دانشگاه پیام نور

مرکز بابل

پایان‌نامه

برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد

رشته ریاضی کاربردی(تحقیق در عملیات)

عنوان پایان نامه:

استفاده از موازنه نش در شبکه جریان های زمانی

سیده فاطمه ساداتی بالادهی

استاد راهنما:

دکتر سید هادی ناصری

استادان مشاور:

دکتر سیامک فیروزیان

دکتر رضا ندیمی

بهمن ۱۳۹۰

Payame Noor University

Babol

Thesis Submitted for the Award of

M.Sc. **Applied Mathematics (Operations Research)**

Using Nash equilibrium in network flows over time

Seyyedeh Fatemeh Sadati Baladehi

Supervisor:

Seyyed Hadi Nasseri (Ph.D)

Advisors:

Siamak Firozian (Ph.D)

Reza Nadimi (Ph.D)

February 2012

بسم الله الرحمن الرحیم

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم که وجودشان همه مهر است.

تقدیر و تشکر

اکنون که به خواست خداوند متعال این رساله را به پایان می رسانم، فرصت را غنیمت شمرده و از زحمات بی دریغ جناب آقای دکتر رضا ندیمی که با هدایت های ارزنده، در مراحل مختلف این رساله مرا یاری نمودند صمیمانه تشکر و تقدیر می نمایم.

از اساتید ارجمندم جناب آقای دکتر سیامک فیروزیان و آقای دکتر جواد وحیدی به خاطر کمک ها و تلاش های ارزنده شان کمال تشکر را دارم.

جا دارد از زحمات استاد راهنمای گرامی جناب آقای دکتر سید هادی ناصری کمال تشکر را داشته باشم.

همچنین از داور گرامی جناب آقای دکتر یحیی طالبی که قبول زحمت نموده و رساله بنده را مطالعه نمودند سپاسگزارم.

چکیده

این رساله مشتمل بر ٤ فصل است :

فصل اول را به بیان پیشنیازهای ریاضی این رساله و مقدمه ای بر جریان های زمانی اختصاص می دهیم.

در فصل دوم به بررسی نظریه ی بازی ها و تعادل (موازنه) نش در یک بازی می پردازیم. و با بیان مثالی نشان می دهیم که چطور می توان در یک بازی، تعادل نش را پیدا کرد.

فصل سوم را به معرفی شبکه جریان های زمانی اختصاص می دهیم. بخش ۳-۲ به نتایج فرد و فالکرسون در مسائل ماکزیمم جریان های زمانی و بخش ۳-۳ به کلاس خاصی از جریان های زمانی که زودترین جریان های زمانی نامیده می شود، اختصاص داده شده است. نشان می دهیم که چطور می توان با دنباله ای از الگوریتم های کوتاهترین مسیر، یک زودترین جریان ورودی را محاسبه نمود. در بخش ۳-٤ جریان های زمانی دارای هزینه را در نظر گرفته و در مورد پیچیدگی آنها بحث می نماییم. همچنین به معرفی شبکه های گسترده زمانی می پردازیم.

در فصل چهارم به بررسی موازنه نش در شبکه جریان های زمانی پرداخته و نشان می دهیم موازنه نش می تواند توسط دنباله ای از جریان های ایستا تعیین گردد. بخش پایانی فصل به نتایجی در زمینه هزینه آشوب اختصاص داده شده است. ثابت می کنیم در شبکه کوتاهترین مسیر، هر موازنه نش، یک سیستم بهینه است. به علاوه، یک جریان زمانی نش می تواند توسط چند جمله ای زمانی با دنباله ای از خلوت ترین برش ها محاسبه گردد. در شبکه های دلخواه، هزینه آشوب با یک مقدار ثابت محدود نمی شود.

واژه های کلیدی: شبکه جریان های زمانی- موازنه نش- نظریه ی بازی ها- هزینه آشوب- جریان های زمانی- جریان های ایستا.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل سوم: جریان های زمانی

فصل چهارم: موازنه نش و هزینه آشوب برای جریان های زمانی

فصل اول

مقدمه

۱-۱ -مقدمه

جریان های زمانی(جریان های پویا) تعمیمی از جریان های ایستا با معرفی یک عامل زمان می باشند. این جریان ها اساساً مسائلی را مطرح می کنند که در آنها مسافرت و انتقال آنی نیست و مستلزم گذر زمان است. در حل این نوع مسائل سؤالاتی پیش می آید که در جریان های ایستا مطرح نیست. هر یال از شبکه مفروض دارای یک زمان عبور آزاد جریان و یک ظرفیت می باشد. جریان های زمانی با زمان عبور ثابت توسط فرد[۱] و فالکرسون[۲] معرفی شده اند.

از طرفی مسائل جریان های زمانی به طور سنتی در شبکه های گسترده زمانی به عنوان یک مسأله ایستا حل می شوند. این رویکرد سنتی علی رغم اینکه تمام الگوریتم های جریان های ایستا را در اختیار مسائل جریان های زمانی قرار می دهد، به دلیل اندازه بزرگ شبکه گسترده زمانی، خیلی مقبول و مقرون به صرفه نیست.

تاکنون موازنه نش برای جریان های زمانی اغلب در زمینه ترافیک بررسی شده است. یاگر[۳] و ویکری[۴] اولین کسانی بودند که این موضوع را ارائه دادند. از سال ۱۹۸۰، موازنه نش در نمونه های کوچک مورد بررسی قرار گرفت. پس از آن این موضوع به سرعت عمومیت یافت و موازنه نش به صورت ریاضی مدل بندی شد.

[1] - Ford
[2] - Fulkerson
[3] - Yager
[4] - Vickrey

در این رساله موازنه نش را برای جریان های زمانی مورد تجزیه و آنالیز قرار می دهیم. اگرچه بررسی الگوریتمی نظریه بازی ها محدوده ای وسیع جهت تحقیق می باشد، تاکنون شبکه جریان های زمانی از این منظر به صورت الگوریتمی مورد بررسی قرار نگرفته اند. هدف اصلی در این رساله این است که اولین گام را در این زمینه برداشته، نتایج تازه و جالبی را ارائه داده و تحقیقات بیشتر را در این زمینه برانگیزد.

۱-۲- برخی مفاهیم و اصطلاحات مربوط به نظریه ی بازی ها

الف) بازی: آنچه در نظریه ی بازی ها به آن بازی اطلاق می شود عبارتست از: آن تعاملاتی که در آن بین تصمیم هر یک از طرفین وابستگی و ارتباط متقابل وجود داشته باشد.

ب)استراتژی[1]: اگر یک بازی ایستا باشد، استراتژی هر بازیکن عبارتست از آن مجموعه رفتارها یی (عمل هایی) که بازیکن می تواند از میان آنها یکی را برای یک بار انتخاب کند، به عبارت دیگر استراتژی عبارت است از: « انتخاب های موجود و پیش روی یک بازیکن » ولی اگر بازی پویا باشد، عمل بازیکنی که دیرتر عمل خود را انتخاب می کند، می تواند پاسخ به بازیکنی باشد که زودتر از او عملی را انتخاب می کند. در این صورت هر کدام از بازیکنان باید یک برنامه کامل عمل داشته باشد. برای مثال : «اگر حریف، A را انتخاب کند، آنگاه من X را انتخاب خواهم کرد و اگر حریف B را انتخاب کند من آنگاه Y را انتخاب خواهم کرد». در این نوع بازی ها این چنین برنامه ی کاملی استراتژی را نشان می دهد.

[1] - Strategy

برای اینکه بدانیم آیا استراتژی نوشته شده کامل است یا خیر، یک روش ساده وجود دارد. برنامه ی کامل عمل (استراتژی)؛ موقعی گفته می شود که اگر طرف آن را بنویسد و به دست شخص دیگری بدهد آن شخص نیز به خوبی او بتواند بازی را انجام دهد. در این صورت گفته می شود استراتژی بازیکن کامل است. زیرا استراتژی، برنامه بازیکن یا دستور انتخاب عمل او را در هر شرایطی محتمل الوقوع نشان می دهد. در زبان عمومی استراتژی را برنامه ی عمل در مقیاس وسیع و زمان بلند درنظر می گیرند و در مقابل، تاکتیک برای برنامه های با مقیاس کوچک و زمان کوتاه به کار می رود. در نظریه بازی ها هیچ گاه کلمه ی تاکتیک به کار نمی رود و به جای آن از استراتژی استفاده می کنیم.

ج) پیامدها[1]: به مقدار برد یا باخت و آنچه در انتهای یک بازی عاید بازیکنان می شود «پیامد» گفته می شود. در هر بازی ممکن است چندین نتیجه محتمل وجود داشته باشد، می توان برای هر بازیکن به ازای هر نتیجه عددی را نسبت داد که به آن عدد پیامد می گویند. عدد بیشتر نشانگر موقعیت یا نتیجه ی بهتر برای آن بازیکن است. گاهی اوقات به جای عدد می توان مبالغی پول مانند سود، درآمد یا مطلوبیت و غیره را در نظر گرفت. گاهی اوقات این پیامد می تواند سود انتظاری، درآمد انتظاری یا مطلوبیت انتظاری باشد. بنابراین هرآنچه بازیکن در نتیجه یک بازی مراقب آن است، پیامد بازی نام دارد.

د) عقلانیت[2]: هدف غایی هریک از بازیکنان در بازی، رسیدن به بالاترین یا بهترین پیامد ممکن است ولی مسأله این است که بازیکنان چگونه در یک بازی این هدف را دنبال می کنند؟ برای دنبال کردن

---

[1]- pay off
[2] - Rationality

این هدف، ضروری است که بدانیم بازیکنان چقدر توان محاسبه استراتژی خود را دارند و چقدر قادرند درعمل از استراتژی تبیین شده خود تبعییت کنند. اغلب در نظریه ی بازی ها فرض بر این است که افراد به خوبی توان محاسبه ی استراتژی و تبعییت از آنها را دارند. این فرض اساسی رفتار عقلایی نام دارد. پس برای رفتار عقلایی دو شرط لازم است:

۱ –بازیکن نسبت به پیامد بازی آگاهی و دانش کامل داشته باشد.

۲ – بازیکن از استراتژی انتخابی، که در راستای منافع او خواهد بود، محاسبه ی دقیق و بی عیبی داشته باشد.

مهم این است که عاقل بودن به مفهوم داشتن سیستم ارزش گذاری، همانند بازیکنان دیگر، برای نتایج مختلف بازی نیست، بلکه عاقل بودن به مفهوم پیگیری منافع خود در یک بازی است. پس ممکن است در یک بازی یک بازیکن افق بلندمدت را در نظر داشته باشد، در حالی که بازیکن دیگر این چنین نباشد. لذا ارزش گذاری آنها نسبت به نتیجه بازی متفاوت خواهد بود. در نتیجه جستجوی منافع به وسیله ی هر کدام، رفتار عقلایی است در صورتی که شاید از نظر دیگری چنین نباشد. پس در یک بازی که هر بازیکن می خواهد واکنش احتمالی حریف را نسبت به رفتار خود مدنظر قرار دهد، در واقع سیستم ارزش گذاری خود را مدنظر قرار می دهد. (یعنی فکر می کند سایر بازیکنان بیشتر از همان سیستم ارزش گذاری تبعیت می کنند اما ممکن است در واقع این طور نباشد).

به طور کلی می توان گفت هر بازیکن سیستم ارزشی و ارزش گذاری حریف را نمی داند. یعنی نمی تواند پیش بینی کند که حریف از هر استراتژی او چه پیامدی را به دست می آورد. به همین

دلیل بسیاری از بازی ها، بازی با اطلاعات ناقص و نامتقارن هستند. در چنین بازی هایی تلاش برای یافتن مقدار ارزش یا پیامد هر بازیکن و طراحی استراتژی مناسب از اهداف بازی است.

ه) آگاهی عمومی نسبت به قاعده بازی[1]: فرض می شود که قاعده ی بازی را همه ی بازیکنان یک بازی می دانند. در نظریه ی بازی ها منظور از قاعده بازی عبارت است از:

۱- لیست بازیکنان

۲ -استراتژی هر بازیکن

۳ -پیامد حاصل از هر ترکیب استراتژی بازیکنان برای هر بازیکن

٤ - فرض رفتاری اینکه هر بازیکن به طور عقلایی درصدد بهینه سازی یا به دنبال حداکثر منافع خود است.

درصورتی که قاعده ی بازی معلوم نباشد نظریه ی بازی ها نمی تواند بازی را به خوبی تجزیه و تحلیل کند. وقتی که گفته می شود قاعده بازی به صورت آگاهی عمومی است، منظور این است که :

۱ -هر بازیکن باید قاعده بازی را بداند.

۲ -هر بازیکن باید بداند که حریف نیز قاعده ی بازی را می داند.

در این صورت می گوییم قاعده ی بازی به صورت آگاهی یا دانش عمومی بین بازیکنان است.

و) تعادل[1]: وقتی هر بازیکن استراتژی خود را تعیین کرد و بازی شروع شد، سؤال این است که هر بازیکن چه استراتژی را باید انتخاب کند؟ پاسخ این سؤال را در چارچوب و در بحث تعادل می توان

[1] - Common Knowledge

داد. یعنی در یک تعادل هر بازیکن آن استراتژی را بکار می برد که بهترین پاسخ به استراتژی های انتخابی حریف باشد. در تعادل لزوماً همه چیز برای بازیکنان در بهترین حالت نیست. به عبارت دیگر در تعادل لزوماً بازیکنان به بیشترین پیامد دست پیدا نمی کنند. ممکن است تعامل استراتژیک میان بازیکنان منجر به نتیجه ای شود که برای تمام آنها بدتر باشد. یافتن تعادل در همه ی بازی ها به سهولت صورت نمی گیرد. زیرا وقتی تعداد بازیکنان یا تعداد استراتژی آنها افزایش پیدا می کنند، حل کردن و یافتن تعادل نیز پیچیده تر می گردد. ولی باید گفت نظریه ی بازی ها به برکت ابزارهای جدید (مثل برنامه های رایانه ای) در یافتن تعادل بازی پیچیده نیز عاجز نیست.

۱-۳- آنالیز الگوریتم ها

۱-۳-۱- پیچیدگی الگوریتم ها

یکی از مهمترین ملاک هایی که در مورد کارآیی الگوریتم ها مطرح می شود زمان اجرای الگوریتم است.

برای بررسی یک الگوریتم، ساده ترین راه، پیاده سازی و اندازه گیری زمان اجرای آن است. اما این روش برای مقایسه الگوریتم ها روش مناسبی نیست زیرا عواملی مثل دستورات ماشین، کیفیت کامپایلر و تسلط برنامه نویس می تواند اثر زیادی در این روش تحلیل داشته باشد.

[1] - Equilibrium

برای رفع این مشکلات نیاز به استفاده از یک روش ریاضی برای تحلیل الگوریتم ها احساس می شود. هدف عمده روش ریاضی یافتن نرخ رشد زمان یا فضای مورد نیاز به ازای ورودی های الگوریتم است.

اندازه ی مسأله وابسته به طول و ساختار داده ی ورودی به الگوریتم است. برای مثال اگر داده ورودی یک ماتریس باشد، ابعاد ماتریس اندازه مسأله می باشد. در یک گراف تعداد گره ها و کمان های آن اندازه مسأله خواهند بود.

نکته مهم در آنالیز الگوریتم ها آن است که اگر اندازه ی ورودی الگوریتم کوچک باشد اجرای الگوریتم فوراً پایان می پذیرد و صرف انرژی برای آنالیز پیچیدگی زمانی الگوریتم به ازای ورودی های کوچک غیر ضروری به نظر می رسد. بنابراین آنالیز پیچیدگی الگوریتم ها برای حالتی مطرح می شود که اندازه ی ورودی الگوریتم بزرگ باشد.

ما در اینجا برای مقایسه کارآیی الگوریتم ها با یکدیگر، بدترین حالت در زمان یا فضا را در نظر می گیریم و از بررسی بهترین حالت و حالت میانگین برای الگوریتم ها صرف نظر می کنیم.

تعریف: اگر $f(n)$ و $g(n)$ دو تابع صحیح بوده و اعداد مثبت ثابتی مثل C و n_0 وجود داشته باشند که رابطه ی $f(n) \leq Cg(n)$ برای $n \geq n_0$ برقرار باشد آنگاه گوییم f از مرتبه g است و آن را به صورت $f(n) = O\big(g(n)\big)$ نمایش می دهیم.

تعریف: اگر زمان اجرای یک الگوریتم $O(g)$ باشد، آنگاه g را اندازه ی « پیچیدگی زمانی » الگوریتم می گویند.

۱-۳-۲- کلاس های P، NP و NP-hard

الگوریتم های قطعی و غیرقطعی: الگوریتم های قطعی الگوریتم هایی هستند که با رسیدن به جواب مسأله به پایان می رسند. در صورتی که الگوریتم های غیرقطعی ممکن است بدون رسیدن به جواب مسأله به پایان برسند. الگوریتم های غیرقطعی با انتخاب یک پاسخ s برای مسأله مشخص می کنند که آیا s جواب مسأله است یا خیر.

کلاس P: مجموعه تمام مسائلی است که به وسیله ی یک الگوریتم قطعی با پیچیدگی زمانی چند جمله ای قابل حل هستند.

کلاس NP: NP مجموعه تمام مسائلی است که به وسیله یک الگوریتم غیرقطعی در زمان چند جمله ای قابل حل هستند.

از آنجایی که الگوریتم های قطعی حالت خاصی از انواع غیرقطعی هستند می توان نتیجه گرفت که $P \subseteq NP$.

برای مسائلی که تاکنون برای آنها الگوریتمی با پیچیدگی زمانی چند جمله ای ارائه نشده است کلاس بندی هایی صورت گرفته است که با تعاریف زیر به معرفی این کلاس ها می پردازیم.

تعریف: دو مسأله L_1 و L_2 را در نظر بگیرید. L_1 به L_2 کاهش می یابد اگر و تنها اگر الگوریتمی قطعی با پیچیدگی زمانی چند جمله ای موجود باشد که با استفاده از الگوریتم قطعی مسأله L_2، L_1 را حل نماید.

از این تعریف نتیجه می شود که اگر L_1 قابل کاهش به L_2 باشد و الگوریتمی با زمان چند جمله ای برای L_2 وجود داشته باشد آنگاه می توان L_1 را نیز در زمان چند جمله ای حل نمود.

کلاس NP-hard: مسأله L از نوع NP-hard است اگر و تنها اگر مسأله «صدق پذیری» یا یک مسأله NP-hard دیگر به L کاهش پیدا کند. توجه نمایید که تا به حال برای هیچ یک از مسائل NP-hard الگوریتمی با پیچیدگی زمانی چند جمله ای ارائه نشده است و در صورتی که بتوان برا ی یکی از مسائل الگوریتمی با زمان چند جمله ای ارائه نمود تمام مسائل کلاس NP-hard در زمان چند جمله ای قابل حل خواهند بود.

کلاس NP-complete: مسأله L از نوع NP-complete است اگر و تنها اگر از نوع NP-hard بوده و L ∈ NP. توجه نمایید که مسأله NP-hard الزاماً NP-complete نیست.

۱-۳-۳ آنالیز الگوریتم های شبکه

برای بررسی پیچیدگی الگوریتم های شبکه از n، m، U و C به عنوان اندازه داده ها استفاده خواهیم نمود که n تعداد گره های شبکه، m تعداد کمان های شبکه، U بزرگترین قدرمطلق ظرفیت کمان ها و C بزرگترین قدرمطلق هزینه ها می باشند.

تعریف: پیچیدگی الگوریتم شبکه را «شبه چند جمله ای[1]» گویند اگر علاوه بر n و m مقداری (مقادیری) از دیگر داده های شبکه از قبیل U و C ... در تابع پیچیدگی آن ظاهر شوند. مثلاً $O(mc)$.

[1] - pesudo polynomial

تعریف: پیچیدگی الگوریتم شبکه را «به طور ضعیف –چند جمله ای[1]» گوییم هرگاه در تابع پیچیدگی آن U یا C درون تابع log ظاهر شوند. مثلاً $O(n^2 \, ln \, U)$.

تعریف: پیچیدگی الگوریتم شبکه را « قویا–چند جمله ای[2]» گوییم اگر و تنها اگر تابع پیچیدگی زمانی آن به U و C وابسته نباشد. مثل $O(m^2 \, log \, n)$.

۴–۱ مفاهیم پایه ای در شبکه جریان های ایستا:

در این بخش مفاهیم پایه ای در شبکه جریان های ایستا که در ادامه مطالب مورد نیاز می باشد را ارائه می دهیم.

گراف[3]: یک گراف مجموعه ای از گره هاست (رأس ها) که توسط کمان ها به یکدیگر متصل شده اند. گراف G را با نماد $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{A})$ نمایش می دهیم که V مجموعه رأس ها و A مجموعه کمان ها می باشد.

شبکه[4]: شبکه $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$ گراف جهت داری است با رأس مبدا $\mathrm{s} \in \mathrm{V}$ و رأس مقصد $t \in V$ که متناظر با هر کمان $e \in E$ یک ظرفیت u_e و زمان عبور $\tau_e \geq 0$ وجود دارد. در مسائل دارای هزینه، هر کمان e دارای ضریب هزینه c_e می باشد که هزینه مورد نیاز برای ارسال یک واحد جریان در طول کمان مورد نظر می باشد. گاهی اوقات کمان e از رأس v تا w را به صورت (v, w) نشان می دهند در این حالت می نویسیم $tail(e) = v$ و $head(e) = w$.

[1] - weakly polynomial
[2] - strongly polynomial
[3] - Graph
[4] - Network