



۲۴۵۹۳

۱۳۷۸ / ۳ / ۳۰



پایان نامه کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی

عنوان:

برنامه زمان بندی تولیدی بهینه برای کارخانجات سرامیک

استاد راهنما:

آقای دکتر علی وحیدیان کامیاد

دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد

استاد مشاور:

آقای دکتر حسین تقی زاده کاخکی

استادیار دانشگاه فردوسی مشهد

نگارش:

حسن حسن پور

شهریور ۱۳۷۶

۲۴۵۹۳

1645/2



بسمه تعالی

دانشگاه فردوسی مشهد
دانشکده علوم ریاضی

صور تجلسه دفاع پایان نامه کارشناسی ارشد

جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای حسن حسن پور دانشجوی رشته ریاضی
کاربردی در تاریخ ۲۶/۸/۱۴ با حضور داوران برگزار گردید و نامبرده از پایان نامه کارشناسی ارشد
خود تحت عنوان :

برنامه زمانبندی تولیدی بهینه برای کارخانجات سرمایه‌یک

با بیان خلاصه ای از تحقیقات و پاسخ به سئوالات داوران دفاع نمودند و بانمره به عدد (۱۸/۵) و
بحروف (یکبره و نیم) معادل عالی قبول شدند.
موجود

هیأت داوران

نام و نام خانوادگی دانشگاه مرتبه علمی امضا

۱- استاد راهنما: آقای دکتر علی وحیدیان کامیاد دانشگاه فردوسی مشهد دانشیار

۲- استاد مشاور: آقای دکتر حسین تقی زاده دانشگاه فردوسی مشهد استادیار

۳- داور: خانم دکتر فائزه توتونیان دانشگاه فردوسی مشهد دانشیار

۴- نماینده تحصیلات تکمیلی و داور ۲: آقای دکتر اسداله نیکنام دانشگاه فردوسی مشهد استاد

۵- مدیر گروه ریاضی: آقای دکتر علی وحیدیان کامیاد دانشگاه فردوسی مشهد دانشیار

حمد و سپاس

خداوند را سپاس می‌گوییم که توفیق برداشتن گامی در جهت تحصیل دانش را در جوار بارگاه ملکوتی ثامن الحجج حضرت علی بن موسی الرضا (علیه السلام) به من ارزانی داشت.

بر خود لازم می‌دانم به حکم حدیث شریف «من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق» از استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر وحیدیان کامیاد و نیز از استاد گرامیم جناب آقای دکتر تقی زاده که بدون شک تدوین پایان‌نامه بدون راهنماییهای ارزنده ایشان برایم مقدور نبود خالصانه تقدیر و تشکر نمایم.

همچنین از مسئولین کتابخانه دانشکده علوم ریاضی بخصوص جناب آقای اتحاد، مسئولین اتاق کامپیوتر دانشکده، منشی گروه ریاضی سرکار خانم تهرانی و سرکار خانم صابری و نیز از مسئولین بخش زیراکس دانشکده به خاطر زحماتشان تشکر می‌نمایم.

از کلیه دوستانی که طی مراحل تدوین پایان‌نامه و نوشتن برنامه کامپیوتری آن از راهنماییهای خود دریغ نورزیدند قدردانی می‌نمایم.

امید دارم که این کار اندک مورد قبول درگاه احدیت واقع گردد و مورد استفاده دانش دوستان قرار گیرد.

«و من ... التوفیق»

حسن حسن‌پور

شهریور ۱۳۷۶

مشهد مقدس

تقدیم بہ:

«پدر و مادر بزرگوارم»

تقدیم بہ:

«ہمسر گرامیم»

و تقدیم بہ:

«روح برادر شہیدش»

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	مقدمه
۳	چکیده
فصل اول: مقدماتی از آنالیز ریاضی	
۶	(۱-۱) تعاریف مقدماتی
۸	(۲-۱) مشتق‌سویی توابع محدب
۹	(۳-۱) زیرگرادیانهای یک تابع محدب
۱۰	(۴-۱) مشتق‌پذیری توابع محدب
فصل دوم: برنامه‌ریزی غیرخطی و مسأله دوگان لاگرانژ	
۱۳	(۱-۲) دوگان لاگرانژ یک مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی
۱۵	تعبیر هندسی مسأله دوگان لاگرانژ
۱۹	(۲-۲) خواص تابع دوگان لاگرانژ
۲۳	زیرگرادیانهای تابع دوگان لاگرانژ
۲۷	مسیرهای صعود و مسیر تندترین صعود
۲۸	تعبیر هندسی سیر صعود
۲۹	(۳-۲) تخفیف لاگرانژ یک مسأله برنامه‌ریزی صحیح
۳۳	(۴-۲) یافتن کوتاهترین مسیر در شبکه‌های با هزینه دلخواه
۳۴	مسأله جریان شبکه

صفحه	عنوان
۳۵	مسأله کوتاهترین مسیر
۳۶	الگوریتم کوتاهترین مسیر برای شبکه‌های با هزینه دلخواه
فصل سوم: فرمول بندی و حل مسأله (CPS)	
۴۰	(۱-۳) تعریف مسأله (CPS)
۴۱	(۲-۳) فرمول بندی مسأله (CPS)
۴۴	(۳-۳) تخفیف لاگرانژ مسأله (CPS)
۵۰	(۴-۳) واگذاری تجربی محصولات به خطوط تولید
۵۷	(۵-۳) اجرای مدل و نتایج حاصل
۶۰	واژه‌نامه
۶۷	منابع و مواخذ

مقدمه

در تولید فراورده‌های صنعتی غالباً مواد اولیه مصرفی به تنهایی قیمت چندانی ندارند (مثلاً خاک رس در صنعت سرامیک)، لیکن هزینه‌های افزوده شده به آن طی مراحل تولید بالا است. به عنوان نمونه می‌توان از هزینه‌هایی مانند انرژی مصرف شده، سرمایه، هزینه‌های جابجایی و توزیع محصول و هزینه نگهداری محصول نام برد. با توجه به این که غالباً تولیدات روی قیمت فروش با هم رقابت می‌کنند، پایین آوردن هزینه تولید از اهمیت خاصی برخوردار است و این امر به برنامه‌ریزی و مدیریت دقیق فعالیت‌های تولیدی نیاز دارد.

برای بهینه‌سازی فرایندهای تولید، روش‌های گوناگونی مورد استفاده قرار گرفته‌اند که از آن جمله می‌توان به برنامه‌ریزی پیشرو زمانی^۱ اشاره کرد ([۳۱]، [۳]). ولی آنچه در این پایان‌نامه مورد توجه ماست، زمان‌بندی تولید با ظرفیت جهت‌دار^۲ (CPS) است، که عبارت است از ارائه یک روش کارآمد برای زمان‌بندی تولید دسته‌ای از محصولات در تعداد قابل‌تغییری خط تولیدی برای تعداد مشخصی دوره زمانی، به گونه‌ای که هزینه کل تولید، نگهداری و تنظیم خط^۳ کمینه شود.

حالت ساده مسئله (CPS) عبارت است از برنامه‌ریزی تولید چند محصول در یک خط تولید. مطالعات اولیه مسئله، محدود به حالاتی بود که در آنها نرخ تقاضا ثابت است. مطالعات بعدی روی کمینه کردن هزینه تولید و هزینه‌های تنظیم تحت محدودیت‌های تقاضا و ظرفیت تولید صورت گرفت. «کارمارکار»^۴ و «اسکریج»^۵ (۱۹۸۵)، «کارمارکار» و «ککر»^۶ و «ککر» (۱۹۸۷) و «ولسی»^۷ (۱۹۸۹) مثالهایی از همین نوع ولی با ابعاد بزرگتر را مطرح کرد. «گلاسی»^۸ (۱۹۶۸)، «فریرا»^۹ و «هوجسون»^{۱۰}

1- Time - phased Forward Scheduling

2- Capacity - oriented Production Scheduling

3- Changeover Cost

4- Kamarkar

5- Schrage

6- Kekre

7- Wolsey

8- Glassey

9- Ferreira

10- Hodgson

(۱۹۷۳)، «دِرسی»^۱، «هوجسون» و «راتلیف»^۲ (۱۹۷۵) و «دریسکول»^۳ و «امونز»^۴ (۱۹۷۸)، «لایبریتز»^۵ (۱۹۸۴)، «گاسکون»^۶ و «لیچمن»^۷ (۱۹۸۸) و «مگنانتی»^۸ و «واکانی»^۹ (۱۹۹۰)، مسایلی را با خط و مشی تولیدی مجزا مورد توجه قرار دادند. در این مطالعات، افق برنامه‌ریزی متناهی است و فعالیتها می‌توانند از هم جدا شوند و در دوره‌های زمانی ناپیوسته به انجام می‌رسند. روشهایی که برای حل این مسایل مورد استفاده قرار گرفتند عبارتند از برنامه‌ریزی پویا، روش لاگرانژ و روش صفحه برشی^{۱۰}.

مدل (CPS) تعمیم مسأله با یک خط تولید به یک مسأله با چند خط تولید است. برای اولین بار، «لایبریتز» و «میلر»^{۱۱} (۱۹۸۵) مسأله (CPS) در مورد کارخانه سرامیک با خطوط تولید چندگانه ولی غیر موازی مطرح کردند. «لایبریتز» و «گویگنارد»^{۱۲} (۱۹۸۷) بعد از تطابق مسأله با روشهای فنشده سازی قیود که توسط «کیانفر»^{۱۳} (۱۹۷۱) و «برادلی»^{۱۴} و «هامر»^{۱۵} و «ولسی» (۱۹۷۴) ارایه شده است، آن را حل کردند. راه حل آنها روشی بسیار مؤثر برای یافتن کرانه‌های قوی برای مسایل برنامه‌ریزی خطی بود ولی زمان زیادی می‌برد.

روشی که در اینجا ارائه می‌شود، به کمک روش تخفیف لاگرانژ مسأله (CPS) را به مسایلی با یک خط تولید و چند محصول تجزیه می‌کند که توسط برنامه‌ریزی پویا حل می‌شوند.

1- Dorsey

4- Emmons

7- Leachman

10- Cutting plane Method

13- Kianfar

2- Ratliff

5- Liberatore

8- Magnanti

11- Miller

14- Bradley

3- Driscoll

6- Gascon

9- Vachani

12- Guignard

15- Hammer

چکیده

کارخانه‌ای را در نظر بگیرید که محصولات متنوعی را در خطوط تولیدی مشخصی تولید می‌کند. هر خط تولیدی برای هر محصول دارای ظرفیت تولید خاصی است که به آن نرخ تولید می‌گویند. و کارخانه برای تعداد مشخصی دوره‌ی زمانی متوالی می‌خواهد کار کند. هدف یک برنامه‌ی زمان‌بندی تولیدی بهینه برای چنین کارخانه‌ای این است که: اولاً - هزینه‌ی کل تولید هر محصول کمینه شود. این هزینه شامل سه بخش است:

۱- هزینه تولید هر محصول در هر خط، که با توجه به هزینه استهلاک ماشین‌آلات، هزینه‌های سربار و ... هزینه تمام شده‌ی محصول باید محاسبه گردد.

۲- هزینه‌ی نگهداری محصولات تا زمان تحویل به مشتری؛ محصولات در دوره‌های زمانی مختلف تولید می‌شوند به منظور تکمیل شدن کل تقاضای مشتریها و همچنین به منظور فرارسیدن زمان تحویل به مشتری، تا زمان تحویل نگهداری می‌شوند که هزینه‌ی نگهداری آنها به نوع محصول، ابعاد آن و مدت زمان نگهداری، ضایعات و ... بستگی دارد.

۳- هزینه‌ی تنظیم خطوط برای محصولات که به محصول جدیدی که می‌خواهیم وارد خط تولید کنیم و نیز به خط تولید بستگی دارد. تنظیم خطوط برای محصولات جدید، شامل تمیز کردن دستگاهها، تعویض قالبها، روغنکاری و ... می‌باشد.

ثانیاً - کل تقاضای مشتریها برای محصولات مختلف در زمانهای مورد تقاضای آنها برآورده شود.

ثالثاً - حتی‌الامکان در هر خط تولید، از تمام ظرفیت تولید آن استفاده شود. به عبارت

دیگر، استفاده بهینه از خطوط تولید صورت پذیرد.

نرخ تولید محصول در یک خط تولید، به عنوان مثال در روند تولید سرامیک، به تعداد کوره‌ها، ظرفیت کوره‌ها (که ظرفیت کوره‌ها با توجه به ابعاد محصولات، برای محصولات مختلف، متفاوت است)، به زمان تنظیم خطوط تولید برای محصولات جدید و ... بستگی دارد. هر یک از مراحل قالب‌زنی، پرداخت، پخت و ... برای هر محصول زمان معینی می‌برد که با توجه به تمام این موارد، باید زمان‌سنجی واقعی تولید هر محصول در هر خط تولید انجام شده و نهایتاً نرخ واقعی تولید هر محصول در هر خط تولید محاسبه گردیده و در زمان‌بندی بهینه تولیدی مدنظر قرار گیرد.

روشی که در این پایان‌نامه برای حل مسئله فوق (CPS) ارائه می‌شود، یک کران پایین قوی از حل مسئله تخفیف لاگرانژ و یک کران بالا از طریق بکارگیری یک الگوریتم پیشرو کاهش دهنده هزینه، که از جواب مسئله تخفیف لاگرانژ یک جواب شدنی اقتباس می‌کند، بدست می‌دهد. الگوریتم ارائه شده از یک روش کارا برای اولویت دادن به محصولاتی که تقاضای آنها برآورده نمی‌شود و واگذاری خطوط تولید به محصولات استفاده می‌کند.

این برنامه، برای هر کارخانه‌ای که به زمان‌بندی تولید تعدادی محصول روی یک یا چند خط تولید برای تعدادی دوره زمانی متوالی (و البته بدون ضایعات تولید) نیاز دارد، بکار می‌رود. کاربردهای این روش توسط «ماتا» (۱۹۸۹) تشریح شده است.

پس از فرمول‌بندی ریاضی و حل مسئله، نرم‌افزاری ارائه می‌شود که تغییر دادن برنامه تولید با توجه به تغییر تقاضا یا تغییر شرایط کارخانه و ... به کمک آن امری سهل‌الوصول باشد.

فصل اول

مقدماتی از

آنالیز ریاضی

بخش (۱-۱) تعاریف مقدماتی

تعریف (۱-۱): فرض کنید R مجموعه اعداد حقیقی و R^n فضای n بعدی حقیقی باشد. زیر مجموعه S از R^n را محدب^۱ گویند هرگاه پاره خط واصل هر دو نقطه دلخواه از S تماماً در S واقع شود. به عبارت دیگر برای هر $x_p, x_q \in R^n$ و هر $\lambda \in (0, 1)$ داشته باشیم:

$$\lambda x_p + (1-\lambda)x_q \in S$$

تعریف (۲-۱): پوسته محدب^۲ مجموعه $S \subseteq R^n$ که با $H(S)$ یا $Conv(S)$ نمایش داده می شود، عبارت است از مجموعه تمام ترکیبات محدب عناصر S به عبارت دیگر $x \in H(S)$ اگر و فقط اگر بتوان x را بصورت زیر نمایش داد:

$$x = \sum_{i=1}^k \lambda_i x_p \quad \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, k$$

که k عددی است صحیح و مثبت و x_1, x_2, \dots, x_k عناصری از S هستند.

تعریف (۳-۱): فرض کنید S زیر مجموعه دلخواهی از R^n باشد:

(۱) نقطه x متعلق به بستار^۳ S است هرگاه برای هر $\epsilon > 0$ $N_\epsilon(x) \cap S \neq \emptyset$ که در آن $N_\epsilon(x)$

گوی به مرکز x و شعاع ϵ است. بستار S را با $cl(S)$ نشان می دهیم. اگر $S = Cl(S)$ مجموعه S را بسته گوئیم.

(۲) x را نقطه درونی^۴ S گوئیم هرگاه، $\epsilon > 0$ مثبت موجود باشد به طوری که $N_\epsilon(x) \subset S$

درون S را با $int(S)$ نمایش می دهیم. اگر $S = int(S)$ مجموعه S را باز^۵ می نامیم.

(۳) یک مجموعه کراندار^۶ است هرگاه بتوان آن را در یک گوی به اندازه کافی بزرگ

1- Convex

2- Convex Hull

3- Closure

4- Interior Point

5- Open

6- Bounded

جای داد.

(۴) یک مجموعه فشرده است هرگاه بسته و کراندار باشد.

قضیه (۱-۱): فرض کنید $S \subseteq R^n$ محدب باشد و $int(S) \neq \emptyset$ و فرض کنید $x_1 \in cl(S)$

$x_2 \in int(S)$ در این صورت برای هر $\lambda \in (0, 1)$ داریم: $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in int(S)$

اثبات: مرجع [۲].

غیرتهی و

قضیه (۲-۱): فرض کنید $S \subseteq R^n$ فشرده و $f: S \rightarrow R$ پیوسته باشد آنگاه مسأله

$\{ \min f(x) : x \in S \}$ مقدار کمینه خود را اختیار می‌کند. یعنی یک جواب کمینه برای این

مسأله وجود دارد.

اثبات: [۲].

تعریف (۱-۴): تابع $f: S \rightarrow R^1$ را که S زیرمجموعه‌ای غیرتهی و محدب از R^n است، در

نظر بگیرید. تابع f را محدب گوئیم هرگاه برای هر $x_1, x_2 \in S$ و برای هر $\lambda \in (0, 1)$ داشته

باشیم:

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

و تابع f را اکیداً محدب گوئیم هرگاه نامساوی فوق برای هر $x_1, x_2 \in S$ و برای هر

$\lambda \in (0, 1)$ به صورت اکید برقرار باشد. تابع $f: S \rightarrow R$ را مقعر^۲ گوئیم هرگاه f محدب باشد.

یا به عبارت دیگر برای هر $x_1, x_2 \in S$ و برای هر $\lambda \in (0, 1)$ داشته باشیم:

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

قضیه (۲-۱): فرض کنید S زیرمجموعه‌ای غیرتهی و محدب از R^n باشد و $f: S \rightarrow R^n$

محدب باشد. در این صورت f روی $int(S)$ پیوسته است.

اثبات: [۲].

بخش (۲-۱) مشتق سویی^۱ توابع محدب

مفهوم مشتق سویی در توسعه معیارهای بهینگی و روندهای محاسباتی در برنامه‌ریزی غیر خطی زمانی که می‌خواهیم مسیری^۲ را پیدا کنیم که تابع در طول آن صعود یا نزول می‌کند مفید است.

تعریف (۱-۵): فرض کنید d زیر مجموعه‌ای غیرتهی از R^n باشد و $f: S \rightarrow R$ نقطه $\bar{x} \in S$ و بردار غیر صفر d را به گونه‌ای در نظر بگیرید که برای $\lambda > 0$ به اندازه کافی کوچک، $\bar{x} + \lambda d \in S$. مشتق سویی f در نقطه \bar{x} و در سوی بردار d را با $f(\bar{x}; d)$ نشان داده و آن را در صورت وجود حد، به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f(\bar{x}; d) = \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \frac{f(\bar{x} + \lambda d) - f(\bar{x})}{\lambda}$$

از لم زیر می‌توان نتیجه گرفت که حد فوق برای تابع محدب یا مقعر f در هر نقطه $\bar{x} \in \text{int}(S)$ موجود است.

لم (۱-۱): فرض کنید $f: R^n \rightarrow R$ تابعی محدب باشد. نقطه $\bar{x} \in R^n$ و مسیر غیر صفر d را در نظر بگیرید. در این صورت مشتق سویی f در نقطه \bar{x} و در سوی d وجود دارد.

اثبات: [۲].