

سلافة الأضواء



دانشگاه شهید بهشتی
دانشکده‌ی ادبیات و علوم انسانی

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

موضوع:

معنا و خاستگاه لوجیسیم فرگه

(به عنوان نفی شهود کانتی در تبیین مبانی علم حساب)

استاد راهنما:

دکتر احمد مسگری

استاد مشاور:

دکتر حسین واله

۱۳۸۹ / ۲ / ۲۲

م. اطلاعات مدرک علمی پژوهش
تست مدرک

نگارش:

حسین عزتی

بهمن ۸۸

۱۴۲۲۲۵

بسم الله خدا

جله دفاع از رساله داکیو آنجا
با حضور استاد اصناف اساتید

آقای حسین عزیزی

دانشگاه

شاهد در دادگاه

۱۸ ۱۱ ۱۴

۱۹۱۲۵۰۲۵

دانشگاه

شاهد در دادگاه

دانشگاه

شاهد در دادگاه

دانشگاه

شاهد در دادگاه

دانشگاه

شاهد در دادگاه

دانشگاه

شاهد در دادگاه

دانشگاه

شاهد در دادگاه

دانشگاه

شاهد در دادگاه

دانشگاه

شاهد در دادگاه

دانشگاه

شاهد در دادگاه

دانشگاه

شاهد در دادگاه

به پدر و مادرم:

برای

چشمان نگرانشان.

و به: خاطره‌ی استاد از دست رفته، دکتر سهراب علوی نیا.

پاسکزاری:

بر خود تکلیف می‌دانم که از استاد بزرگوارم، جناب آقای دکتر احمد مسکری که با صبوری و باریک بینی بی نظیرشان،

ساعاتی طولانی را صرف تدقیق این سیاه مشق ما نموده اند صمیمانه پاسکزاری کنم. همچنین هدیه های بصیرت بخش

جناب آقای دکتر حسین واله، شوق نوشتن را در من شمیمت کرد.

زندگی شان سرشار از شادی باد.

چکیده

فرگه مکرراً در آثار خود به تمایز میان امر منطقی و امر روانشناختی توصیه می‌کند. این اولین قاعده‌ی او در کتاب مبانی حساب است. خلط میان معنا و رویدادهای ذهنی انفسی، مهمترین مصداق خلط امر روانشناختی با امر منطقی است. نظریه‌ی معنا همچون ایده‌ی روانشناختی، منجر به وضع «معیارهای غیر اقلیدسی دقت» شد. چارچوب معیارهای غیراقلیدسی دقت، یقین روانشناختی را بالاترین درجه‌ی «دقت» تلقی می‌کرد. در این چارچوب، «شهود»، به عنوان مبنای توجیه گزاره‌های ریاضی، مورد قبول قرار گرفت. در برهان ترکیبی [= اثبات شهودی] توجیه گزاره، بر «تصور جزئی» استوار است. سطره‌ی اثبات‌های شهودی بر ریاضیات، منجر به بروز پارادوکس‌هایی در حسابان شد. برای خروج از بحران در مبانی ریاضیات، ریاضیدانان قرن ۱۹، رو به تدقیق حسابان آوردند. «تدقیق حسابان»، جنبشی بود برای بازگشت به چارچوب معیارهای اقلیدسی دقت و پیراستن حسابان از شهود و همچنین سازمان دادن قضایای آن در این چارچوب تازه. نقطه‌ی اوج جنبش تدقیق حسابان برنامه‌ی تقلیل‌گرایانه‌ی «حسابی کردن آنالیز» بود که هدف آن تقلیل آنالیز به حساب اعداد طبیعی بود. لوجیسیم در متن بازگشت به معیارهای اقلیدسی دقت ظهور کرد. از این منظر برنامه‌ی لوجیسیم نفی شهود محض به عنوان مبنای توجیه گزاره‌های حساب است. لوجیسیم در ادامه‌ی منطقی برنامه‌ی حسابی کردن آنالیز، برنامه‌ی تقلیل حساب به منطق است. در واقع لوجیسیم برنامه‌ی اثبات تحلیلی [= مفهومی] تمام گزاره‌های حساب است. در برهان تحلیلی، توجیه، تنها بر مفهوم [یعنی تعریف] استوار است. اما در چارچوب مفهوم-شهود کانت، تنها گزاره‌هایی قابل اثبات مفهومی هستند که مفهوم محمول، مندرج در مفهوم موضوع باشد. لذا به نظر کانت گزاره‌های حساب نمی‌توانند اثبات استنتاجی [= مفهومی] شوند و تنها قابل اثبات شهودی و بنابراین ترکیبی هستند. استقرار لوجیسیم مستلزم بسط معنای «تحلیلیت» است به نحوی که گزاره‌های حساب هم قابل اثبات مفهومی شوند. این امر تنها در پرتو انقلابی در تلقی کانتی از مفهوم امکان دارد. قلب این انقلاب، چرخش از رویکرد روانشناختی به رویکرد منطقی است. کانت اعتبار برهان استنتاجی [= برهان تحلیلی] را بر حسب «اندراج» و «تحلیل مفهومی» تعریف می‌کند که اموری روانشناختی و انفسی هستند. فرگه در مخالفت با او، اعتبار برهان استنتاجی را بر حسب «محتوای مفهومی» تعریف می‌کند که امری منطقی و عینی است. «محتوای مفهومی»، محتوای منطقی گزاره است. فرگه «محتوای مفهومی» را برای اشاره به «اندیشه» و «ارزش جمله» به کار می‌برد. به این ترتیب طرح مباحث سمانتیک برای تحقق برنامه‌ی لوجیسیم وی ضروری است.

کلیدواژه‌ها: لوجیسیم، مفهوم، شهود، معنی، مرجع، توجیه، محتوای مفهومی، معیارهای اقلیدسی دقت.

فهرست

۱	مقدمه
۸	بخش اول. تدقیق حسابان: بازگشت به معیارهای اقلیدسی دقت
۹	فصل اول. وضع معیارهای غیر اقلیدسی دقت
۱۳	نظریه روانشناختی معنا، زیربنای روش اثبات شهودی
۲۲	فصل دوم. روش اثبات شهودی و بحران در مبانی
۲۳	روش فلوکسیونها
۲۸	تحلیل اثبات شهودی در روش فلوکسیونها
۳۳	نادقیق بودن حسابان
۳۷	فصل سوم. بازگشت به معیارهای اقلیدسی دقت
۳۹	بی اعتباری شهود
۴۲	تدقیق حسابان
۴۶	بخش دو. جدال مفهوم و شهود
۴۷	فصل اول. چارچوب مفهوم-شهود
۴۹	احکام مفهوم بنیاد و احکام شهود بنیاد
۵۴	برهان استنتاجی و اثبات شهودی
۵۷	فصل دوم. تحلیل فلسفی اثبات شهودی
۶۳	نقد فرگه بر شهودی بودن حساب
۷۲	فصل سوم. بسط معنای تحلیلیت

۸۱	بخش سوم. لوجیسیزم
۸۲	فصل اول. مفهوم نگاشت
۸۷	فصل دوم. انقلاب در نظریه‌ی مفهوم
۹۳	فصل سوم. استقراء ریاضی
۱۰۰	فصل چهارم. تعریف منطقی اعداد ۰ و ۱
۱۱۰	فصل پنجم. معنای لوجیسیزم
۱۲۱	فصل ششم. فرجام لوجیسیزم
۱۲۴	خاتمه و نتیجه‌گیری
۱۲۷	واژه‌نامه‌ی توصیفی
۱۳۰	ضمیمه‌ی شماره یک. نامه راسل
۱۳۱	ضمیمه‌ی شماره دو: بخش دو مفهوم نگاشت به زبان منطق نمادین رایج
۱۳۹	فهرست منابع فارسی که در متن ارجاع داده شده‌اند
۱۴۰	فهرست منابع انگلیسی که در متن ارجاع داده شده‌اند
۱۴۳	فهرست منابع فارسی که به طور غیر مستقیم استفاده شده‌اند
۱۴۴	فهرست منابع انگلیسی که به طور غیر مستقیم استفاده شده‌اند

مقدمه

هیچ گاه نباید به دنبال معنای واژه‌ای به تنهایی گشت، بلکه آنرا تنها باید در متن یک گزاره جستجو کرد^۱

معرفت ریاضی با خصوصیات اعجاب انگیزش، همیشه معمایی برای فیلسوفان بوده است. یقین در ساحت نظر و موفقیت در ساحت عمل، ریاضیات را به جایگاه ویژه‌ای در چشم فیلسوفان رسانید. این مسئله، بعضی فیلسوفان عصر جدید را به این طمع انداخت که اگر روش ریاضیات مورد تقلید قرار گیرد، می‌توان در علوم دیگر و علی‌الخصوص در مابعدالطبیعه، که همیشه صحنه‌ی جدالهای تمام ناشدنی بود، به همان یقین در نظر و شاید موفقیت در عمل رسید. به قول کانت در «سنجش خرد ناب»: «پیروزی بزرگی که خرد به میانجی ریاضیات به چنگ می‌آورد، سراسر طبیعتاً این گمان را بر می‌انگیزد که، گر چه نه خود ریاضیات، ولی با اینهمه روش ریاضی، بیرون از حیطه‌ی چندی‌ها نیز می‌تواند موفقیت حاصل کند»^۲. فیلسوفانی همچون دکارت، به این امر همت گماشتند. دکارت سعی داشت تا با کشف ماهیت روش علم ریاضی و بکار بردن آن روش در مابعدالطبیعه و علوم دیگر، بتواند به پایه‌ی محکمی در مابعدالطبیعه و بالتبع در سایر علوم برسد. این نگرش، در عمل شکست خورد و نشان داده شد اطلاق روش ریاضی در حوزه‌های دیگر، ناکارآمد است. باز توجهات به روش ریاضی جلب شد، اما این بار پرسش‌هایی در باب محدودیت‌های آن مطرح شد. یعنی چرا روش ریاضی در حوزه‌ی ریاضیات کاربرد دارد

1. Frege, Gottlob. *The Foundations of Arithmetic*. trans by J. Austin, M.A, p.X.

توضیح: این جمله از کتاب «مبانی حساب» با نقل به مضمون به شکل انشایی درآمده است. در ادامه عین عبارت فرگه را خواهیم آورد.

۲. کانت، ایمانوئل، سنجش خرد ناب، ترجمه میر شمس الدین ادیب سلطانی، انتشارات امیر کبیر، ۱۳۶۲. (A724/B752)

اما در بیرون از این قلمرو یا در بعضی از قلمروهای دیگر محکوم به شکست است.^۱ در ارتباط با تعیین ماهیت روش ریاضی، قبل از فرگه، مهمترین و منسجم ترین تبیین را در کار کانت می‌یابیم. تبیین او از ریاضیات به طور خلاصه این است که احکام ریاضی، ترکیبی پیشین هستند. کتاب «سنجش خرد ناب» به حل این مسئله متمرکز شد که چگونه چنین حکمی ممکن است؟ کانت پاسخ را در **شهود محض** یافت و روش ریاضی به عنوان روشی مبتنی بر **شهود** تبیین شد. اما هرچه به قرن بیستم نزدیک‌تر می‌شویم، تبیین فلاسفه از ماهیت ریاضیات رفته رفته تغییر می‌یابد، تا جایی که ریاضیات در نگاه فرمالیست‌ها به صورت قواعد و نمادهای تعبیر ناشده در می‌آید.

موضوع تحقیق ما در این رساله، نگرش فیلسوفان درباب ماهیت توجیه ریاضی^۲ در یکی از مراحل تحول آن یعنی **لوجیسیم**^۳ است. ما تلاش داریم در این رساله، معنا و علل ظهور لوجیسیم فرگه را در ارتباط با زمینه‌ای که در آن تولد یافته بررسی کنیم. فرگه در مقدمه‌ی کتاب «مبانی علم حساب»، به اصل متن^۴ اشاره می‌کند که در پژوهش خود به آن پایبند است.^۵ ما هم به تبعیت از فرگه، این اصل را محترم می‌شماریم و خود را ملزم می‌کنیم که هرگز از **معنای لوجیسیم فرگه**، به تنهایی سؤال نکنیم و آن را در زمینه‌ای که در آن متولد شده بررسی کنیم. بررسی **لوجیسیم فرگه** به تنهایی، فارغ از متنی که در آن ظهور یافته است باعث می‌شود بسیاری مسائل اساسی در ارتباط با آن، نادیده گرفته شده یا سوء تعبیر شوند.

۱. به عنوان مثال لاک و کانت هر دو این پرسش را به نحوی مطرح می‌کنند. لاک معتقد است که به کاربردن روش ریاضی تنها در برخی از حوزه‌های غیر ریاضی مانند اخلاق، منجر به معرفت یقینی می‌شود. اما در نظر کانت کاربرد روش ریاضی از این هم محدودتر می‌شود. برای اطلاعات بیشتر رجوع کنید به :

Carson, Emily. "Lock and Kant on Mathematical Knowledge" in Intuition and the Axiomatic Method. Springer, 2006. p.3.

2. Mathematical Justification

3. Logicism

4. Context Principle

۵. «هیچ‌گاه به دنبال معنای واژه‌ای به تنهایی نگردم، بلکه آنرا تنها در متن یک گزاره جستجو کنم».

اگر چه گوتلوب فرگه (۱۸۴۸-۱۹۲۵) را عموماً پدر فلسفه تحلیلی و بنیانگذار منطق ریاضی و سر منشأ مباحث جدید منطق فلسفی، فلسفه‌ی زبان و مباحث سمانتیک در قرن بیستم می‌دانند اما غالباً توجهی به نسبت این عناصر در فلسفه‌ی فرگه با دلمشغولی اصلی وی، یعنی برنامه‌ی لوجیسیزم نمی‌شود. هدف ما ارائه‌ی تصویری از فلسفه‌ی فرگه است که قلب تپنده‌ی آن را لوجیسیزم معرفی کرده و دیگر عناصر آن را در یک ارتباط ارگانیک با «لوجیسیزم» قرار می‌دهد. پرسش اصلی این رساله این است که: چرا فرگه به عنوان یک ریاضیدان که دلمشغول مبانی ریاضیات است، به مباحث سمانتیک می‌پردازد؟ چه نسبتی میان برنامه‌ی لوجیسیزم و مباحث مربوط به نظریه‌ی معنا وجود دارد؟ ما این مسئله را در ارتباط با اصل اول از اصول سه‌گانه‌ای که فرگه خود را ملزم می‌دارد در پژوهش خود رعایت کند، بررسی کنیم. مضمون این اصل از این قرار است: «همیشه با وضوح و دقت تمام، امر روانشناختی را از امر منطقی، و امر آنفسی^۱ را از امر عینی^۲، متمایز نگه داریم». ^۳ ترجیح بند آثار فرگه، تاکید او بر تمایز میان امر منطقی و امر روانشناختی است.

ما لوجیسیزم را از منظر این اصل به تماشا خواهیم نشست. تفسیر ما از این اصل، از منظر معناشناسی است. خلط میان معنا و رویدادهای ذهنی به گمان ما مهمترین مصداق عدم رعایت این اصل است. در واقع خلط میان معنا و رویدادهای ذهنی منجر به وضع معیارهای غیر اقلیدسی دقت شد که شهود و یقین روانشناختی را بالاترین درجه دقت تلقی می‌کرد. ما در این رساله نشان

-
1. Subjective
 2. Objective
 3. Frege, Gottlob, *The Foundations of Arithmetic*. p.X.

خواهیم داد لوجیسزم فرگه در نسبت با گذشته‌ای طرح شد که حق این اصل به جا آورده نشده بود و این خلط موجب به وجود آمدن وضعیت ناگواری در شیوه‌ی توجیه ریاضی شده بود!

دو شیوه‌ی اثبات در ریاضیات در برابر هم قرار دارند. ۱. اثبات شهودی ۲. اثبات منطقی. در روش اثبات شهودی، اثبات قضیه بر تصویر ذهنی جزئی استوار است. در روش اثبات منطقی، اثبات بر تعریف [مفهوم] و اصول منطق استوار است. در روش اثبات منطقی، هیچ استنادی به تصویر ذهنی جزئی نمی‌شود.^۱ در ابتدای عصر جدید، تحت تأثیر دکارت، روش اثبات شهودی در ریاضیات غالب شد. فرگه این دوره از تاریخ ریاضیات را با عبارت «ترک معیارهای اقلیدسی دقت» وصف می‌کند.^۲ واژه‌ی دقت^۳ برای فرگه و تمام معاصرانش، یک واژه کلیدی بود. فرگه به عنوان یک ریاضیدان در دوره‌ای از تاریخ ریاضیات می‌زیست که ریاضیدانان بزرگ زمان کمر همت به تدقیق آنالیز بسته بودند. در واقع تدقیق در ریاضیات به معنی روی گرداندن از روش اثبات شهودی، و اثبات قضایای ریاضی به شیوه‌ی منطقی بود.

بنابراین اگر قرن ۱۷ و ۱۸ دوره‌ی سیطره‌ی روش اثبات شهودی در ریاضیات بود، در عوض، قرن ۱۹، دوره‌ی اقبال به روش اثبات منطقی است. این تغییر جهت ریاضیدانان بی‌علت نبود. بحرانی در مبانی ریاضیات به وجود آمده بود. پارادوکس‌های بی‌شماری ظهور کرده بودند و نشان داده شده بود که بسیاری از قضایا که به لحاظ شهودی، بدیهی به نظر می‌رسند، در واقع نادرست هستند.

۱. مطابق نظر کانت تصورات به دو دسته تقسیم می‌شوند. تصورات جزئی و تصورات کلی. تصورات جزئی شهودها هستند و تصورات کلی، مفاهیم. هر کدام از شهودها و مفاهیم بر حسب منشاء می‌توانند پیشین یا تجربی باشند. رجوع کنید به: کانت، ایمانوئل. سنجش خرد ناب. (A320/B377)

۲. جمله‌ی آغازین کتاب دوران ساز «مبانی حساب» فرگه، شرح ترک و بازگشت به معیارهای اقلیدسی دقت است.

مدعای ما در این رساله از این قرار است:

دو تصویر از عقل و دو چارچوب منطقی، مبنای تقابل میان روش اثبات شهودی و روش اثبات منطقی می‌باشد. فرگه خود نیز از این تقابل آگاه است و آگاهی خود را با به کار بردن اصطلاحات استاندارد های اقلیدسی و غیر اقلیدسی دقت بیان می‌کند.^۱ ما معتقدیم نظریه‌ی روانشناختی معنا، معیارهای غیر اقلیدسی دقت، روش اثبات شهودی [= ترکیبی] و نظریه‌ی شهود محض به عنوان مبنای علم حساب، همه با هم در یک راستا قرار دارند و تناظر و تقابل دارند با نظریه‌ی عینی معنا، معیارهای اقلیدسی دقت، روش اثبات مفهومی [= تحلیلی / منطقی] و برنامه‌ی لوجیسیم در تبیین مبنای علم حساب.

نظریه‌ی روانشناختی معنا، مبنای چارچوب معیارهای غیر اقلیدسی دقت است.^۲ در واقع نظریه‌ی روانشناختی معنا، زیربنای روش اثبات شهودی است و نظریه‌ی شهود محض کانت در تبیین مبنای علم حساب، در ارتباط تنگاتنگ با این نظریه‌ی معنا است. بنابراین تحقق برنامه‌ی لوجیسیم، به عنوان اثبات تحلیلی یا مفهومی [در تقابل با اثبات شهودی یا ترکیبی] تمام گزاره‌های حساب در چارچوب معیارهای اقلیدسی دقت، مشروط بر ارائه‌ی نظریه‌ی جدیدی در باب «مفهوم» و همین‌طور تمایز میان «معنا» و «مرجع» است.^۳ نظریه‌ای در باب معنا که وصف کلی یا خصوصیت بارز آن غیر روانشناختی بودن و در حقیقت عینی بودن آن است و:

از این روست دلمشغولی فرگه در باب مسائل مربوط به مفهوم و معنا.

۱. در واقع فرگه تنها اصطلاح «معیارهای اقلیدسی دقت» را به کار می‌برد. ما به جای «ترک معیارهای اقلیدسی دقت» که فرگه به آن اشاره دارد، اصطلاح «معیارهای غیر اقلیدسی دقت» را جعل کردیم.

۲. منشاء نظریه‌ی روانشناختی معنا نظریه‌ی ایده‌های دکارتی است. در واقع ایده‌های دکارت امور روانشناختی هستند و نظریه‌ی جدید دکارت در باب ایده‌ها، مبنای تصویر جدید از عقل است.

۳. فرگه حتی میان معنا و مرجع مفهوم واژه نیز تمایز می‌گذارد.

در بخش اول و دوم رساله ، معنای لوجیسزم به نحو سلبی بررسی خواهد شد. یعنی در پاسخ به این پرسش که لوجیسزم نفی کدام وضعیت موجود بود؟ و لوجیسزم را نفیِ شهود به عنوان مبنای توجیه گزاره های حساب معرفی خواهیم کرد: در بخش اول از بُعد ریاضی و در بخش دوم از بُعد فلسفی. در بخش اول خواهیم دید که لوجیسزم در متن بازگشت به معیارهای اقلیدسی دقت ظهور کرد. لوجیسزم از این نظر منتهی الیه جنبش تدقیق حسابان^۱ است که در نظر دارد حسابان^۲ را از شر هر گونه شهود ، خواه ایده های شهودی و خواه استدلالهای شهودی، بپیراید. به این قیاس، لوجیسزم تدقیق حساب اعداد طبیعی^۳ است یعنی پیراستن حساب از هر ایده‌ی شهودی و بنای آن بر صرف منطق و تعاریف منطقی، و خواهیم دید چگونه نفی روش اثبات شهودی [=ترکیبی] از حساب و جایگزینی روش اثبات تحلیلی [=منطقی] مستلزم نظریه‌ی عینی معناست. در بخش دوم بررسی خواهیم کرد که از منظر فلسفی، چرا لوجیسزم به عنوان نفی شهود از مبنای حساب مستلزم تجدید نظر در نظریه‌ی مفهوم است. در بخش سوم لوجیسزم را به نحو ایجابی بررسی خواهیم کرد و خواهیم دید که چگونه فرگه با طرح مباحث جدید سمانتیک ، امکان اثبات مفهومی [=اثبات تحلیلی / استنتاجی] گزاره‌های حساب را به دست می‌آورد. امری که در فلسفه‌ی کانت به دلیل التزام به نظریه‌ی روانشناختی در باب مفاهیم ممکن نبود!

1. Rigorization of the Calculus

۲. Calculus) یعنی حساب دیفرانسیل (differential calculus) و حساب انتگرال (integral calculus). مترجمان گذشته حساب دیفرانسیل را «حساب فاصله» و حساب انتگرال را «حساب جامعه» معادل سازی کرده بودند. مولفین جدید کتب درسی حساب دیفرانسیل و انتگرال، واژه‌ی حسابان یعنی «دو حساب» را برای اشاره به دو حساب دیفرانسیل و انتگرال به کار برده اند به نحوی که امروزه در میان محصلین ریاضی رواج پیدا کرده است. ما نیز به تبعیت از مولفین کتب درسی ، واژه‌ی حسابان را در سراسر این رساله ، برای اشاره به هر دو حساب دیفرانسیل و انتگرال به کار می‌بریم. برای استدلال مولفین کتب درسی نگاه کنید به : حسابان ، سال سوم آموزش متوسطه رشته ریاضی و فیزیک. ۱۳۸۵. مولفان: دکتر محمد حسن بیژن زاده ، غلامعلی فرشادی و یدالله ایلخانی پور. ناشر. شرکت چاپ و نشر کتب درسی ایران. مقدمه مولفان.

3. Arithmetic

ادبیات موضوع

تا آنجا که نگارنده اطلاع دارد هیچ اثر مستقلی به زبان فارسی در موضوع لوجیسیم فرگه وجود ندارد. آثار مربوط به کلیات فلسفه‌ی فرگه نیز از عدد انگشتان دست تجاوز نمی‌کند. مهمترین اثر، مقاله‌ی «گوتلوب فرگه و تحلیل منطقی زبان» اثر استاد ضیاء موحد در کتاب «از ارسطو تا گودل» است.^۱ این مقاله معرفی فرگه و شرح مختصر و مفیدی از آراء فلسفی اوست. اما در این کتاب بحث خاصی در باب لوجیسیم نمی‌شود. اثر بعدی مقاله‌ی «زبان حقیقت و حقیقت زبان» نوشته‌ی زنده یاد دکتر یوسف ص. علی آبادی است.^۲ این مقاله نیز معرفی مختصر و مفیدی از فلسفه فرگه است که البته چند صفحه به بررسی ظهور لوجیسیم و منطق جدید اختصاص یافته است. اثر بعدی مقاله‌ی «انگیزه‌ی فرگه از مطرح کردن معنی چیست؟» نوشته‌ی دکتر سید محمد علی حجتی است. در ارتباط با مسئله‌ی این رساله، مؤلف در بیان رابطه‌ی میان برنامه‌ی لوجیسیم و نظریه معنا چنین می‌گوید:

«از بین نظرات مختلف در مورد انگیزه فرگه از مطرح کردن معنی نظریه معنا داری و نظریه معرفت شناختی از مؤیدات بیشتری برخوردارند. و در بین این دو نظریه نیز به نظر می‌رسد نظریه معنا داری ارجح است به خصوص اگر ارائه‌ی مفهوم نگاشت از جانب فرگه را به این منظور تلقی کنیم که وی در صدد ارائه زبان جدیدی برای تبیین صحیح‌تر مفاهیم منطقی و ریاضی بوده است»^۳

اثر آخر کتاب «فلسفه فرگه» است نوشته‌ی جناب آقای یارعلی کرد فیروزجایی. کتاب دو بخش دارد. بخش اول شرح کلیات فلسفه‌ی فرگه است و بخش دوم ترجمه‌ی ۶ مقاله‌ی مهم فرگه. اگر چه مؤلف در بخش اول به اکثر موضوعات مربوط به فلسفه‌ی فرگه به نحو اجمالی پرداخته است اما برنامه‌ی لوجیسیم مورد بررسی قرار نگرفته است. در واقع هدف مؤلف آن، مقایسه‌ی منطق فرگه با منطق فلسفه اسلامی و نقد فرگه از دیدگاه فلسفه‌ی اسلامی است.

۱. موحد، ضیاء. از ارسطو تا گودل، انتشارات هرمس، ۱۳۸۲، صص. ۳۹-۲۱.

۲. علی آبادی، ص. یوسف. «زبان حقیقت و حقیقت زبان». در درارغنون ج ۷/۸ فلسفه تحلیلی، ۱۳۷۴، صص ۳۸-۱.

۳. حجتی، سید محمد علی. «انگیزه‌ی فرگه از مطرح کردن «معنی» چیست؟» در متافیزیک، یادنامه‌ی دکتر یوسف علی

آبادی، موسسه‌ی پژوهشی حکمت و فلسفه‌ی ایران، ۱۳۸۳، صص. ۷۷-۸.

بخش اول. تدقیق حسابان: بازگشت به معیارهای اقلیدسی دقت

فصل اول. وضع معیارهای غیر اقلیدسی دقت

نظریه روانشناختی معنا، زیربنای روش اثبات شهودی

فصل دوم. روش اثبات شهودی و بحران در مبانی

روش فلوکسیونها

تحلیل روش اثبات شهودی در روش فلوکسیونها

نادقیق بودن حسابان

فصل سوم. بازگشت به معیارهای اقلیدسی دقت

بی اعتباری شهود

تدقیق حسابان

فصل اول. وضع معیارهای غیر اقلیدسی دقت

ما در این فصل، پیامدهای منطقی خلط میان امر منطقی و امر روانشناختی را بررسی می‌کنیم. فرگه در ابتدای کتاب «مبانی علم حساب» می‌گوید: «پس از ترک استانداردهای قدیمی اقلیدسی دقت برای مدتی، ریاضیات اکنون به آنها بازمی‌گردد و حتی تلاش‌ها می‌کند از آنها هم فراتر رود».^۱ به زعم ما وضع معیارهای غیر اقلیدسی دقت، که فرگه به آن اشاره دارد، ناشی از خلط امر منطقی با امر روانشناختی می‌باشد.

منظور فرگه از استانداردهای اقلیدسی دقت چیست؟ برای توضیح این مفهوم، بهتر است به تفکیک معروف به تمایز میان مقام کشف و مقام توجیه^۲ که فرگه بر آن تأکید می‌کند، اشاره کنیم.^۳ فرگه در کتاب «مبانی حساب» می‌گوید: «بنابراین، به طور کلی، این پرسش که "ما چگونه به محتوای یک حکم دست می‌یابیم" باید از پرسش دیگری که "ما از کجا برای اظهار آن حکم، توجیه به دست می‌آوریم" متمایز نگاه داشته شود».^۴ و اشاره می‌کند این تمایز، برای جلوگیری از فروغلتیدن به قلمرو روانشناسی است. خلط میان مقام کشف و مقام توجیه، مصداق دیگری است

1. Frege, Gottlob, *The Foundations of Arithmetic*, trans by J. Austin, M.A, p.1.

2. Context of Discovery / Context of Justification

۳. فرگه در تمایز میان «مقام کشف» و «مقام داوری»، متأثر از هرمان لوتسه (۸۱-۱۸۱۷) فیلسوف و منطق‌دان آلمانی است. لوتسه میان پرسش از منشاء (Genese) و پرسش از اعتبار (Geltung)، تمایز می‌گذارد. او معتقد است منطق کاری به پرسش روانشناختی منشاء یعنی پرسش از این‌که چگونه می‌شود ما چیزی را صادق می‌دانیم ندارد بلکه منطق از اعتبار این گزاره‌ها پرسش می‌کند یعنی پرسش از توجیه یک گزاره‌ی صادق. برای اطلاعات بیشتر نگاه به:

Gabriel, Gottfried. "Frege, Lotze, And the Continental Roots of Early Analytic Philosophy", in Frege: Critical Assessments. vol. 1. p.161-175.

4. Frege, Gottlob. *The Foundations of Arithmetic*. p.3.

از خلط میان امر منطقی و امر روانشناختی. در یک کلام، شهود روانشناختی را در مقام توجیه نشانند، چیزی است که فرگه از آن تعبیر به ترک معیارهای اقلیدسی دقت می‌کند. تمایز میان استانداردهای اقلیدسی و غیر اقلیدسی دقت مبتنی بر تمایز دقیق میان منطق توجیه و منطق اکتشاف است. در واقع درآمیختن اصول منطق کشف با اصول منطق توجیه موجب تولد معیارهای غیر اقلیدسی دقت می‌شود.

چهار تفاوت بارز چارچوب اقلیدسی و غیر اقلیدسی از این قرار است^۱:

اول. در چارچوب معیارهای اقلیدسی دقت، نظم منطق توجیه حاکم است. یعنی نظمی که توجیه قضایا آنرا تعیین می‌کند. این نظم ممکن است برخلاف نظم منطق اکتشاف باشد. نظم توجیه، براساس نظم ابتناء صدق گزاره‌ها بر هم است. به این نحو که صدق بعضی گزاره‌ها مبتنی است بر صدق بعضی دیگر از گزاره‌ها است و در نهایت می‌رسیم به «حقایق اولیه»^۲ که نقطه‌ی آغاز اثبات است. در چارچوب معیارهای غیر اقلیدسی، نظم منطق کشف حاکم است. یعنی نظمی که ذهن انسان آنرا تعیین می‌کند. این نظم ممکن است برخلاف نظم منطق توجیه باشد. نظم اکتشاف بر مبنای آن چیزی است که ذهن آن را واضح و متمایز می‌یابد و در نهایت می‌رسیم به حقایق واضح و متمایز که نقطه‌ی آغاز شناخت است.

دوم: در چارچوب اقلیدسی، نقطه‌ی آغاز، تعریف دقیق منطقی است. در چارچوب غیر

اقلیدسی، ایده‌ای که به طور واضح و متمایز درک می‌شود نقطه آغاز است.

۱. برای ملاحظه‌ی بحث مشروح تری درباره‌ی تفاوت‌های میان معیارهای اقلیدسی و غیر اقلیدسی «دقت» نگاه به:

Tiles, Mary. *Mathematics and the Image of Reason*. Routledge, 1991. pp. 7-32.

2. Primitive Truths

سوم: در چارچوب اقلیدسی، حتی گزاره‌های واضح و متمایزی که قابل اثباتند، باید اثبات شوند تا برسیم به اصول غیر قابل اثبات. اما در چارچوب غیر اقلیدسی، آنچه برای ذهن واضح و متمایز است دیگر نیازی به اثبات بیشتر ندارد. (اولی قابل اثبات نیست و دیگری بی نیاز از اثبات).

چهارم: در چارچوب اقلیدسی، از آنجا که حرکت مفهومی ریاضی نیست، نمی‌تواند در تعاریف ریاضی وارد شود. در این چارچوب مفاهیم/ایستا هستند. اما در چارچوب غیر اقلیدسی، مفاهیم زمانی-مکانی از هندسه و مکانیک می‌توانند وارد عرصه‌ی آنالیز و حساب شوند.

آنچه فرگه تحت عنوان «ترک معیارهای اقلیدسی» از آن یاد می‌کند، واقعیتی است که در آغاز فلسفه‌ی جدید اتفاق افتاد. روش استدلال قیاسی مورد حمله‌ی دکارت (۱۶۵۰-۱۵۹۶) و پیروانش قرار گرفت. دکارت معتقد بود روشی یافته است که باید جایگزین منطق ارسطویی شود. منطق دکارت، روش «تحلیل و ترکیب»^۱ است. در پایان فرایند تحلیل، ذهن به ایده‌های واضح و متمایز می‌رسد و آنجا را نقطه‌ی شروع اثبات قرار می‌دهد. اصل حاکم بر «تحلیل»، توقف در ایده‌ی واضح و متمایز است. نقطه‌ی پایان «تحلیل» نقطه‌ی آغاز «ترکیب» و اثبات است. نقطه آغاز اثبات، امور بدیهی است. اما این شیوه‌ی اصل موضوعی نیست. چون آنچه حقایق اولیه دانسته می‌شود و آنچه آغاز برهان را تشکیل می‌دهد بر مبنای نظم توجیه نیست بلکه نظم آن بر مبنای وضوح و تمایز ایده هاست. ورود عنصر شهود و معیار وضوح و تمایز، نظم ذهنی کشف را جایگزین نظم عینی توجیه می‌کند. اصل حاکم بر این منطق، وضوح و تمایز است.

در روش تحلیل و ترکیب، استدلال استنتاجی نهایتاً به شهود فروکاسته می‌شود. مسیر برهان یک مسیر شهودی است. بنابراین صورت بندی برهان را، وضوح و تمایز معین کند نه ابتناء منطقی

صدق یک گزاره به صدق گزاره‌ی دیگر. انتقال از هر مرحله‌ی برهان به مرحله‌ی بعد باید به نحو شهودی، واضح باشد و مراحل را باید بتوانیم به طول کامل بررسی کنیم و در نهایت، برهان باید همچون یک کل قابل درک باشد. دکارت در توضیح قاعده‌ی سوم در «گفتار در روش» می‌گوید: «من به آسانی دریافتم که از چه چیزهایی باید آغاز کنم، یعنی: از آنچه آسان و ساده‌تر و به فهم نزدیکتر است»^۱. نقطه‌ی آغاز، آن نیست که در نظم منطقی اول می‌آید بلکه آن است که در نظم شناختی ما اول می‌آید. چارچوب غیر اقلیدسی روش دکارت، اجازه می‌دهد تا مفاهیم غیر ریاضی هم وارد ریاضی شوند. به عنوان مثال دکارت حرکت را مفهومی هندسی تلقی می‌کند چون ما از آن ایده‌ی واضح و متمایز داریم. در واقع دکارت فیزیک را چیزی جز هندسه نمی‌داند.

تحت تأثیر دکارت، آرنولد (۱۶۱۲-۹۴) در اثر مهم خود «منطق یا هنر اندیشیدن» معروف به منطق پوررویال^۲، روش منطق ارسطویی و نظم اثبات اقلیدسی را مورد انتقاد شدید قرار می‌دهد و تأکید می‌کند نظم طبیعی فکر بشر [یعنی نظم] که ذهن بوسیله‌ی آن به یک درک شهودی نائل می‌شود [باید جایگزین نظم غیر طبیعی منطق ارسطویی شود]^۳. آنچه که او نظم طبیعی می‌خواند، همان نظم منطق اکتشاف است. به این ترتیب چارچوب جدید «دقت» که فرگه از آن به «ترک معیارهای اقلیدسی دقت» تعبیر می‌کند پدید آمد.

۱. دکارت، رنه، گفتار در روش، ترجمه محمد علی فروغی، در سیر حکمت در اروپا ص. ۶۱۴.

2. Logic or the Art of Thinking (Logique de Port-Royal)

3. Tiles, Mary. **Mathematics and the Image of Reason**. Routledge, 1991. pp. 17-18.