذیرش قرار گرفت.

اساتید راهنما	امضاء	اساتید مشاور	امضاء
نام و نام خانوادگی :	**حسن حسن آبادی**	نام و نام خانوادگی :	
نام و نام خانوادگی :	**نسرین صالحی**	نام و نام خانوادگی :	

اساتید داور	امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء
نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :	
نام و نام خانوادگی :			
نام و نام خانوادگی :			
نام و نام خانوادگی :			

با درود فراوان به روح پر فتوح پدر بزرگوارم...

تقدیم به

مادرم، دریای بی‌کران فداکاری و عشق که وجودم برایش همه رنج است و وجودش برایم همه مهر...

و تقدیم به خواهر و برادر عزیزم

تشکر و قدردانی

شکر شایان نثار ایزد منان که توفیق را رفیق راهم ساخت تا این پایان نامه را به پایان برسانم. از خدای خویش سپاسگزارم که افتخار شاگردی استاد گرانقدر و دلسوزی را نصیبم ساخت که سراسر نمونه‌ی علم و تلاش، اخلاق و راستی بودند و در تمام مراحل این پایان نامه باعث انگیزه و قوت قلبی من بوده‌اند و همواره از راهنمایی‌هایشان بهره بردم.

از زحمات و راهنمایی‌های بی‌شائبه‌ی سرکار خانم دکتر صالحی بسیار سپاسگزارم. همچنین از اساتید بزرگوارم جناب آقای پروفسور رجبی و جناب آقای دکتر سوهانی که علاوه بر افتخار شاگردی در محضر ایشان، زحمت داوری و نقد و بررسی این اثر را بر عهده داشتند صمیمانه سپاسگزارم. از خانواده عزیزم که همیشه همراه و حامی من در تمام مسیر زندگی بوده‌اند تشکر می‌نمایم.

و در آخر از دوستان عزیزم سرکار خانم سرگلزایی پور و اصغری که همواره در طول تحصیل در کنارم بودند، سپاسگزارم.

تعهد نامه

اینجانب زهرا درخشانی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک – هسته‌ای دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه : بررسی فرمیون های دیراک در حضور و غیاب میدان مغناطیسی در فضای جابجایی و ناجابجایی تحت راهنمائی دکتر حسن حسن آبادی و دکتر نسرین صالحی متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ ۱۳۹۳/۰۶/۲۲

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- ***کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.***
- ***استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.***

چکیده :

در بحث پیدایش نظریه‌ی ناجابجایی باید بیان کرد که در ابتدا تداخل دو موج فرابنفش- مادون قرمز از نظر ریاضی یکی از مشکلات مکانیک کوانتومی معمولی بود. برای تصحیح و رفع این تداخل، ایده‌ی جدیدی به نام مکانیک کوانتومی ناجابجایی مطرح شد که توسط چندین نفر مورد بررسی قرار گرفت. این مبحث درسال ۱۹۳۰ توسط هایزنبرگ[۱] ارائه شده است و سپس بطور موفقیت‌آمیزی توسط پائولی[۲] و پیرلز[۳] تأیید شد. در سال ۱۹۳۳، پیرلز درباره‌ی کاربرد مکانیک کوانتومی مربوط به یک ذره در میدان مغناطیسی ثابت، کار کرد و اسنایدر[۴] در سال ۱۹۴۶ ایده‌ی مکانیک کوانتومی ناجابجایی را مطرح کرد که طی آن با استفاده از روابط جدید تداخل دو موج فرابنفش- مادون قرمز برطرف شد. در این پایان‌نامه ابتدا ساختار جابجایی و ناجابجایی و کاربردهای آن مورد بررسی قرار گرفت. سپس خواص گرمایی فرمیون‌هایی با اسپین ۱/۲ در فضای جابجایی و ناجابجایی با عملگرهای کایرال را به دست می‌آوریم. همچنین خواص گرمایی ذرات غیرنسبیتی در حضور میدان مغناطیسی در فضای جابجایی و ناجابجایی را به دست می‌آوریم. با حل معادله‌ی شرودینگر ویژه‌مقادیر انرژی را به دست می‌آوریم. همچنین معادله‌ی شرودینگر در دو فضای جابجایی و ناجابجایی بررسی شد و تحول زمانی سیستم نیز در دو فضای جابجایی و ناجابجایی مورد بررسی قرار گرفت.

کلمات کلیدی : فرمیون، فضای جابجایی، فضای ناجابجایی، معادله‌ی دیراک، معادله‌ی شرودینگر، خواص گرمایی

۱- Heisenberg

۲- Pauli

۳- Peierls

۴ -Snyder

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه:

۱. The study of spin-۱/۲ fermions in noncommutative formalism, H. Hassanabadi, Z. Derakhshani, N. Salehi and S. Zarrinkamar, Eur. Phys. J. Plus (۲۰۱٤) ۱۲۹: ٤٥

فهرست مطالب

فهرست اشکال

فهرست جداول

فصل اول

معرفی ساختار جابجایی و ناجابجایی و کاربردهای آن

۱-۱- مقدمه

در فیزیک و ریاضیات، معادلات فضا – زمان به معادلاتی گفته می‌شود که زمان و مکان را به صورت ساختاری واحد و در هم پیوسته با یکدیگر ترکیب کند. در فضا – زمان، سه بعد فضا و یک بعد زمان در هم ادغام می‌شوند و یک محیط پیوسته چهاربعدی را ایجاد می‌کنند. با ترکیب فضا و زمان و ایجاد یک محیط خمیده[۱] (منیفلد) واحد، فیزیکدان‌ها توانسته‌اند تئوری‌های فیزیک را هم در سطح کیهانی و هم در بعد اتمی ساده‌سازی کنند. عبارت فضا – زمان به عنوان یک مفهوم عمومی فراتر از رویدادهای فضا – زمان در ۳+۱ بعد معمولی در نظر گرفته می‌شود، عبارت فضا – زمان واقعاً ترکیبی از مکان و زمان است.

۱-۲ - اصل عدم قطعیت

در این بخش ابتدا اصل عدم قطعیت را عنوان می‌کنیم و سپس پیدایش مفهوم ناجابجایی را در آن نمایش می‌دهیم.

اصل عدم قطعیت از نظر ریاضی به این معنی است که ریشه متوسط مربع انحرافات از مقدار متوسط مکان $\Delta X=\sqrt{\left\langle (X-\langle X\rangle)^2\right\rangle}$ با ضرب در ریشه متوسط مربع انحرافات تکانه از مقدار متوسطش $\Delta P=\sqrt{\left\langle (p-\langle p\rangle)^2\right\rangle}$ ، هیچگاه نمی‌تواند از کسر ثابتی از ثابت پلانک کوچکتر باشد :

$$\Delta x\,\Delta p\geq\frac{\hbar}{۲} \qquad (۱-۱)$$

بزرگترین خاصیت در این اصل این است که مکان و تکانه در عمل ضرب ناجابجایی هم هستند. رابطه‌ی جابجایی آنها به صورت زیر است :

$$[X\,,P]=XP-PX=i\hbar \qquad (۱-۲)$$

در نهایت در سال ۱۹۲۶ متوجه شدند که ناجابجایی اشاره به اصل عدم قطعیت دارد.

[۱] -Manifold

۱-۳ - مکانیک کوانتومی جابجایی

در توصیف مکانیک کوانتومی که از فرمولبندی دیراک استفاده می‌شود، یک سری روابط بنیادی به نام روابط جابجایی کانونیک وجود دارد که در توصیف آن لازم و ضروری هستند. از طرف دیگر، چون نظریه ی کوانتومی نسبت به نظریه‌ی کلاسیک کامل تر است همانطور که هندسه‌ی دیفرانسیل کلاسیکی با هندسه‌ی ناجابجایی قابل قیاس است که هرگاه ثابت پلانک $\hbar$ ، به سمت صفر میل می‌کند که در اینصورت نظریه‌ی کامل تر مکانیک کوانتومی به نظریه‌ی پواسون تبدیل می‌گردد.

۱-۳-۱- روابط جابجایی کانونیک

روابط جابجایی در فضای فاز مسطح (کلاسیک) را در مکانیک کوانتومی می‌توان با استفاده از جبر هایزنبرگ استاندارد با مختصات تعمیم یافته x و p توصیف کرد[۱] :

$$[x_i, x_j] = 0\ , \qquad [p_i, p_j] = 0\ , \qquad [x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij} \tag{۱-۳}$$

که این روابط پایه‌های مکانیک کوانتومی را تشکیل می‌دهند و پل آدرین موریس دیراک آنها را شرایط بنیادی کوانتوم نامیده است و آنها را روابط جابجایی کانونیک یا روابط جابجایی بنیادی هم می‌نامند. در سال ۱۹۲۵ دیراک مشاهده کرد که روابط مکانیک کوانتومی را می‌توان از روابط کلاسیکی متناظر آنها به دست آورد. این کار با جایگزینی کروشه‌های پواسون روابط جابجایی به صورت روابط زیر در می‌آیند :

$$[\ ,\ ]_{classical} \rightarrow \frac{[\ ,\ ]}{i\hbar}$$

که این کروشه‌های پواسون کلاسیکی برای توابعی از qها و p ها به صورت زیر بیان می‌شوند :

$$[A(q,p), B(q,p)] \equiv \sum_s \left(\frac{\partial A}{\partial q_s}\frac{\partial B}{\partial p_s} - \frac{\partial A}{\partial p_s}\frac{\partial B}{\partial q_s} \right) \tag{۱-۴}$$

روابط جابجایی در مکانیک کلاسیک، به صورت زیر هستند :

$$[x_i, p_j]_{classical} = \delta_{ij} \tag{۱-۵}$$

پس اختلاف بین روابط جابجایی کلاسیک و کوانتوم ریشه در عامل $i\hbar$ دارد.

۱-۴- ایده‌ی مکانیک کوانتومی ناجابجایی

اولین بار ایده‌ی ناجابجایی در فیزیک از طریق مکانیک کوانتومی مطرح شده است که در آن مکان و تکانه مختلف $\hat{x},\hat{p}$ رابطه‌ی جابجایی هایزنبرگ $[\hat{x},\hat{p}]=i\delta_{ij}$ را برقرار می‌کنند که نتیجه‌ای از عدم قطعیت است. ون نویمن[۱] کسی بود که اولین بار به توصیف چنین فضایی توسط " هندسه بی‌بعد" پرداخت. در این روش جبر نویمن فرمولبندی شد و منجر به هندسه‌ی ناجابجایی شد. در ریاضی فیزیک، نظریه‌ی میدان کوانتومی ناجابجایی یکی از کاربردهای ریاضیات ناجابجایی در فضا - زمان نظریه میدان کوانتومی می‌باشد که نتیجه‌ای از هندسه‌ی ناجابجایی است.

۱-۵- تاریخچه‌ی مکانیک کوانتومی جبر ناجابجایی

یکی از شاخه‌های ریاضیات در رابطه با روش هندسی مربوط به جبر ناجابجایی هندسه‌ی ناجابجایی[۲] (NCG) است که برخی با عنوان "هندسه‌ی بی‌بعد" و یا " هندسه‌ی کوانتومی " مطرح می‌کنند. جبر ناجابجایی، جبر شرکت پذیر است که در آن ضرب، خاصیت جابجایی ندارد، یعنی اینکه XY همیشه با YX برابر نیستند. ریاضیدان فرانسوی آلن کن[۳]، یکی از افرادی است که در جهت پیشروی هندسه‌ی ناجابجایی نقش داشته است. آلن کن در سال ۱۹۸۲ در زمینه‌ی ریاضی به سبب کشف هندسه‌ی ناجابجایی برنده جایزه‌ی نوبل فیلدز (Fields) شد. کاربرد هندسه‌ی ناجابجایی در ریاضی فیزیک را می‌توان به عنوان برخی از برنامه‌های کاربردی در فیزیک ذرات در مدل‌های استاندارد ناجابجایی و نظریه‌ی میدان کوانتومی ناجابجایی نام برد. افزایش توجه به هندسه‌ی ناجابجایی در فیزیک، پس از نقش آن در

[۱]- Von Neumann

[۲]- Noncommutative geometry

[۳]- Alain Connes

نظریه -M در سال ۱۹۹۷ پایه‌گذاری شده است. این هندسه اولین بار توسط ویتن[1] در مطالعات "ریسمان باز " ارائه شد. در ابتدا تداخل امواج فرابنفش- مادون قرمز از نظر ریاضی یکی از مشکلات مکانیک کوانتومی معمولی بود. سپس برای تصحیح و رفع این مشکل، اولین بار اسنایدر در سال ۱۹۴۶ ایده‌ی مکانیک کوانتومی ناجابجایی را مطرح کرد که طی آن با استفاده از روابط جدید در این فضا این تداخل برطرف شد[۲]. این مبحث در قبل، درسال ۱۹۳۰ توسط هایزنبرگ ارائه شده است و سپس بطور موفقیت‌آمیزی توسط پائولی و پیرلز [۳] تأیید شد. در سال ۱۹۳۳، پیرلز درباره‌ی کاربرد مکانیک کوانتومی مربوط به یک ذره در میدان مغناطیسی ثابت کار کرد و در سال ۱۹۴۷، اسنایدر به بررسی مختصات ناجابجایی روی فضا- زمان درباره‌ی جداسازی طیف فرابنفش- مادون قرمز پرداخت که در نظریه‌ی میدان کوانتومی به آن رسیدند و ناقض ناوردایی لورنتس نبود و این یکی از شواهد نسبیتی ناجابجایی است[۲].

۱-۶- مفاهیم مکانیک کوانتومی ناجابجایی در جبر ناجابجایی

در فضای ناجابجایی مختصات x_μ و p^μ را با عملگرهای $\hat{x}^\mu$ و $\hat{p}^\mu$ جابجا می‌کنیم که در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند :

$$[\hat{x}_\mu,\hat{x}_\nu]=i\theta_{\mu\nu}, \quad [\hat{x}_\mu,\hat{p}_\nu]=i\hbar\delta_{\mu\nu}, \quad [\hat{p}_\mu,\hat{p}_\nu]=0 \qquad (۶-۱)$$

که در آن اندیس یونانی μ,ν را به جای i, j قرار دادیم و مقادیر آن به ازای ۰ تا ۲ هستند. برای آنکه ویژگی یکانی و فیزیکی از بین نروند، لازم است که $\theta^{\cdot\mu}=0$ را در نظر بگیریم. در دو بعد عنصر ماتریس نامتقارن ثابت، $\theta_{\mu\nu}$ را می‌توان به صورت $\theta_{\mu\nu}=\varepsilon_{\mu\nu}\theta$ نوشت. θ موسوم به پارامتر ناجابجایی در مختصات فضا - فضاست. در فضا - زمان دو بعدی $\theta_{\mu\nu}\propto\varepsilon_{\mu\nu}$ است. پس هنگامی که وارد فضای ناجابجایی می‌شویم روابط جابجایی بین عملگرهای مکان و تکانه در فضای مکانیک کوانتومی معمولی تغییر کرده و به شکل روابط (۱-۶) تبدیل می‌شوند و در این فضای جدید به جای عملگرهای

---

[1] - Witten

$\hat{x}$ و $\hat{p}$ ، شکل تعمیم‌یافته‌ی آنها را قرار می‌دهیم. نظریه‌ی میدان ناجابجایی از نظریه‌ی میدان جابجایی با جابجاکردن عمل حاصلضرب معمولی در میدان با ضرب ستاره در میدان ساخته شده است. به عنوان مثال، برای معادله‌ی شرودینگر در فضای ناجابجایی از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند :

$$H(x,p)*\psi = E\psi \qquad (۷-۱)$$

که در آن $H(x,p)$ هامیلتونین معمولی است و در مکانیک کوانتومی با اعمال ضرب ستاره یا ضرب مویال ویل و با قرار دادن تغییر باپ[۱] در معادله‌ی مورد نظر با ضرب فضای معمولی جایگزین می‌شود یعنی $H(\hat{x},\hat{p})$ به جای $H(x,p)$ که از رابطه‌ی زیر پیروی می‌کند :

$$H(\hat{x}^{\mu},\hat{p}^{\nu}) = H(x^{\mu} - \frac{۱}{۲}\theta\varepsilon^{\mu\nu}p^{\nu}, p^{\mu}) \qquad (۸-۱)$$

که x^{μ}, p^{μ} مختصات مکان و تکانه تعمیم یافته در مکانیک کوانتومی معمولی می‌باشد. بنابراین رابطه‌ی فوق، فضای جابجایی را تعریف می‌کند و اثرات ناشی از ناجابجایی در جملاتی که شامل پارامتر θ هستند وارد می‌شود. در نتیجه باید عملگرهای تغییر باپ را اعمال کنیم تا این قضیه اتفاق بیفتد. در ادامه ضرب ستاره بین دو میدان در فضای ناجابجایی را تعریف می‌کنیم.

۱-۷- معرفی ضرب مویال- ویل[۲] در فضای ناجابجایی

اولین بار در سال ۱۹۲۷ در ریاضیات توسط ج. انریکو مویال[۳]، ضرب مویال مطرح شد[۴]. یکی از ویژگی-های ضرب ستاره (ضرب مویال – ویل)، شرکت‌پذیری آن است. فرم کلی ضرب ستاره به صورت زیر است :

$$(f*g)(x) = f(x)\,g(x)\; e^{\frac{i}{۲}\theta^{\mu\nu}\partial_{\mu}f\partial_{\nu}g + O(\theta^{۲})} + O(\theta^{۲}) \qquad (۹-۱)$$

---

۱ Bopp shift

۲- Moyal – Weyl product

۳- Jose Enrique Moyal

که دیفرانسیل و مشتق مکانی در دو میدان f و g رابیان می‌کند. فرم انتگرالی ضرب ستاره مویال به صورت زیر است :

$$(f*g)(x)=\iint f(x')g(x'')e^{\frac{i}{۲}\theta^{ij}dx'dx''} \qquad (۱۰-۱)$$

که ضرب ستاره در فضای ناجابجایی به صورت زیر است :

$$*=e^{(i\theta(\overleftarrow{\partial}_{x_i}\overrightarrow{\partial}_{x_j}-\overleftarrow{\partial}_{x_j}\overrightarrow{\partial}_{x_i})/۲)} \qquad (۱۱-۱)$$

برای ضرب بین توابع در فضای ناجابجایی(ضرب مویال ویل)، بسط زیر را داریم :

$$\begin{aligned}(f*g)(x)&=e^{\frac{i}{۲}\theta^{ij}\frac{\partial}{\partial\xi^i}\frac{\partial}{\partial\varsigma^i}}f(x+\xi)\,g(x+\varsigma)\Big|_{\xi=\varsigma=۰}=\\ e^{(\frac{i}{۲}\theta^{\mu\nu}\partial_{x^\mu}\partial_{x^\nu})f(x^\mu)g(x^\nu)}&=f(x)\,g(x)+\frac{i}{۲}\theta^{\mu\nu}\partial_\mu f(x)\partial_\nu\,g(x)+O(\theta^۲)\end{aligned} \qquad (۱۲-۱)$$

ضرب را می‌توان با "تغییر باپ"، جایگزین کرد که بعد از اعمال این تغییر اثر ایجاد شده توسط ناجابجایی فضا - فضا را می‌توان در فضای جابجایی محاسبه کرد که به صورت زیر است :

$$\begin{aligned}&x\to x-\frac{۱}{۲}\theta p_y \quad , \quad y\to y+\frac{۱}{۲}\theta p_x\\ &p_x\to p_x+\frac{۱}{۲}\theta y \quad , \quad p_y\to p_y-\frac{۱}{۲}\theta x\end{aligned} \qquad (۱۳-۱)$$

همانگونه که در بخش قبل اشاره کردیم وقتی وارد فضای ناجابجایی می‌شویم، عملگرهای $\hat{x}$ و $\hat{y}$ و $\hat{p}_x$ و $\hat{p}_y$، به شکل تعمیم یافته‌ی خود که در رابطه‌ی (۱−۱۳) نشان داده شده است، تبدیل شده که شامل پارامتر ناجابجایی θ هستند و مشابه با ضرب مویال در این روابط مشتق نسبت به مؤلفه‌های توابع در آن مشاهده می‌شود.

۱-۸- کاربردهای مکانیک کوانتومی ناجابجایی

یک تعمیم ممکن از نظریه‌ی ناجابجایی، در نظریه‌ی ریسمان پیشنهاد شده است [۵]، و توجهات زیادی را در فضا - زمان ناجابجایی به خود جلب نموده است[۶]. با وجود اینکه تعدادی از بررسی‌های مفاهیم فیزیکی ناجابجایی در مکانیک کوانتومی و سیستم‌های چندذره‌ای[۱] مکانیک کوانتومی بوده است [۷,۸,۹,۱۰] و الکترودینامیک کوانتومی[۲] [۱۱,۱۲,۱۳] و مدل استاندارد[۳] [۱۴] و کیهان شناسی[۴] [۱۵,۱۶] و درک کاربردهای فیزیکی ناجابجایی هنوز در ابتدای راه است و هنوز مورد بحث است [۱۷].

این ایده که مختصات فضا - زمان جابجا می‌شوند، کاملاً قدیمی است[۲] و توسط بسیاری از نویسندگان هم در زمینه‌ی ریاضی و هم در دیدگاه فیزیکی مورد مطالعه قرار گرفته است. توضیح فلسفی و نظریه‌ی یانگ – میلز[۵] بر اساس ناجابجایی در یکی از منابع ارائه شده است[۱۸]. در کوانتش کانونیک برای گذار از حالت کلاسیک به حالت کوانتومی، کروشه‌ی پواسون در کلاسیک به جابجاگرهای کوانتومی تبدیل می‌شود[۱۹]. هندسه‌ی ناجابجایی، هندسه‌ی فضاهای کوانتومی را مورد مطالعه قرار می‌دهد.

۱-۹- اهمیت کاربرد ناجابجایی در گرافن

گرافن ماده‌ای در قرن ۲۱ است و به طور ذاتی یک تک‌لایه‌ی هموار از اتم‌های کربن است که در یک شبکه‌ی شش گوشه‌ی دوبعدی فشرده شده است. در ابتدا گرافن ناشناخته بود و در سال ۲۰۰۴ بررسی شد[۲۰]. از طرف دیگر الکترون‌ها در گرافن مانند فوتون‌ها یا دیگر ذرات فرانسبیتی با یک سرعت وابسته به انرژی V_F که به طور تقریبی ۳۰۰ برابر کوچکتر از سرعت نور است، حرکت می‌کنند[۲۱]. رفتار کوانتومی آنها در معادلات شرودینگر و دیراک نشان داده می‌شود [۲۲,۲۳]. به هر حال ارتباط با فیزیک

۱- Many Body Systems

۲- Quantum Electrodynamics

۳- Standard Model

۴- Cosmology

۵- Yang - Mills

نسبیتی عمیق‌تر از آن است، زیرا هامیلتونی برای ذرات دیراک را به صورت $H = V_F\, \vec{p}.\vec{\sigma}$ که $\vec{p} = \hbar k$ اندازه حرکت ذرات و $\vec{\sigma}$ ماتریس‌های اسپین پائولی هستند[۲۱] و این معادله‌ی دیراک برای ذرات نسبیتی بدون جرم با طیف انرژی خطی در دو بعد است. وقتی که الکترون‌ها در سیستم‌های دوبعدی محبوس می‌شوند، در دماهای پایین و میدان مغناطیسی قوی عمود اثرات کوانتومی هال مشاهده می‌شود و این نشانه برای اثرات کوانتومی برای الکترون‌ها در دوبعد و در کنار یک میدان مغناطیسی قوی توسط شوبنیکوو[۱] و دهاس[۲] در سال ۱۹۳۰ پیدا شد. گرافن در چند سال اخیر به عنوان یک سیستم الکترونی دوبعدی با کیفیت بالا با کاربردهای مفید و علمی است. گرافن در دو نوع تک لایه و چندلایه وجود دارد که بسیار جالب و پرکاربرد هستند. بررسی علمی این ماده به‌گونه‌ای مورد توجه قرار گرفت که منجر به تحقیقاتی توسط آندره گیم[۳] و کنستانتیم نووسلوو[۴] شد که موفق به دریافت جایزه‌ی نوبل فیزیک در سال ۲۰۱۰ شدند.

۱-۱۰-کاربرد در نیروهای واندروالس و اثر فوتوالکتریک

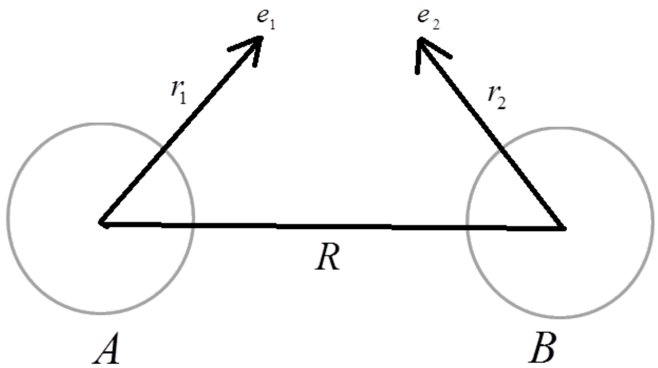
می‌توان به عنوان یکی از کابردهای ناجابجایی نیروهای واندروالس و اثرفوتوالکتریک را بین دو اتم هیدروژن در فضای جابجایی و ناجابجایی بررسی کرد[۲۴]. فرض کنیم که دو هسته از دو اتم در فضایی به فاصله‌ی جدایی R، مطابق شکل ۱-۱ قرار گرفته‌اند و محور z را موازی با خط بین آنها انتخاب می-کنیم. r_1 فاصله برداری الکترون اول از هسته A و r_2 اختلاف مکان الکترون دوم از هسته B است.

[۱]- Shubnikov

[۲]- Dehass

[۳]- Andre Geim

[۴]- Konstantim Novoselov



شکل ۱-۱ نمایش دو هسته و الکترون‌هایشان و نیروی واندروالس بین آنها.

پس هامیلتونی برای دو الکترون به صورت زیر است :

$$\begin{aligned} H^{c} &= H^{0} + H'^{c} \\ H^{0} &= -\frac{\hbar^{2}}{2m}(\nabla_{1}^{2}+\nabla_{2}^{2}) - \frac{e^{2}}{r_{1}} - \frac{e^{2}}{r_{2}} \\ H'^{c} &= \frac{e^{2}}{R} + \frac{e^{2}}{r_{12}} - \frac{e^{2}}{r_{1B}} - \frac{e^{2}}{r_{2A}} \end{aligned} \qquad (۱۴-۱)$$

و در فضای ناجابجایی این هامیلتونی بین دو اتم هیدروژن به صورت زیر تبدیل می‌شود :

$$H^{NC} = H^{0} + H'^{C} + H'^{NC} = H^{0} + H'^{C} + H_{1}'^{NC} + H_{2}'^{NC} \qquad (۱۵-۱)$$

و اما اثر فوتوالکتریک که همان کنده شدن یک الکترون از یک اتم وقتی که اتم در میدان تابشی قرار گرفته است. هامیلتونی در فضای جابجایی به صورت زیر در می‌آید :

$$H'^{C} = \frac{e}{2mc} e^{ik.r}\, e^{-i\omega t}\, A_{0} . p \qquad (۱۶-۱)$$

که در فضای ناجابجایی این هامیلتونی به شکل زیر در می‌آید :

$$H'^{NC} = \frac{e}{2mc} e^{ik.(r-\frac{1}{4\hbar} p\times\theta)}\, e^{-i\omega t}\, A_{0} . p \qquad (۱۷-۱)$$

که p اندازه حرکت و k بردار موج $k^{2}=\frac{\omega^{2}}{c^{2}}$ و r بردار مکان و A_{0} پتانسیل برداری در نقطه‌ی اولیه است.