

۸۷, ۱, ۱۰۷۹۸۷  
۸۸, ۱, ۲۱

الله

۱۱۰۲۸۵

۸۷/۱۱۰۷۹۸۶  
۸۸/۱۲۱



دانشکده علوم

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک (گرایش نظری)

ابر الکترو دینامیک کوانتومی

توسط

وحید دهقانی

آیة اطلاعات درک علمی بیانا  
مستند درک

استاد راهنما

دکتر سید محمد زبرجد

۱۳۸۸ / ۱۱ / ۲۹

۱۳۸۸ / ۱۱ / ۲۹

شهریور ماه ۱۳۸۷

۱۱۰۲۸۵

به نام خدا

## ابر الکترو دینامیک کوانتومی

به وسیله‌ی:

وحید دهقانی

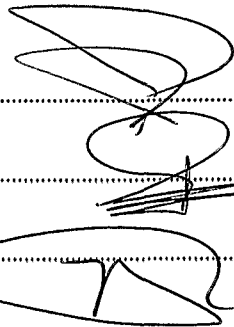
پایان نامه

ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی  
از فعالیت‌های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته‌ی:  
فیزیک نظری

از دانشگاه شیراز  
شیراز

جمهوری اسلامی ایران



ارزیابی شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: عالی

دکتر سید محمد زبرجد (رئیس کمیته)

دکتر غلامحسین بردبار، استاد بخش فیزیک

دکتر عزیز الله عزیزی، استادیار بخش فیزیک

شهریور ماه ۱۳۸۷

## تقدیم

این پایان نامه را به عزیزانم پدر، مادر، برادران و خواهران عزیزم که در تمام مراحل زندگی از من حمایت و پشتیبانی کرده اند تقدیم می کنم.

## سپاسگزاری

اکنون که این پایان نامه به پایان رسیده است باید از جناب آقای دکتر زبرجد که در طول دو سال زحمات زیادی برای اینجانب کشیده اند تشکر کنم و موفقیت روز افزون برای ایشان آرزو نمایم.

## چکیده

### ابر الکترو دینامیک کوانتومی

به وسیله ی:

وحید دهقانی

در این رساله مروری بر شیوه ساخت مدل ابر تقارنی QED شده است و در پایان سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی دو ابر همراه راست کایرال الکترون با استفاده از این مدل محاسبه شده است.

در ابتدا خلاصه ای از کل موضوع (ابر تقارن) آورده شده است، به همراه یکی از دلایل علاقه نظریه پردازان به نظریه های ابر تقارنی و خلاصه ای کوتاه از مفاهیم ریاضی ابر تقارن. در دنباله به مروری بر نظریه پیمانانه ای QED و بیان قواعد فاینمن مربوطه می پردازیم، سپس دست به کار ساخت مدل SQED بر پایه نوردایی لاگرانژی تحت تبدیل  $U(1)$  و تبدیلات ابر تقارنی می زنیم. پس از ساخت لاگرانژی SQED به معرفی ذرات و میدان های موجود در این نظریه می پردازیم و ذرات جدید این نظریه را معرفی می کنیم. با تکیه بر دو روش شکست ابر تقارن یعنی اضافه کردن یک جمله به لاگرانژی و سازوکار هیگز، خروج ذرات مدل از حالت تبهنگن جرمی را بررسی می کنیم و به بیان قواعد فاینمن بر اساس لاگرانژی SQED شکسته شده می پردازیم. در انتها به محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی واکنش  $e^+ + e^- \rightarrow \tilde{f}_L + \tilde{f}_L^*$  در مرتبه نمودارهای درختی با بهره گیری از رسم دو نمودار ممکن این پراکندگی، با کمک دامنه های فاینمن مربوطه می پردازیم. در پیوست یک روش دیگر محاسبه لاگرانژی SQED بر پایه استفاده از مفهوم ابر جریان آورده شده است.

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: مقدمه
۲	۱-۱- کلیات
۳	۲-۱- هدف تحقیق
۵	فصل دوم: مروری بر ریاضیات
۶	۱-۲- چرا ابر تقارن
۱۲	۲-۲- مقدمات ریاضی
۱۲	۱-۲-۲- مقدمه
۱۲	۲-۲-۲- ابر تقارن
۱۲	۳-۲-۲- متغیر گراسمان
۱۲	۴-۲-۲- اسپینور وایل و اسپینور مایارانا
۱۳	۵-۲-۲- جبر ابر تقارن
۱۳	۶-۲-۲- چند تایه های ابرتقارنی
۱۴	۷-۲-۲- جبر تانسوری در ابرتقارن
۱۵	۸-۲-۲- ابر فضا
۱۵	۹-۲-۲- ابر میدان
۱۵	۱۰-۲-۲- انواع ضرب ابر میدان ها
۱۶	۱۱-۲-۲- چند تایه جنبشی
۱۶	۱۲-۲-۲- لاگرانژی وس زومینو
۱۸	فصل سوم: لاگرانژی ابر الکترو دینامیک کوانتومی SQED
۱۹	۱-۳- مقدمه

۱۹	.....	۲-۳	الکترو دینامیک کوانتومی QED
۲۱	.....	۳-۳	لاگرانژی SQED
۲۳	.....	۱-۳-۳	لاگرانژی ماکسول
۲۴	.....	۲-۳-۳	شکل نهایی لاگرانژی SQED
۲۷			فصل چهارم: ابرقواعد فاینمن در SQED و شکست ابر تقارن
۲۸	.....	۱-۴	مقدمه
۳۰	.....	۲-۴	محاسبه ضرایب راس در SQED
۳۲	.....	۳-۴	شکست ابر تقارن
۳۳	.....	۱-۳-۴	شکست ابر تقارن با استفاده از جمله فایت ایلینو پولوس
۳۵	.....	۲-۳-۴	شکست ابر تقارن با سازوکار هیگس
۳۸			فصل پنجم: محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی در واکنش $e^+ + e^- \rightarrow \tilde{f}_L + \bar{\tilde{f}}_L$ از مرتبه $\alpha^2$
۳۹	.....	۱-۵	مقدمه
۳۹	.....	۲-۵	سطح مقطع دیفرانسیلی
۴۲	.....	۳-۵	محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی در واکنش $e^+ + e^- \rightarrow \tilde{f}_L + \bar{\tilde{f}}_L$ از مرتبه $\alpha^2$
۵۱			فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهادات
۵۲	.....	۱-۶	مقدمه
۵۲	.....	۲-۶	نتیجه گیری
۵۲	.....	۳-۶	پیشنهادات برای کارهای آینده
۵۵	.....		ضمیمه
۶۰	.....		فهرست منابع و مراجع



## فهرست شکل ها

عنوان و شماره	صفحه
۱-۲- نمودار فاینمن خود انرژی ذره هیگز	۷
۲-۲- نمودار خود انرژی فوتون	۹
۳-۲- نمودار خود انرژی ذره اسکالر توسط راس فرمیونی	۱۰
۱-۳- راس اساسی QED	۱۹
۱-۴- نمودار فاینمن راس نابودی زوج $\tilde{f}_{R,L}, \tilde{f}_{R,L}$ و تولید دو فوتون	۲۹
۲-۴- نمودار فاینمن راس نابودی زوج $\tilde{f}_L, \tilde{f}_L$ و تولید فوتون	۲۹
۳-۴- نمودار فاینمن راس نابودی فوتون و تولید زوج $\tilde{f}_L, \tilde{f}_L$	۳۰
۴-۴- نمودار فاینمن راس نابودی زوج $\tilde{f}_L, \tilde{f}_L$ و تولید زوج $\tilde{f}_L, \tilde{f}_L$	۳۰
۵-۴- نمودار فاینمن راس نابودی زوج $\tilde{f}_R, \tilde{f}_R$ و تولید زوج $\tilde{f}_L, \tilde{f}_L$	۳۱
۶-۴- نمودار فاینمن راس نابودی الکترون و تولید یک $\tilde{f}_L$ و یک فوتینو	۳۱
۷-۴- نمودار فاینمن راس نابودی یک $\tilde{f}_L$ و یک فوتینو و تولید یک الکترون	۳۲
۸-۴- نمودار طیف جرم ذرات مدل ابر تقارنی استاندارد بر اساس مدل SPS 1a	۳۷
۱-۵- اولین نمودار فاینمن برخورد زوج الکترون-پوزیترون و تولید زوج $\tilde{f}_L, \tilde{f}_L$	۴۲
۲-۵- دومین نمودار فاینمن برخورد زوج الکترون-پوزیترون و تولید زوج $\tilde{f}_L, \tilde{f}_L$	۴۳
۳-۵- نمودار برخورد الکترون پوزیترون و تولید زوج اس الکترون پاد اس الکترون در دستگاه مرکز جرم	۴۶
۱-۶- نمودارهای فاینمن مرتبه $\alpha^4$ که بایستی در SQED به نمودارهای اثر کامپتون اضافه شوند	۵۳
۲-۶- ادامه نمودارهای فاینمن مرتبه $\alpha^4$ که بایستی در SQED به نمودارهای اثر کامپتون اضافه شوند	۵۴

فصل اول

مقدمه

## ۱-۱- کلیات

در رویکردی که از دهه سوم قرن بیستم به فیزیک ذرات بنیادی آغاز شد عبارت میدان که تا آن زمان نقش چندانی در این حوضه از فیزیک نظری بازی نکرده بود به کار گرفته شد و بر پایه خواص و رفتارهای میدان های فرمیونی و بوزونی چارچوبی به نام نظریه میدان های کوانتومی<sup>۱</sup> پی ریزی شد. پس از چند سال از عمر این نظریه جدید معرفی مفهوم تبدیلات پیمانه ای<sup>۲</sup> تغییر بزرگی در برداشت فیزیک دانان از سازوکار نیروهای طبیعت به وجود آورد. به گونه ای که از آن زمان تلاش فیزیک دانان جهت طرح ریزی تبدیلات پیمانه ای خاص برای توجیه تمام نیروهای طبیعت آغاز شد. الکترو مغناطیس اولین شاخه فیزیک بود که با کمال یافتن نظریه الکترو دینامیک کوانتومی<sup>۳</sup> یا QED تسلیم این تلاش ها شد. پس از آن نوبت به نیروی هسته ای ضعیف رسید تا نه تنها با این ساز و کار فرمول بندی شود بلکه به گونه ای با نیروی الکترو مغناطیسی در آمیخته شود که دیگر سخن گفتن از هر یک از این نیروها به تنهایی معنای خود را از دست بدهد و از آن زمان دنیای فیزیک با نیروی وحدت یافته الکترو- ضعیف<sup>۴</sup> سروکار پیدا کرد. اما کار در این مورد به خوبی موارد قبل پیش نرفت و نظریه QCD<sup>۵</sup> با وجود موفقیت های بسیار در مورد نیروی قوی به تنهایی برای رسیدن به یک طرح وحدت ناتوان ماند. به هر حال مدل استاندارد<sup>۶</sup> ذرات بنیادی بر پایه دو سازوکار مستقل الکترو- ضعیف و QCD موفق به توجیه واقعیت های تجربی تا این مرحله شده است. پس از ارایه مدل استاندارد ذرات بنیادی تلاش فیزیک دانان جهت رسیدن به یک طرح وحدت کلی تر در قالب نظریه های GUT<sup>۷</sup> ادامه یافت. اما نکته ای که تا این زمان عمدا مورد بی توجهی قرار گرفته بود مسئله نیروی گرانشی یعنی آخرین نیروی طبیعت بود. به واسطه ضعیف بودن این نیرو در انرژی های مورد بررسی بشر، تا امروز با صرف نظر کردن از آن هیچ انحراف قابل مشاهده ای در رفتار طبیعت از مدل استاندارد مشاهده نکرده است. عقیده دانشمندان بر این است که در محدوده انرژی پلانک  $E_{Planck} = c^2 \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 10^{19} \text{ GeV}$  وضعیت به گونه ای دیگر خواهد بود.

حال با مقایسه محدوده انرژی های امروزی با انرژی پلانک متوجه شکافی بسیار عمیق می شویم، اما چه دلیلی وجود دارد که مدل استاندارد در این محدوده همچنان حاکم مطلق باقی بماند؟ از طرفی آیا نباید کوشش ها در جهت رسیدن به طرح های وحدت را اندکی گسترش

<sup>1</sup> Quantum field theory

<sup>2</sup> Gauge transformation

<sup>3</sup> Quantum electrodynamics

<sup>4</sup> Electro-weak

<sup>5</sup> Quantum chromo dynamics

<sup>6</sup> Standard model

<sup>7</sup> Grand unified theories

طرفی آیا نباید کوشش‌ها در جهت رسیدن به طرح‌های وحدت را اندکی گسترش داد تا با حفظ چارچوب نظریه میدان‌های کوانتومی به گونه‌ای وحدت بوزون‌ها (حاملان نیرو) و فرمیون‌ها (ذرات مدل استاندارد) را نیز در بر بگیرد؟

در صورت مثبت بودن جواب به هر دو سوال بالا ابرتقارن<sup>۸</sup> نظریه‌ای است که بایستی به طور جدی به آن پرداخت. در ابر تقارن سعی بر ایجاد لاگرانژی‌هایی است که تحت تبدیلات ابر تقارنی ناوردا بمانند.

ریشه تفاوت ابر تقارن با نظریاتی که در بالا گفته شد در شیوه تغییر میدان‌ها تحت تبدیلات تقارنی است. در نظریات بالا میزان تغییر یک میدان پس از تبدیل تقارنی مورد نظر مستقیماً با مقدار قبلی خود بدست می‌آید (میدان‌های فرمیونی بر اساس مقادیر میدان‌های فرمیونی و میدان‌های بوزونی بر اساس میدان‌های بوزونی تغییر می‌کنند) اما در ابر تقارن میزان تغییر یک میدان بر اساس مقادیر میدان‌های با اسپین دیگر مشخص می‌شود (میدان‌های فرمیونی بر اساس مقادیر میدان‌های بوزونی و میدان‌های بوزونی بر اساس میدان‌های فرمیونی تغییر می‌کنند). همانند QED در اینجا نیز ساده‌ترین نظریه پیمانه‌ای که می‌تواند ساخته شود الکترو دینامیک ابر تقارنی<sup>۹</sup> یا SQED است که هدف از آن ساخت لاگرانژی است که تحت تبدیلات پیمانه‌ای  $U(1)$  ناوردا بماند و همچنین خاصیت ناوردایی تحت تبدیلات ابر تقارنی را حفظ کند. این مدل با توجه به در بر گرفتن راس اساسی QED تمام نتایج این نظریه را در بر خواهد گرفت اما به سبب وجود جملات جدید در لاگرانژی آن، واکنش‌های جدیدی را به همراه تصحیحاتی در مقادیر کمیت‌های محاسبه شده در QED در پی خواهد داشت. پس از ساخت لاگرانژی SQED ذراتی ظاهر می‌شوند که بعضی مانند الکترون و پوزیترون و فوتون آشنا و برخی مانند فوتینو<sup>۱۰</sup> و اس الکترونها<sup>۱۱</sup> و پاد ذره هایشان جدید هستند. تبهگنی در طیف جرمی این ذره‌های جدید که تا به امروز با جرمی برابر با ذرات مدل استاندارد اما اسپین متفاوت مشاهده نشده‌اند بایستی با یک سازوکار شکست ابر تقارن<sup>۱۲</sup> از بین رفته باشد تا به جرم‌های متفاوت برای ذرات متفاوت برسیم.

## ۱-۲- هدف تحقیق

<sup>8</sup> Supper symmetry

<sup>9</sup> Supper symmetric Quantum electrodynamics

<sup>10</sup> Photino

<sup>11</sup> selectron

<sup>12</sup> Super symmetry breaking

- در این پایان نامه تلاش داریم تا با ساخت لاگرانژی SQED و شکست تبهگنی جرمی ذرات آن و سپس با محاسبه ابر قواعد فاینمن در این مورد، دست آخر به محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی<sup>۱۳</sup> برای واکنش برخورد الکترون و پوزیترون و تولید زوج اس الکترون چپ گرد<sup>۱۴</sup> و پاد ذره آن  $e^+ + e^- \longrightarrow \tilde{f}_L + \bar{\tilde{f}}_L$  در کمترین مرتبه تقریب می پردازیم. پس
- در فصل دوم پس از ارائه دلیلی در لزوم استفاده از نظریات ابر تقارنی بر پایه تنظیمات ریز به مروری سریع بر مفاهیم ریاضی ابر تقارن مانند چند تایه های<sup>۱۵</sup> ابر تقارنی، اعضای چند تایه ها، ضرب چند تایه ها و لاگرانژی وس-زومینو<sup>۱۶</sup> می پردازیم.
  - در فصل سوم خلاصه ای از الکترو دینامیک کوانتومی و قواعد فاینمن را بازگو می کنیم و سپس با استفاده از ناوردایی تحت تبدیل  $U(1)$ ، اقدام به ساخت لاگرانژی الکترو دینامیک کوانتومی ابر تقارنی می نماییم.
  - در فصل چهارم به مسئله شکست تقارن با دو روش متفاوت یکی جمله فایت-ایلیوپولوس<sup>۱۷</sup> و دیگری سازوکار هیگز<sup>۱۸</sup> می پردازیم، سپس با بررسی جملات لاگرانژی SQED به محاسبه ضرایب راس در ابر قواعد فاینمن<sup>۱۹</sup> می پردازیم.
  - در فصل پنجم ابتدا به مروری بر فرمول بندی محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی در چارچوب مرکز جرم می پردازیم و سپس به محاسبه این کمیت در واکنش  $e^+ + e^- \longrightarrow \tilde{f}_L + \bar{\tilde{f}}_L$  می پردازیم.
  - در فصل ششم به بیان نتایج این تحقیق و ارائه زمینه ای برای کارهای آینده می پردازیم.
  - در ضمیمه محاسبات مربوط به محاسبه لاگرانژی SQED با استفاده از مفهوم جریان آورده شده است.

<sup>13</sup> Differential cross section

<sup>14</sup> Left chiral

<sup>15</sup> Multiplets

<sup>16</sup> Wess-Zumino

<sup>17</sup> Fayet-Iliopoulos

<sup>18</sup> Higgs

<sup>19</sup> Super Feynman rules

فصل دوم

چرا ابر تقارن و مروری بر ریاضیات

## ۲-۱- چرا ابر تقارن (نیاز به ابر تقارن با تکیه بر تنظیمات ریز<sup>۲۰</sup>)

در این قسمت به یکی از خواص مهم نظریات ابر تقارنی یعنی قدرت بالای این نظریات در زمینه تنظیمات ریز در مراتب بالاتر از نمودارهای درختی می پردازیم. این نوشتار را می توان به عنوان یک دلیل فنی جهت پرداختن به نظریات ابر تقارنی پنداشت. در مدل استاندارد ذرات بنیادی ذره هیگز به عنوان عامل جرم دار شدن ذرات موجود در این مدل معرفی می شود که با توجه به پتانسیل

$$V = -\mu^2 \phi' \phi + \frac{\lambda}{4} (\phi' \phi)^2 \quad (1-2)$$

و به خاطر شرطهای  $\lambda > 0$  و  $\mu^2 > 0$  با توجه به اینکه  $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$  باعث شکست تقارن و

جرم دار شدن ذرات مدل استاندارد می شود. در این مدل جرم ذره هیگز  $M_H = v \sqrt{\frac{\lambda}{2}}$  است که  $v = \frac{2\mu}{\sqrt{\lambda}} \approx 246 \text{ GeV}$  و به آن مقیاس ضعیف (Weak scale) گفته می شود. شایان ذکر است که جرم دیگر ذرات در این مدل بر اساس همین ثابت ها تعیین می شود، مثلا با صرف نظر کردن از تصحیحات تابشی  $M_W = g \frac{v}{2} \approx 80 \text{ GeV}$  که  $g$  ثابت تبدیل پیمانه ای  $SU(2)$  مدل استاندارد است.

در لاگرانژی مربوط به ذره هیگز به واسطه حضور جمله توان چهار نوعی بر هم کنش میدان با خود را شاهد هستیم به این نحو که این جمله طبق نمودار صفحه بعد باعث ایجاد تصحیحاتی در جرم هیگز می شود، که در دنباله بیشتر به آن می پردازیم. اما ابتدا بهتر است به بحثی کوتاه درباره خواص انتگرال هایی که به واسطه حضور این جمله به وجود می آیند پردازیم.

هنگام کار با مراتب بالاتر از نمودارهای درختی با انتگرال هایی به شکل

$$\int d^4 k f(k, \text{external momenta}) \quad (2-2)$$

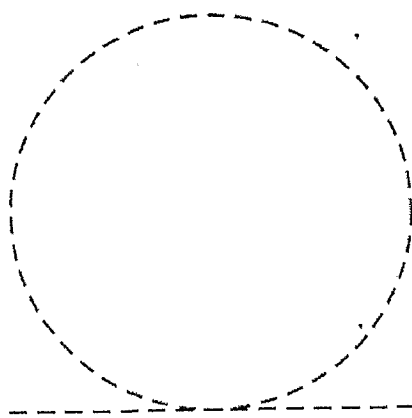
<sup>20</sup> Fine tuning

روبه رو می شویم. با توجه به بازبهنجارش پذیری نظریه محدودیتی در زیاد بودن  $\Lambda$  نخواهیم داشت اما واقعیت این است که این مقدار بایستی کران بالای محدوده صحت مدل استاندارد باشد. حداقل این مقدار بایستی از انرژی پلانک  $M_p \approx 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV}$  کمتر باشد، چرا که در این محدوده نیروی گرانشی نیز بایستی به فورمول بندی مدل استاندارد اضافه شود. اما عقیده اکثر صاحب نظران اینست که این حد بایستی نهایتاً چند مرتبه بزرگی از  $\nu$  بیشتر باشد. چرا که نظریه استاندارد ذرات بنیادی اساساً بر پایه مشاهدات و آزمایش های انرژی های به نسبت پایین پایه گذاری شده است، پس به هر حال در این مقدار  $\Lambda$  مدل استاندارد به چالش کشیده خواهد شد.

حال به عبارت مربوط به تنها میدان اسکالر مدل استاندارد یعنی هیگز می پردازیم. در مرتبه تک حلقه ای با توجه به حضور جمله  $\phi^4$  با ضریب متناسب با  $\lambda$  در لاگرانژی اولیه نمودار زیر که مترادف است با

$$\lambda \int d^4k \frac{1}{k^2 - M_H^2} \quad (3-2)$$

را خواهیم داشت.



۱-۲ نمودار فاینمن خود انرژی ذره هیگز

با توجه به حضور توان چهار در صورت این انتگرال و توان دو در مخرج آن، این انتگرال به تصحیحی متناسب با

$$\approx \lambda \Lambda^2 \phi' \phi \quad (4-2)$$

در میزان  $\mu^2$  منجر می شود. حال مقدار فیزیکی  $\mu_{phys}^2 - \mu^2$  برابر خواهد بود با

$$\mu_{phys}^2 = \mu^2 - \lambda \Lambda^2 \quad (5-2)$$

اکنون با مینیمم کردن مجدد پتانسیل هیگز با توجه به مقدار جدید  $\mu_{phys}^2$  خواهیم داشت

$$\mu_{phys} \approx \sqrt{\lambda} 123 \text{ GeV}$$

اینک چنان چه خواهیم امکان استفاده از نظریه اختلال را در مورد ثابت  $\lambda$  حفظ کنیم بایستی این ثابت چندان تفاوتی با یک نداشته باشد و نتیجتاً  $\mu_{phys}$  نبایستی نهایتاً بیشتر از



چند  $GeV$  باشد. از طرفی اگر  $\Lambda \approx M_P \approx 10^{19} GeV$  آنگاه تصحیح یک حلقه ای برای  $\mu$  بسیار بیشتر از  $(100 GeV)^2 \approx$  خواهد بود. پس برای رسیدن به مرتبه  $(100 GeV)^2$  بعد از در نظر گرفتن اولین مرتبه تصحیح برای  $\mu^2$  به نظر می آید که بایستی از یک مقدار بسیار بزرگ برای  $\mu^2$  در لاگرانژی اولیه استفاده کنیم تا نهایتاً به یک  $\mu^2$  از مرتبه  $(100 GeV)^2$  برسیم. این تصحیح ریز در مورد  $\mu_{phys}$  نه تنها جرم هیگز را تحت تاثیر قرار می دهد، که بر اساس  $\mu_{phys}$  نوشته می شود  $M_H = \sqrt{2}\mu_{phys}$ ، بلکه حتی به عنوان مثال جرم ذره  $W$  را به شکل  $M_W = g \frac{\mu_{phys}}{\sqrt{\lambda}}$  تغییر می دهد و به همین شیوه تمام جرم های مدل استاندارد را که از  $v$  و نتیجتاً از  $\mu_{phys}$  ناشی می شوند تحت تاثیر قرار می دهد. این وضعیت که ناشی از واگرایی مربعی در جرم بخش اسکالر لاگرانژی مدل استاندارد است، مشکلات زیادی را برای این مدل به وجود می آورد. البته این مشکلات اگر فیزیک جدید و یعنی خود  $\Lambda$  در مرتبه های خیلی کوچکتر از  $M_P$  به وجود می آمد بسیار کمتر می شدند.

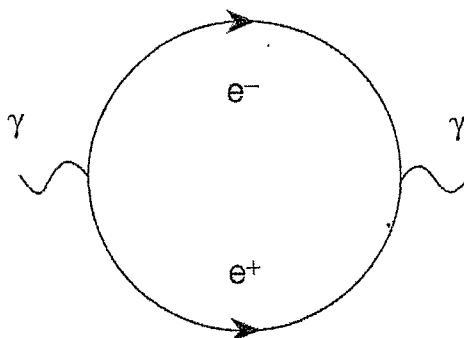
در مدل استاندارد این مسئله تصحیح ریز که شامل  $\mu_{phys}$  است نه تنها بر جرم هیگز که حالا بر اساس  $\mu$  جدید به شکل  $M_H = \sqrt{2}\mu_{phys}$  خواهد شد تاثیر می گذارد بلکه باعث تغییر جرم  $W$  نیز به شکل  $M_W = g \frac{\mu_{phys}}{\sqrt{\lambda}}$  خواهد بود و در کل تمام جرم هایی که در مدل استاندارد از  $\mu$  و  $v$  بدست می آیند تغییر خواهند کرد.

مسئله تنظیمات ریز در صورتی که حد بالای اعتبار **SM** یعنی  $\Lambda$  چندین مرتبه بزرگی از  $M_P$  کوچکتر باشد راحت تر می شود. اعتقاد بسیاری از فیزیک دانان بر این است که  $\Lambda$  از مرتبه مقیاس ضعیف است (بزرگ تر از چند  $TeV$  نیست). اما سوالی که در اینجا به ذهن می رسد، چستی این نظریه جدید است.

بنا بر مطالبی که تا این جا گفتیم هدف یک نظریه جدید که امید به برقراری آن در انرژی های بالاتر از  $\Lambda$  تا حتی  $M_P$  داشته باشیم بایستی از بین بردن بستگی تنظیمات به مربع مقیاس قطع (**cut-of scale**)  $\Lambda$  باشد در نظریاتی که دارای میدان های اسکالر هستند. در **SM** این میدان های اسکالر به منظور دستیابی به ساز و کاری ساده جهت شکست تقارن الکترو-ضعیف به کار گرفته شده اند. یک روش (اولین از نظر تاریخی) برای حل مشکل تنظیمات ریز در نظر گرفتن ذره هیگز به صورت یک سیستم دوتایی از فرمیون ها بود (مشابه ساز و کار موجود در نظریه **BCS**). در این روش لاگرانژی مربوط به هیگز تنها یک نظریه موثر (**effective theory**) است که در انرژی های پایین که ساختار هیگز قابل صرف نظر کردن است کار برد دارد (در حدود  $1-10 TeV$ ). نتیجتاً انتگرال رابطه تنها تا این مرتبه انرژی قابل استفاده خواهد بود و قابل کار برد در انرژی های به اندازه کافی بزرگ مانند  $M_P$  یا مقیاس **GUT** نیست. این مدل در مورد ایجاد جرم بوزون های نیروی ضعیف به خوبی کار می کند اما آن جا که نوبت به فرمیون

های مدل استاندارد می رسد به منظور دستیابی به محدودیت های تجربی نظریه بسیار پیچیده می شود (این گونه نظریات هنوز به طور کامل منسوخ نشده اند).

اما اگر بخواهیم اسکالر هایی مانند هیگز را در نظریه نگه داریم چه باید کرد؟ یک راه حل بررسی چرایی تاثیر گذاری این بی نهایت تنها بر بخش اسکالر نظریه است. مثلا در QED نمودار خود انرژی فوتون یک واگرایی مربعی به همراه دارد.



۲-۲ نمودار خود انرژی فوتون

مشابه حالت اسکالر این چنین واگرایی مربعی برای جرم فوتون تصحیحات کوانتومی بزرگی به همراه خواهد داشت. در واقع در این نظریه این واگرایی به واسطه ناوردایی پیمانانه ای نظریه غایب است. به زبانی دیگر، تقارن ناوردایی پیمانانه ای ظاهر نشدن جملاتی به شکل  $m_\gamma^2 A^\mu A_\mu$  را تضمین می کند. یعنی فوتون بدون جرم است. نمودار واگرا است، اما به صورت لگاریتمی و این واگرایی در بازبهنجارش ثابت شدت میدان و نهایتا با ایستا نبودن ثابت ساختار ریز به کار گرفته می شود. اکنون نگاهی به خود انرژی الکترون در QED می اندازیم که توسط یک نمودار تک حلقه ای که در آن الکترون یک فوتون را ساطع و جذب می کند نشان داده می شود. این نمودار به تصحیح  $\delta m$  در جرم فرمیون  $m$  منجر می شود که با  $\Lambda$  را بطله خطی دارد

$$\delta m \approx \alpha \int \frac{d^4 k}{kk^2} \approx \alpha \Lambda \quad (۶-۲)$$

در رابطه بالا با توجه به علاقه مابه  $k$  های بزرگ از تکانه خارجی و جرم فرمیون صرفنظر کرده ایم. در واقع پس از انجام محاسبات میزان تصحیح در جرم الکترون به صورت لگاریتمی در می آید.

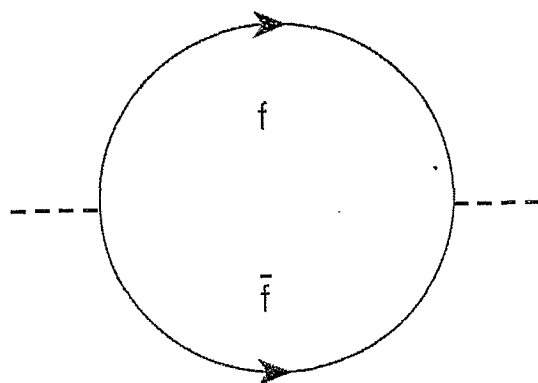
$$\delta m \approx \alpha m \ln \Lambda \quad (۷-۲)$$

حال اگر  $\Lambda \approx 10^{19} \text{ GeV}$  باز هم  $\delta m \approx m$  و تصحیح ریز خیلی بزرگی نخواهیم داشت. اما چرا در این مورد  $\delta m \approx m$  ؟

دلیل این امر وجود نوع خاصی از تقارن در لاگرانژی QED (و در SM در مورد مشابه) است که هنگام صفر شدن جرم فرمیون ها به وجود می آید. این تقارن عبارت است از ناوردايي تحت تبدیل  $\psi \rightarrow e^{i\alpha\gamma_5}\psi$  در حالت U(1) و تحت تبدیل  $\psi \rightarrow e^{i\alpha\tau/2}\psi$  در حالت SU(2). این تقارن تضمین می کند که تصحیحات تابشی که بر  $m$  انجام می گیرند وبا اختلال محاسبه می شوند با  $m \rightarrow 0$  به صفر میل می کنند. پس  $\delta m$  بایستی متناسب با  $m$  باشد و بستگی آن به  $\Lambda$  تنها لگاریتمی خواهد بود.

در دو مثال قبل، از QED، دیدیم که چگونه تقارن های شکسته نشده کایرال و پیمانانه ای بوزون های برداری و فرمیون ها را بدون جرم نگه می دارند و واگرایی های مربعی و خطی را از نظریه حذف می کنند. اگر می توانستیم تقارنی را بیابیم که ذرات اسکالر و فرمیون های بدون جرم و بوزون های برداری بدون جرم را در بر بگیرد آنگاه اسکالرها می توانستند همانند همراه های تقارنی آنها از واگرایی ها رهایی یابند.

ابر تقارن دقیقا اینگونه تقارنی است و همانگونه که بعدا خواهیم دید گردایه ای از اسکالر ها و فرمیون ها خواهد ساخت. حال کمی دقیق تر بررسی می کنیم که ابر تقارن چگونه می تواند مشکل واگرایی های مربعی را در مورد خود انرژی اسکالرها با در نظر گرفتن یک حلقه فرمیونی به عنوان یک نمودار دیگر حالت یک حلقه ای حل کند. با صفر در نظر گرفتن تکانه خارجی، این حلقه جدید به رابطه زیر منجر می شود.



۲-۳ نمودار خود انرژی ذره اسکالر توسط راس فرمیونی

$$\left( -g_f^2 \int d^4k \text{Tr} \left[ \frac{1}{(k - m_f)^2} \right] \right) \phi' \phi = \left( -4g_f^4 \int d^4k \frac{k^2 + m_f^2}{(k^2 - m_f^2)^2} \right) \phi' \phi \quad (۸-۲)$$

علامت منفی در اینجا بسیار مهم است و از حلقه فرمیونی ناشی شده است. با بزرگ گرفتن  $\Lambda$  وبا صرف نظر از ثابت های عددی و جرم فرمیون در این نمودار و نمودار اولیه برای ذره اسکالر به نتیجه

$$(\lambda - g_f^2) \Lambda^2 \phi' \phi \quad (۹-۲)$$

خواهیم رسید. اکنون با این فرض که یک ثابت بر هم کنش بوزون-فرمیون  $g_f$  داشته باشیم که با ثابت جفتیدگی هیگز رابطه  $g_f^2 = \lambda$  داشته باشد آنگاه وابستگی درجه دوم به  $\Lambda$  دیگر رخ نخواهد داد. رابطه ای همانند رابطه بالا میان ثابت های جفتیدگی مشخصه یک تقارن است، اما در این حالت بایستی تقارنی باشد که راسی تماما بوزونی را به راسی بوزون-فرمیونی مرتبط می کند. روابطی همانند دقیقا معادلاتی هستند که در نظریات ابر تقارنی مشاهده می شوند، به علاوه جرم بوزونها و فرمیونها در یک چند تایه ابر تقارنی یکسان هستند، اگر ابر تقارن شکسته نشده باشد، در این مدل ها  $m_f = M_H$ . توجه شود که در این نظریات به هر حال حذف واگرایی گفته شده بدون توجه به جرمها اتفاق می افتد، چراکه در رابطه مذکور جرم ها وارد نشده اند. این نکته باعث آزادی کار در مورد شکست ابر تقارن با ارائه جملات جدیدی می شود که این گونه حذف ها را مختل نمی کنند.

برای به کار گیری این ایده ها در مورد SM، فرض وجود میدان فرمیونی جدیدی، ابر همراه میدان هیگز (هیگزینو)، ضروری است. این میدان های اضافی تغییری در شکل پتانسیل هیگز ایجاد نمی کنند. از آن جاکه تمام فرمیون های مدل استاندارد بامیدان هیگز ثابت جفتیدگی دارند می توانند نقش فرمیون را در بازی کنند. برای حذف تمام این واگرایی های مربعی به معرفی ابر همراه های تقارنی بوزونی برای تمام فرمیون های مدل استاندارد نیاز خواهیم داشت که نتیجتا یک مجموعه کامل از اس کوارک ها و اس لپتون ها خواهیم داشت. اما با توجه به حضور بوزون های پیمانانه ای در SM این ذرات واگرایی های  $\ln \Lambda$  را در  $\mu^2$  - وارد خواهند کرد و این واگرایی ها نیز بایستی توسط ابر همراه های فرمیونی (گیجینو) خنثی شوند. از این رهیافت نمای کلی یک مدل استاندارد ابر تقارنی ذرات بنیادی کم کم آشکار می شود. پس از حذف جملات  $\Lambda^2$  از طریق رابطه بینهایت های بعدی که بر  $\mu^2$  - تاثیر می گذراند لگاریتم های  $\Lambda$  هستند که علی رغم کوچک تر بودن به نسبت جملات مربعی  $\Lambda$  اما باز هم می توانند به میزان غیر قابل پذیرشی بزرگ شوند. برای مشاهده راه حل این موضوع یک مدل ساده از یک هیگز و یک فرمیون جدید را در نظر بگیرید. تاثیر  $\ln \Lambda$  بر  $\mu^2$  - به شکل

$$\approx \lambda (aM_H^2 - bm_f^2) \ln \Lambda \quad (10-2)$$

خواهد بود که  $a$  و  $b$  فاکتور های عددی هستند. اگر چه بستگی به  $\Lambda$  اینک تا مقدار زیادی حل شده است اما یک مسئله تصحیح ریز در مورد هر فرمیون (که با میدان هیگز جفت شده باشد) که جرم آن  $m_f$  از مقیاس ضعیف خیلی بیشتر باشد پیش می آید. در کل اگر بخش مربوط به هیگز یک ثابت جفتیدگی، حتی غیر مستقیم و از طریق حلقه ها، با حالت های بسیار سنگین داشته باشد (همان گونه که در GUT به عنوان مثال رخ می دهد)، جرم این حالت ها موجب تصحیحات تشعشی بزرگ بر  $\mu^2$  - می شوند که دوباره به حذف های بزرگ نیاز خواهند داشت.