بسم الله الرحمن الرحيم

١٠٣٨٦٤

QC
۲۶۷
۸۴/۱/۲۴

دانشگاه پیام نور

دانشگاه پیام نور مرکز مشهد

گروه فیزیک

عنوان پایان نامه

بررسی پدیده پس خمیدگی (*Backbending*) در ایزوتوپهای زوج– زوج دیسپرسیوم (*Dy*)

پایان نامه:

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته فیزیک هسته ای

مولف:

بتول صاحبیان

۱۳۸۷ /۲/ ۱۱۱

استاد راهنما:

دکتر سعید محمدی

پاییز ۱۳۸٤

۱۰۳۸٦٤

تقدیم به:

پدر و مادر عزیزم که سپید موی شدند تا سپیدروی شوم

و همسر خوبم مهندس نصیرپور که صبورانه یاریم نمود

و فرزندانم امیرحسین و سحر

و خواهرم مهندس سمانه صاحبیان که با لطف بیدریغش مرا شرمنده ساخت.

فهرست مطالب

مقدمه ۱

۱- مدلهای هسته‌ای

۱-۱) مدل قطره مایع ۲

۱-۲) مدل پوسته‌ای ۶

۱-۳) مدل جمعی ۱۷

۱-۴)ارتعاشات هسته ای ۱۸

۱-۵) دورانهای هسته ای ۲۱

۱-۶) حالتهای تک ذره ای در هسته های تغییر شکل یافته ۲۴

۱-۷) مدل نیلسون ۲۶

۱-۸) بر چسبها برای حالتهای تک ذره ای تغییر شکل یافته ۲۹

۲- واکنشهای هسته ای

۲-۱) انواع واکنشهای هسته ای ۳۲

۲-۲) واکنشهای یون سنگین ۳۴

۳- ابزارها

۳-۱) شتابدهنده ها ۴۱

۳-۱-۱) شتابدهنده‌های سیکلوترون ۴۴

۳-۱-۲) شتابدهنده‌های خطی ۴۶

۳-۲) آشکارسازها ۴۷

۳-۲-۱) تابش الکترومغناطیسی ۴۸

۳-۲-۲) آشکارسازهای سوسوزن ۵۰

۳-۲-۳) آشکارسازهای نیمه رسانا ۵۴

۳-۲-۴) آشکارسازهای وتوکننده کامپتون..... ۵۵

٤- روش بررسی ۵۸

۵-نتیجه گیری ۹۲

مراجع ۹۳

پیوستها ۹۴

مقدمه:

برای درک ساختار هسته‌ها بایستی به مطالعه واپاشی پرتوزا پرداخت. ویژگیهای هسته با گذاری از یک سیستم اولیه به یک سیستم نهایی مشخص می‌شود. واپاشی پرتوزا می‌تواند شامل واپاشی آلفا، واپاشی بتا و واپاشی گاما باشد. پرتوهای گاما تشعشعات الکترومغناطیسی هستند و با اندازه‌گیری واپاشی گاما می‌توان به توضیح درستی در مورد حالتهای هسته دست یافت.

برای این منظور ابتدا در یک واکنش هسته‌ای، هسته‌ها را در حالتهای برانگیخته تولید می‌کنند و سپس با گذارهای پی‌درپی به حالتهای کم انرژی‌تر می‌رسند. واکنشهای هسته‌ای می‌تواند به دو صورت واکنش مستقیم یا واکنش هسته مرکب انجام شود. در واکنشهای مستقیم نوکلئون مورد اصابت، هسته را ترک می‌کند که انجام آن در انرژیهای بالا محتملتر است. اگر نوکلئون مورد اصابت هسته را ترک نکند (هسته مرکب) تحت شرایط مناسب هسته می‌تواند به یک حالت برانگیخته برود. این هسته‌های برانگیخته ابتدا با گسیل ذرات و سپس با گسیل اشعه گاما، انرژی برانگیختگی و اسپین بالای خود را پایین می‌آورند.

برای بررسی ساختار هسته به آشکارسازی این پرتوهای گامای گسیلی نیاز داریم. معمولا" در آشکارساز شدت(تعداد رویدادهای آشکار شده در واحد زمان) و انرژی تابش تعیین می‌شود. از فرآیندهای برهم‌کنشی که پرتوهای گاما با ماده آشکار ساز دارد می‌توان به اثر فوتوالکتریک، پدیده کامپتون، و تولید زوج اشاره کرد. برای آشکار سازی پرتوهای گاما استفاده از آشکار سازهای سوسوزن و آشکارسازهای نیمه‌هادی مناسب است.

نیلسون با استفاده از نتایج مربوط به تابشهای الکترومغناطیسی برای هسته، مدل پوسته‌ای تغییر شکل یافته را پیشنهاد کرد. براساس این مدل، هسته در واکنشهای هسته‌ای دچار تغییر شکل می‌شود. با افزایش سرعت چرخش، گشتاور لختی دورانی هسته افزایش یافته و در یک لحظه یک نوکلئون به ترازهای بالاتری می رود که باعث کاهش در سرعت چرخش می گردد. به این پدیده پس خمیدگی گفته می‌شود.

این رساله با کمک مدل نیلسون به بررسی پدیده‌های اسپین بالا در ایزوتوپهای زوج-زوج دیسپرسیوم می‌پردازد. بدین منظور در فصل اول به معرفی مدلهای هسته ای پرداخته شده است. در فصل دوم واکنشهای هسته ای بررسی شده است. فصل سوم شامل شتابدهنده ها(ابزارهای مورد نیاز در انجام آزمایشات) است و در فصل چهارم به بررسی انرژی گذار در حالت برانگیخته طیف دورانی ایزوتوپهای دیسپرسیوم پرداخته شده است. پیش‌بینی می‌شود با بررسی نمودار گشتاور لختی دورانی بر حسب انرژی گذارها، پدیده پس خمیدگی قابل مشاهده باشد.

فصل ۱

مدلهای هسته‌ای:

برای درک فرآیندهای مربوط به الکترونهای اتمی، از بررسی نیروی کولنی بین جفت ذرات باردار آغاز می کنیم و تا بررسی ترازهای انرژی الکترونهای اتم پیش می رویم. چون شکل ریاضی قانون کولن ساده و شناخته شده است و طیف نمایی اتمها از ترازهای انرژی زیادی برخوردارند، پیشرفت شایان توجهی در این مبحث امکان پذیر شده است. اما در فیزیک هسته‌ای وضع به‌کلی متفاوت است[۱]. نیروهای هسته‌ای بسیار پیچیده‌اند و هسته‌ها مسائل چند جسمی هستند. در اغلب مسائل هسته‌ای لازم است که روش را ساده کرده و از مدلهای هسته‌ای ویژه همراه با نیروهای هسته‌ای ساده شده استفاده کرد[۲].

به طور کلی مدلهای هسته‌ای را می توان به مدل ذره مستقل(IPM)[۱] که در آنها فرض می‌شود ذرات، در پایین‌ترین مرتبه، به‌طور مستقل در یک پتانسیل هسته‌ای مشترک حرکت می‌کنند و مدل تجمعی یا برهم‌کنش قوی[۲](SIM) که در آنها نوکلئونها قویاً به هم جفت می‌شوند، تقسیم کرد.

ساده ترین مدل SIM مدل قطره مایع[۳] است. از دیگر مدلها، مدل پوسته‌ای[۴] IPM و مدل تجمعی[۵] SIM است[۲].

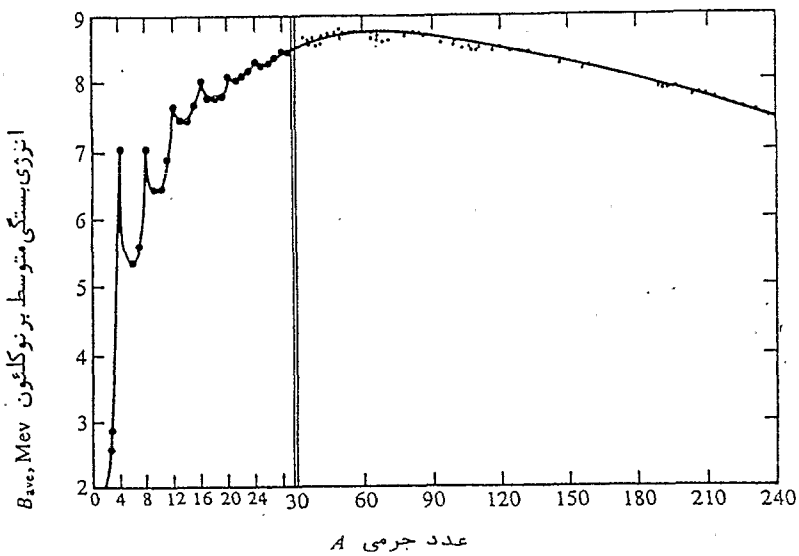
۱-۱ مدل قطره مایع:

این مدل که توسط بور[۶] و فون وایتسکر[۷] (۱۹۳۷) پیشنهاد شد، از حرکت انفرادی نوکلئونها چشم‌پوشی می‌کند و برجاذبه قوی بین نوکلئونها تاکید می‌کند. در این مدل فرض می‌شود که هسته همانند یک قطره آب دارای کشش سطحی معینی است. نوکلئونها مشابه با مولکولهای آب رفتار می‌کنند. واپاشی[۸] هسته‌ها از طریق گسیل ذرات با تبخیر مولکولها از سطح مایع مشابه است. شکافت[۹] هسته با تقسیم یک قطره بزرگ مایع به قطره‌های کوچکتر مشابهت دارد. یکی از کاربردهای مدل قطره مایع در تعیین فرمول

---

[۱] Independent Particle Model
[۲] Strong Interaction Model
[۳] Liquid Drop Model
[۴] Shell Model
[۵] Collective Model
[۶] Bohr
[۷] Von Weizsacker
[۸] Decay
[۹] Fission

نیمه‌تجربی وایتسکر (۱۹۳۵) است که در آن جرم یک هسته به صورت مجموع چند جمله می‌آید[۱]. بعلاوه از فرمول نیمه تجربی جرم[۱] برای درک منحنی انرژی بستگی[۲] که در شکل۱-۱ نشان داده شده است، استفاده می شود. پس به تعیین فرمول نیمه تجربی جرم می پردازیم.



شکل ۱-۱ انرژی بستگی متوسط بر نوکلئون بر حسب عدد جرمی ویژه هسته‌های طبیعی $\left(Be^{8}\right)$[۳].

جمله حجمی:

برای تبخیر یک قطره مایع، باید مقدار گرمای معینی به آن داده شود. این گرما حاصلضرب ثابت Q_v یعنی گرمای تبخیر در جرم ماده است. جرم ماده عبارت است از حاصلضرب تعداد مولکولها A در جرم هر مولکول M_m. این گرما انرژی لازم برای غلبه بر تمام برهم‌کنشهای بین مولکولی است و در نتیجه درست برابر انرژی بستگی قطره مایع B است. پس

$$B = Q_V A M_m \qquad (۱-۱)$$

چون Q_v و M_m ثابت‌اند پس نتیجه می‌گیریم انرژی بستگی به ازای هر مولکول $\left(B/A\right)$ مستقل از تعداد مولکولها در سیستم است. دلیل این رابطه این است که انرژی بستگی عبارتست از مجموع تمام برهم‌کنشهای بین مولکولی و هر مولکول فقط با همسایگانش

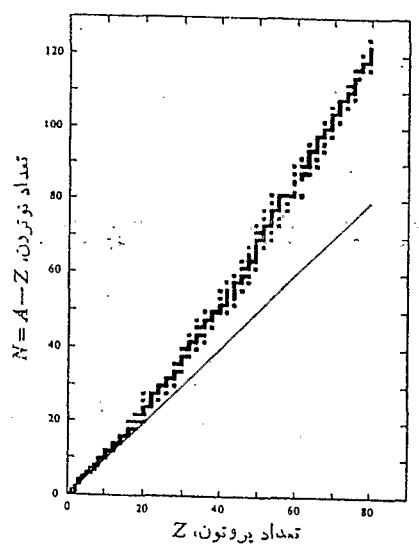
---

[۱] Semiempirical Mass Formula
[۲] Binding Energy

برهم‌کنش دارد. از آنجا که تعداد همسایگانی که هر مولکول در مایع دارد مستقل از اندازه کلی سیستم است، (B/A) مستقل از A است. این امر مشخصه هر سیستمی است که در آن برد برهم‌کنشهای میان ذرات، در مقایسه با ابعاد سیستم کوچک باشد. پس برای هر هسته جمله $(a_V A)$ را در عبارت انرژی بستگی انتظار داریم.

جمله سطحی :

چون هسته‌های واقعی متنابهند معمولا" برای آنها یک شکل کروی در نظر می‌گیرند. پس نوکلئونهای سطحی به اندازه آنچه که تخمین می‌زنیم تحت جاذبه یکسانی از اطراف خود قرار نمی‌گیرند، بنابراین باید جمله‌ای متناسب با تعداد نوکلئونهای سطحی یا متناسب با مساحت سطح را از تخمین مبتنی بر هسته نامتناهی کم کرد[۳]. چون شعاع هسته $R \propto A^{1/3}$ است و مساحت هسته متناسب با R^2 یا $A^{2/3}$ می شود. بنابراین سهم نوکلئونهای سطحی را در انرژی بستگی باید به صورت $-a_s A^{2/3}$ در نظر گرفت[۵]. عبارتهای حجمی و سطحی، متناظر با یک مدل قطره مایع هستند. اگر فقط این دو جمله وجود داشتند، ایزوبارها[۱] صرفنظر از مقدار Z و N پایدار بودند. اما شکل ۱-۲ نشان می‌دهد که فقط ویژه هسته‌های موجود در یک نوار باریک پایدارند.



شکل ۱-۲ نمودار ویژه هسته‌های پایدار. هر ویژه هسته پایدار به صورت مربعی در این نمودار N-Z مشخص شده است.خط پر، متناظر با ویژه هسته‌هایی است که دارای پروتون و نوترون مساوی هستند[۲].

---

[۱] Isobar

برای ویژه هسته‌های سبکتر ایزوبارهای خود مزدوج ($A=۲Z$ یا $N=Z$) پایدارترین ویژه هسته‌ها هستند و حال آنکه ایزوبارهای سنگین‌تر دارای $A>۲Z$ هستند. این خواص توسط دو جمله اضافی، یکی جمله تقارنی و انرژی کولنی توضیح داده می‌شود[۲] .

انرژی کولنی ناشی از نیروی دافعه الکتریکی است، که بین هر دو پروتون وجود دارد. این انرژی ایزوبارهای با نوترون اضافی را ترجیح می‌دهد و از انرژی بستگی می‌کاهد. این انرژی مقدار کاری است که باید در مقابل نیروهای دافعه کولنی انجام گیرد تا هسته تشکیل شود. اگر فرض کنیم پروتونها به طور یکنواخت در سراسر یک هسته کروی به شعاع $R = R_0 A^{1/3}$ توزیع شده باشند، انرژی کولنی به صورت $-a_c Z(Z-1)A^{-1/3}$ خواهد بود. این واقعیت که فقط ویژه هسته‌های واقع در یک نوار باریک پایدارند توسط جمله انرژی تقارنی[۱] توضیح داده می‌شود. انرژی تقارنی از اصل طرد پاؤلی[۲] ناشی می‌شود مطابق با این اصل برای آن که هسته‌ای نخواهد نوعی از نوکلئون را بیشتر از نوع دیگر داشته باشد، انرژی بیشتری مطالبه می‌کند[۲]. در نبود نیروهای کولنی، انرژی بستگی یک هسته با A نوکلئون هنگامی حداقل است که تعداد نوترون و پروتون هسته با هم برابر باشد. افزایش انرژی مستلزم داشتن تعداد نابرابر نوترون و پروتون است که به انرژی تقارن معروف است[۴]. در واقع این جمله بیان می‌کند پروتونها گرایش دارند تعدادشان تقریبا" با نوترونها برابر باشد و به صورت $a_{sym}\frac{(A-۲Z)^۲}{A}$ می‌آید[۱] و بالاخره جمله‌ای که بیشترین بستگی را برای هسته های زوج- زوج[۳] و کمترین بستگی را برای هسته های فرد- فرد[۴] بدست می‌دهد (δ) .

$$B = a_v A - a_s A^{\frac{۲}{۳}} - a_c Z(Z-۱)A^{\frac{-۱}{۳}} - a_{sym}\frac{(A-۲Z)^۲}{A} + \delta \qquad (۲-۱)$$

با بکار بردن این انرژی بستگی، فرمول نیمه تجربی جرم را چنین بدست می‌آوریم:

$$M(Z,A) = Zm(^۱H) + Nm_n - \frac{B(Z,A)}{c^۲} \qquad (۳-۱)$$

معادله فرمول نیمه تجربی برای تخمین جرم هسته‌ها در جایی که هیچ وسیله اندازه‌گیری فراهم نیست بکار می‌رود و در نتیجه مقدار Q واکنشهای هسته‌ای را می توان از طریق رابطه زیر بدست آورد.[۵]

---

[۱] Symmetric Energy
[۲] Exclusion Principle
[۳] Even-Even Nucleuse
[۴] Odd-Odd Nucleuse

[۵] در یک واکنش هسته ای $a + X \rightarrow b + Y + Q$ a,b نوکلئونها و یا هسته های سبک x,y هسته های سنگین هستند.

$$M_T = M_a + M_x - M_b - Q/C^2 \qquad (۴-۱)$$

اگر انرژی رها شده در یک فرآیند واپاشی مثبت باشد، آن واپاشی می‌تواند ادامه یابد، بنابراین هسته ابتدایی ناپایدار است. پس این روش برای برآورد حدود پایداری هسته‌ای به کار می‌رود[۴].

۱-۲ مدل پوسته‌ای:

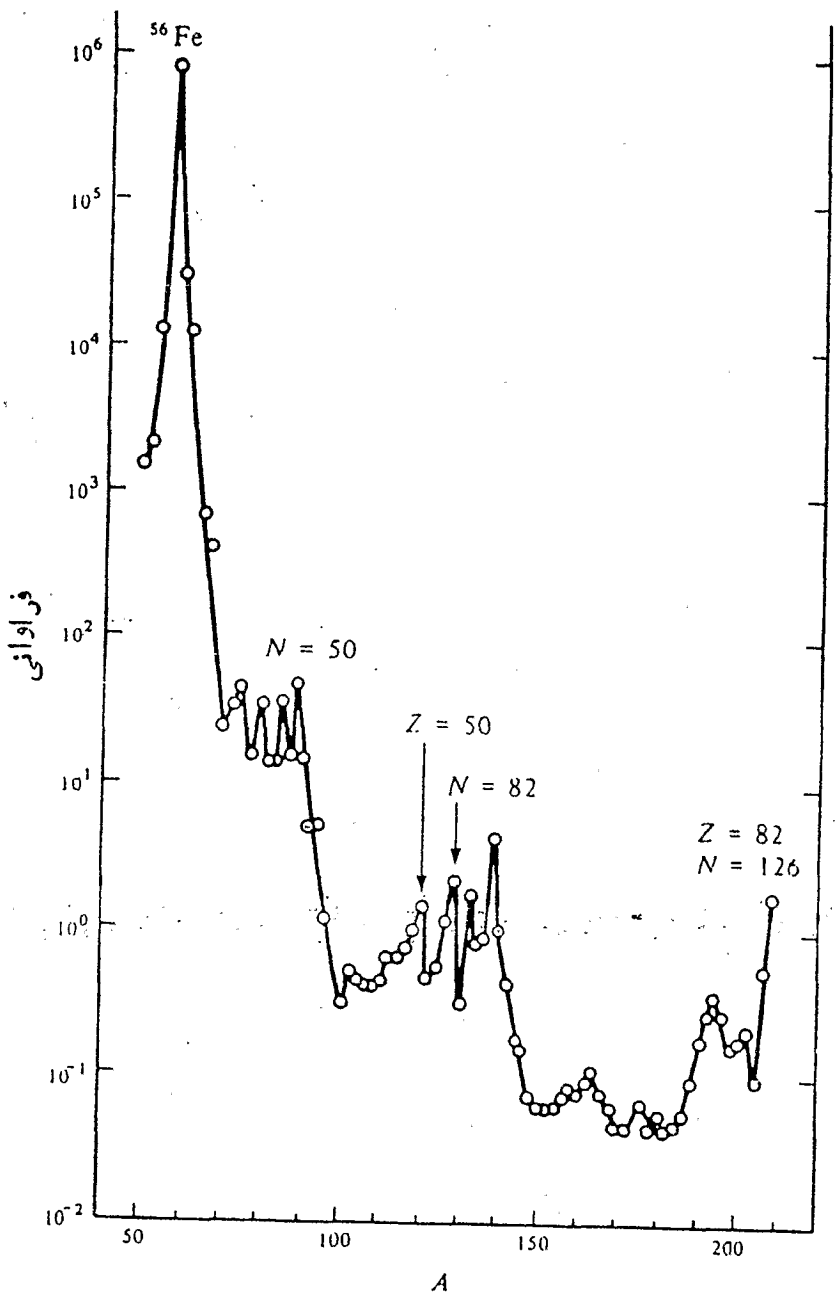
مدل قطره مایع، هسته را بصورت خیلی کلی نمایش می‌دهد. اگر چه این مدل خواص ماکروسکوپی هسته را تشریح می‌کند ولی نمی‌تواند خواص ویژه حالتهای برانگیخته هسته‌ای را توضیح دهد. با شناخته شدن طیفهای اتمی، پیشرفت در فیزیک اتمی تسریع شد[۲]. انتظار می‌رود که از ایده‌ها و مفاهیمی که در تعیین ساختار الکترونی اتمها موثر واقع شدند بتوان در فیزیک هسته‌ای هم استفاده کرد. یکی از آنها، ایده ساختار پوسته‌ای یا ساختار ترازی است که پایداری سیستم با تعداد معینی از ذرات را بخاطر وجود پوسته‌های بسته می‌داند.

اولین بار بارتلت[۱] و السارس[۲] خاطر نشان کردند که هسته‌هایی که در آنها Z یا N(هر دو) یکی از اعداد جادویی[۳] ۲،۸،۲۰،۲۸،۵۰،۸۲،۱۲۶باشد، پیکربندی مخصوصا" پایداری از خود نشان می‌دهند. شواهد اصلی در آن زمان عبارت بودند از: تعداد ایزوتوپها، انرژیهای گسیل ذرات آلفا و فراوانی عناصر. السارس سعی کرد این پایداری را بر اساس حرکت مستقل پروتونها و نوترونها در یک چاه پتانسیل تک ذره‌ای بفهمد ولی نتوانست پایداری N یا Z را در ۵۰،۸۲ و N را در ۱۲۶ توجیه کند. به دو دلیل توجه کمی به کار او شد، یک دلیل کمی شواهد تجربی موجود در آن زمان بود[۲] و دیگر اینکه با شروع از حدود ۱۹۳۵، کاربردهای موفقیت‌آمیزی از مدل قطره مایعی هسته‌ها و مدل هسته مرکب واکنشهای هسته‌ای، مبین این واقعیت بود که برهم‌کنش بین نوکلئونها در یک هسته آنقدر قوی است که نمی توان ساختار لایه ای قابل ملاحظه ای به آن نسبت داد[۴]. وایسکوف در سال ۱۹۵۱ به اشتباه موجود در بحث فوق پی برد. وی خاطر نشان ساخت که اصل پاؤلی به شدت امکان برخوردهای بین نوکلئونها را محدود می‌سازد[۳]. قبل از توصیف مدل لایه‌ای، بعضی شواهد تجربی که دلالت بر پوسته‌ای بودن هسته دارد را ذکر می‌کنیم. در

---

[۱] Bartlet.J.H
[۲] Elsasser.W.M
[۳] Magic Number
[۴] پیوست الف

شکل ۱-۳ فراوانی نسبی ویژه هسته‌های زوج – زوج مختلف به صورت تابعی از عدد اتمی برای $A > ۵۰$ رسم شده است. ویژه هسته‌هایی که برای آنها N مساوی ۵۰، ۸۲، ۱۲۸ است سه قله مشخص تشکیل می‌دهند.



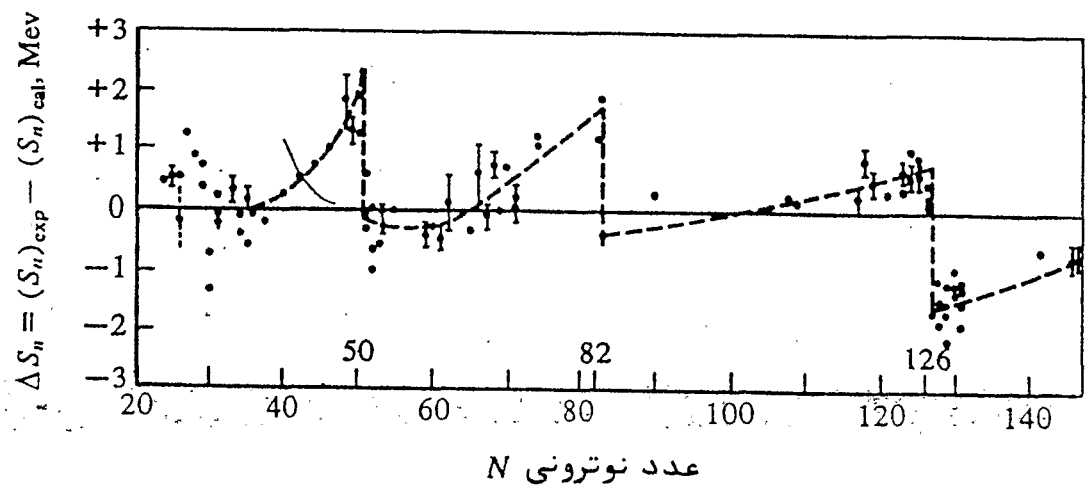
شکل ۱-۳ فراوانی، H، برای ویژه هسته‌های زوج-زوج مختلف، به صورت تابعی از A رسم شده است. فراوانیها نسبت به Si اندازه‌گیری شده‌اند[۲].

شواهد روشن برای وجود اعداد جادویی، از انرژی جداسازی[۱] آخرین نوکلئونها نیز بدست می‌آید. برای مثال اگر نوترونی را از یک ویژه هسته (Z,N) جدا کنیم یک ویژه هسته $(Z,N-1)$ نتیجه می‌شود. انرژی لازم برای جداسازی برابر با اختلاف بین انرژیهای بستگی این دو ویژه هسته است:

$$S_n(Z,N)=B(Z,N)+B(Z,N-1) \qquad (۵-۱)$$

عبارت مشابهی برای انرژی جداسازی پروتون برقرار است[۲].

شکل ۱-۴ نشان می‌دهد که برای هسته‌هایی که N برابر یک عدد جادویی است انرژی جدایی نوترون زیاد است و برای هسته‌هایی که ۱+ عدد جادویی = N این انرژی خیلی پایین است. یعنی هسته‌های با عدد جادویی، که مقیدترند نیاز به انرژی بیشتری برای تحریک شدن دارند[۳].



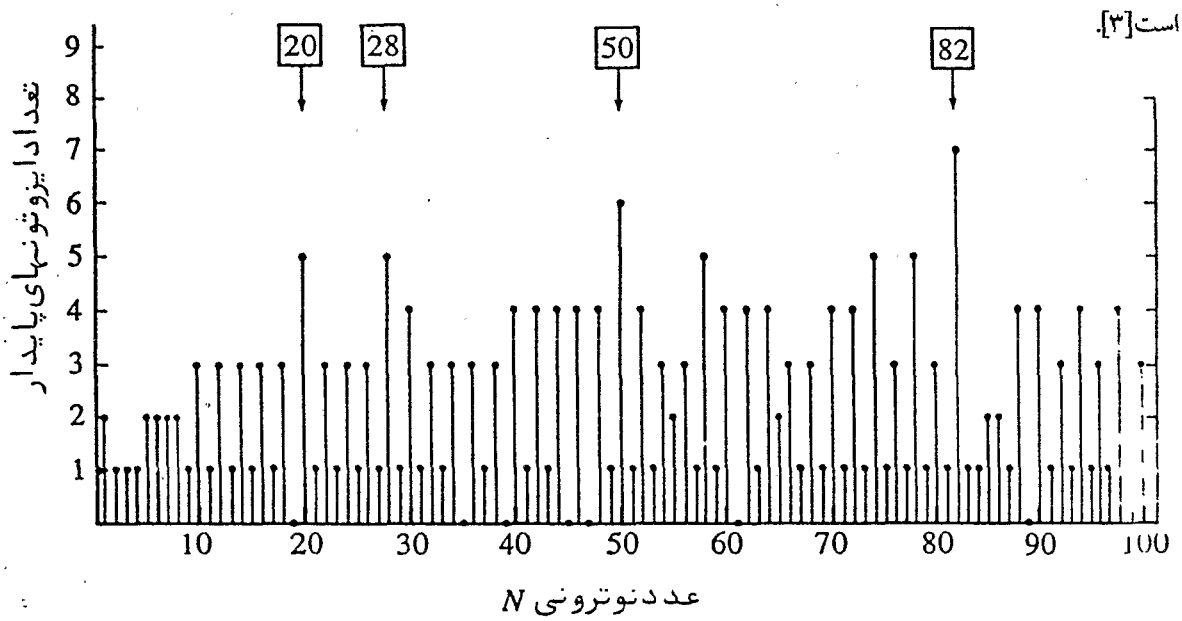
شکل ۱-٤ مقایسه مقادیر تجربی و محاسبه شده انرژی‌های جدایی نوترون اثر بسته بودن لایه ها بر روی انرژی جدایی نوترون آشکار است[۳].

به عنوان مثال مشاهده شد در میان محصولات شکافت اورانیوم ۲۳۵ عناصر به اصطلاح گسیلنده نوترون تاخیری[۲] عبارتند از $^{87}_{36}Kr$ با $N=51$ ، $^{137}_{54}Xe$ با $N=83$. یعنی انرژی بستگی آخرین نوترون در هر مورد آنقدر کوچک است که از هر یک از آنها یک نوترون می‌تواند به آسانی تبخیر شود تا به ترتیب ^{86}Kr با $N=50$ و ^{136}Xe با $N=82$ تشکیل شود[۱] . داده‌های

---

[۱] Sepration Energy
[۲] Delayed Neutron Emission

مربوط به فراوانی در شکل۱-۵ رسم شده است. می‌توان ملاحظه کرد وقتی N مساوی یک عدد مرموز است، مخصوصا" زیاد است[۳].



شکل ۱-۵ تعداد ایزوتوپهای پایدار بر حسب عدد نوترونی[۳].

کاربرد مدل پوسته‌ای به حالتهای پایه و حالتهای برانگیخته کم انرژی، محدود می‌شود. شواهد تجربی نشان می‌دهد که به ازای اعداد نوترونی و پروتونی ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲و عدد نوترونی ۱۲۸پوسته‌های بسته وجود دارد.

در مدل پوسته‌ای، مسئله پتانسیل هسته‌ای را با این فرض بنیادی حل می‌کنیم: حرکت هر نوکلئون را تحت تاثیر پتانسیل واحدی که نوکلئونهای دیگر همه در تولید آن شرکت دارند در نظر می‌گیریم.

وجود مدارهای فضایی خاص را اصل طرد پائولی مشخص می‌کند. فرض می‌کنیم که در یک هسته سنگین، تقریبا در ته چاه پتانسیل، برخوردی بین دو نوکلئون صورت می‌گیرد و نوکلئونها هنگام برخورد، با هم انرژی مبادله می‌کنند. اگر تمامی ترازهای انرژی تا تراز نوکلئونهای ظرفیت پر شده باشد، هیچ راهی برای کسب انرژی نوکلئون باقی نمی‌ماند، مگر اینکه مقدار انرژی به حدی باشد که نوکلئون را به تراز ظرفیت برساند. سایر ترازهای نزدیکتر به تراز اولیه نوکلئون همگی پر هستند و نمی‌توانند یک نوکلئون اضافی را بپذیرند. انرژی لازم برای این انتقال که از ترازی نزدیک به تراز پایه به نوار ظرفیت انجام می‌شود، بیشتر از مقداری است که معمولا در برخورد بین دو نوکلئون از یکی از آنها به دیگری منتقل می‌شود. از این‌رو چنین برخوردی بین

نوکلئونها نمی‌تواند صورت گیرد، و گویی نوکلئونها در حرکت مداریشان با هیچگونه ممانعتی از طرف نوکلئونهای درون هسته روبرو نمی‌شود[۵]! پس برهم‌کنش قوی بین نوکلئونها، آثار مدل پوسته‌ای را نقض نمی‌کند.

پتانسیل مدل پوسته‌ای:

نخستین گام در ارائه مدل پوسته‌ای انتخاب پتانسیل هسته‌ای مناسب است.در آغاز دو نوع پتانسیل چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ را در نظر می‌گیریم.

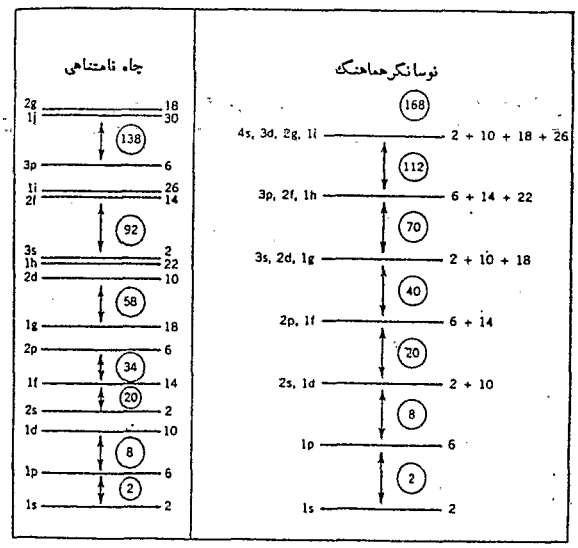
پتانسیل چاه نامتناهی به شعاع R

$$V(r)=\begin{cases}0 & r<R\\ \infty & r>R\end{cases} \qquad (۶-۱)$$

و پتانسیل نوسانگر هماهنگ که ω فرکانس ذره‌ای به جرم m_0 است:

$$V(r)=\tfrac{1}{2}m_0\omega^2 r^2 \qquad (۷-۱)$$

همچنانکه در فیزیک اتمی دیدیم واگنی هر تراز را تعداد نوکلئونهایی که می‌تواند در آن قرار بگیرند تعیین می‌کند. به عبارت دیگر واگنی هر تراز برابر $2(2l+1)$ می‌شود که در آن عامل $2l+1$ از طریق واگنی m_l و عامل ۲ از طریق واگنی m_s حاصل شده است.

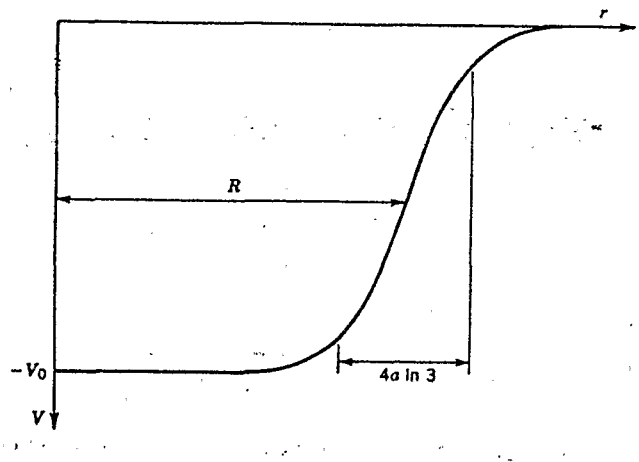


شکل ۱-۶ساختار پوسته‌ای حاصل از پتانسیلهای چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ. ظرفیت هر تراز را در سمت راست آن نشان داده‌ایم. فاصله زیاد بین ترازها را ناشی از پر شدن پوسته‌ها می‌دانیم. اعداد درون دایره‌ها نشانگر تعداد کل نوکلئونهای موجود در پوسته‌های بسته هستند[۵].

برای نماد گذاری این ترازها مثل مورد فیزیک اتمی از نمادهای طیف نمایی استفاده می کنیم. با این تفاوت که n عدد کوانتمی اصلی نیست(نوترونها و پروتونها چون ذرات نایکسان هستند به طور جداگانه شمرده می‌شوند). ظهور اعداد جادویی۲،۸،۲۰در هر دو نوع پتانسیل دلگرم کننده است، ولی در ترازهای انرژی بالاتر هیچ ارتباطی با اعداد جادویی تجربی به چشم نمی‌خورد. پس به اصلاح پتانسیل می‌پردازیم. چاه نامتناهی بنابر دلایل، تقریب خوبی برای پتانسیل هسته‌ای نیست.برای جدا کردن یک نوترون یا پروتون از هسته با صرف انرژی کافی باید بتوانیم آن را از چاه خارج کنیم. در اینصورت عمق چاه نمی‌تواند بی‌نهایت باشد. بعلاوه، لبه پتانسیل هسته‌ای نباید تیز باشد. بلکه مثل توزیع بار و جرم هسته‌ای مقدار پتانسیل بعد از شعاع میانگین R باید به آهستگی به سوی صفر میل کند. از طرف دیگر پتانسیل نوسانگر هماهنگ هم لبه اش به قدر کافی تیز نیست و انرژی جدایی آن نیز بی‌نهایت می‌شود.پس شکل واقع بینانه‌تر را به صورت بینابینی انتخاب می کنیم.

$$V(r)=\frac{-V_{\circ}}{1+\exp\left[\frac{(r-R)}{a}\right]} \qquad (۸-۱)$$

پارامترهای a,R به ترتیب شعاع میانگین[1] و ضخامت پوسته هستند که $a=0/524fm$ ، $R=1/25A^{\frac{1}{3}}fm$ و عمق چاه $V_{\circ}$ است .



شکل ۱-۷ شکل واقع‌بینانه پتانسیل در مدل پوسته‌ای. ضخامت پوسته $4aLn3$، برابر فاصله ای است که در طی آن پتانسیل از ۹۰٪به ۱۰٪ کاهش می‌یابد[۵].

[1] Mean Radius

نتیجه این پتانسیل در مقایسه با نوسانگر هماهنگ این است که واگنی را در پوسته‌های اصلی برطرف می‌کند. هرچه به طرف انرژیهای بالاتر پیش می‌رویم فاصله ایجاد شده در این مورد بیشتر و بیشتر می‌شود، بطوریکه سرانجام این فاصله با فاصله بین ترازهای نوسانگر هماهنگ قابل مقایسه خواهد بود[۵].

طبق اصل طرد پائولی هر حالت می‌تواند با نوکلئونهای یکسان طوری پر شود که هیچ دو نوکلئونی دارای مجموعه اعداد کوانتومی m و m_s و l و n یکسان نباشد. m_s یک عدد کوانتومی است که جهت اسپین ذاتی نوکلئون را مشخص می‌کند. ماکزیمم عدد اشغال در حالت کلی $2(2l+1)$ است. انتظار می‌رود که هر گاه یک حالت کاملا" پر شده باشد، هسته پایداری مخصوصا" زیادی داشته باشد زیرا نوکلئونها زوج است و از این‌رو ماکزیمم انرژی زوجیت وارد عمل می‌شود. همچنین اگر فاصله تا حالت انرژی پر نشده بعدی زیاد باشد انرژی زیادتری برای برانگیختن هسته لازم است تا موردی که فاصله کم باشد. پس آثار اعداد مرموز باید در شکافتگیهای لایه های اصلی رخ دهد. اگر چه اعداد جادویی۲،۸،۲۰ به سهولت بدست می‌آیند ولی سایر اعداد۲۸، ۵۰، ۸۲، ۱۲۶دیده نمی‌شود.

در سال ۱۹۴۹ می‌یر هاکسل[۱]، جنسن[۲] و سوئس[۳] موفق شدند که هر کدام مستقل از یکدیگر به علت نارسائی مدل لایه‌ای پی ببرند. آنها پیشنهاد کردند که یک برهم‌کنش قوی باید بین تکانه زاویه‌ای مداری[۴] و تکانه زاویه‌ای اسپینی ذاتی نوکلئونها موجود باشد. دو طرح اساسی برای این منظور عبارتند از جفت شدگی راسل- ساندرز یا lS و جفت‌شدگی jj . در اولین طرح فرض می‌شود که تکانه های زاویه ای مداری به طور ضعیف با اسپینها جفت می‌شوند.

$$L=\sum l_i \quad , \qquad S=\sum s_i \tag{۹-۱}$$

$$J=L+S$$

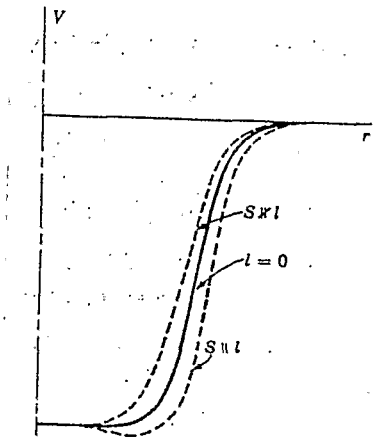
در جفت شدگی jj فرض می‌شود که نیروی اسپین- مدار قویتر از نیروی باقیمانده بین تک‌تک نوکلئونها است یعنی

$$J=l+s$$
$$J=\sum j_i \tag{۱۰-۱}$$

---

[۱] Haxel.O.J
[۲] Jensen.J.D
[۳] Suess.H.E
[۴] Angular Momentum Orbital

در اغلب هسته‌ها، جفت شدگی jj به واقعیت نزدیکتر است. در سبکترین هسته ها $A \leq ۱۶$ به نظر می‌رسد که طرح جفت‌شدگی حد فاصل بین جفت‌شدگی ls و jj باشد[۲]. در شکل۱-۸ می‌بینیم وقتی l و S پاد موازی‌اند $\left(j = l - ۱/۲\right)$ چاه پتانسیل باریکتر و کم عمقتر از وقتی است که l و S موازی‌اند $\left(j = l + ۱/۲\right)$. این برهم‌کنش برای $l = ۰$ بی اثر است. در ناحیه سطحی اگر l,s موازی باشند برهم‌کنش اسپین – مدار ایجاد پتانسیل جاذبه اضافی و اگر l,s پاد موازی باشند این برهم‌کنش ایجاد پتانسیل دافعه می‌کند[۴].



شکل ۱-۸ اثر برهم‌کنش اسپین- مدار در پتانسیل نظریه پوسته‌ای[۴].

طبق قواعد مکانیک کوانتومی جفت شدگی برای تکانه های زاویه‌ای(اسپینی و مداری) و تکانه زاویه‌ای کل به گونه‌ای باشد که:

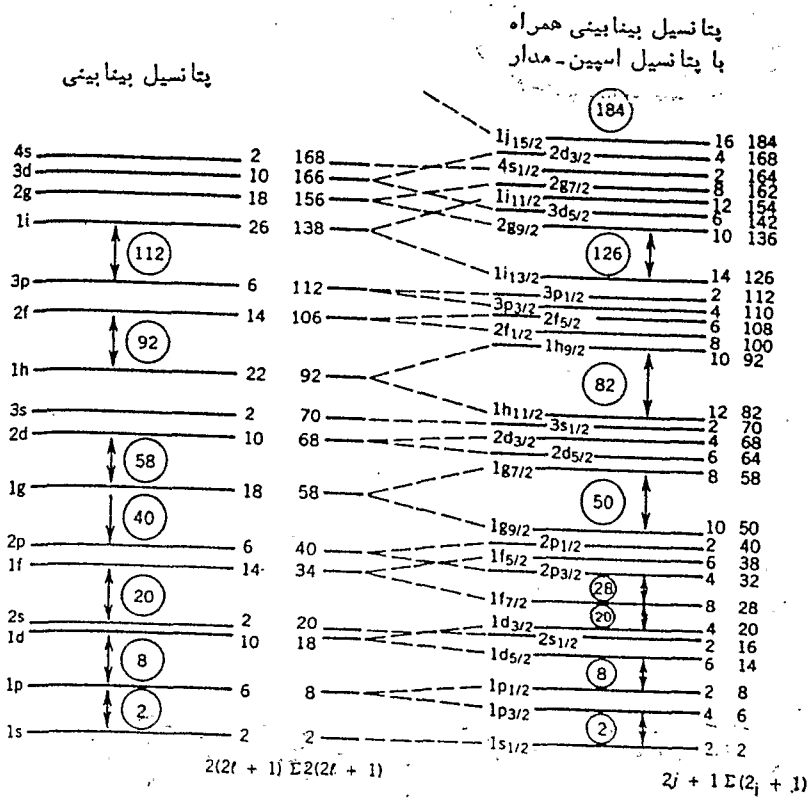
$$j = l \pm ۱/۲ \qquad (۱۱-۱)$$

اگر یک برهم‌کنش قوی اسپین – مدار[۱] وجود داشته باشد انرژی متفاوتی با هر کدام از این دو مقدار همراه است که باعث شکافتگی اسپین – مداری ترازها می‌شود[۳]. برهم‌کنش اسپین مدار را به صورت $Cl.s$ در نظرمی‌گیریم. می‌توان اختلاف انرژی هر زوج حالتی را که در آن $l > ۰$ باشد، به کمک معادله زیر محاسبه کرد[۵].

$$\langle l.S \rangle_{j=l+۱/۲} - \langle l.S \rangle_{j=l-۱/۲} = ۲\left(۲l + ۱/۲\right) \qquad (۱۲-۱)$$

[۱] Spin-Orbit Interaction

مثلا در لایه $1P$ یک شکافتگی بین $^{1}1P_{1/2}$ و $1P_{3/2}$ وجود دارد. به طور تجربی معلوم شده است که در هسته‌ها تراز انرژی با مقدار بزرگتر j همیشه زیر تراز با مقدار کوچکتر j قرار دارد [۳]. حال اگر C را به صورت منفی بگیریم عضوی از زوج که مقدار بزرگتری دارد در سطح پایین‌تر قرار می‌گیرد. اثر مهم این تصحیح بدست آمدن اعداد جادویی بالاتر است.



شکل ۱-۹ در نمودار سمت چپ، ترازهای انرژی حاصل از پتانسیل شکل ۱-۷ را نشان داده‌ایم. در سمت راست هر تراز، ظرفیت نوکلئونی تراز و تعداد کل نوکلئونهای منتهی به آن تراز مشخص شده است. نمودار سمت راست، تاثیر بر هم‌کنش اسپین- مدار را به صورت شکافتگی ترازهای $l > 0$ و تبدیل آنها به دو تراز جدید نشان می‌دهد. اثر پوسته‌ای کاملا نمایان شده است، و اعداد جادویی دقیقا باز تولید شده‌اند[۵].

اختلاف انرژی دو تراز به شکافتگی اسپین — مدار معروف است. از آنجا که قدرت برهم‌کنش اسپین- مدار متناسب با l است این اختلاف انرژی به طور خطی با l زیاد می‌شود. مثلا" اختلاف انرژی میان مدارهای $P_{3/2}$ و $P_{1/2}$ حدود یک سوم اختلاف انرژی میان $f_{7/2}$ و $f_{5/2}$ است.

---

[1] در نماد گذاری طیفی مقدار j به صورت شاخص پایین در (n,l) می‌نویسند.

هنگامیکه محل حالتها در ۱-۶ با توجه به شکافتگی اسپین-مدار اصلاح شود، ترازهای انرژی مطابق شکل ۱-۹ قرار می‌گیرند.جالب‌ترین برداشت ما از شکل این است که انرژی‌ها به صورت گروه ظاهر می‌شوند. تعدادی از مدارها از نظر انرژی خیلی به هم نزدیکند و سپس گاف بزرگی دیده می‌شود و این نقش بارها تکرار می‌شود. به هر یک از این گروهها یک پوسته می‌گوییم. تعداد مدارهای مجازی در هر پوسته $۲j+۱$ است.[۱]

جدول(۱-۲-۱) مدارهای هر پوسته در تقریب اول

اینها مدارهای گروههای مربوط به پتانسیل نوسانگر هارمونیک نیز هستند[۴].

N	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	$۱s$						
۲		$۱p$					
۳	$۲s$		$۱d$				
۴		$۲p$		$۱f$			
۵	$۳s$		$۲d$		$۱g$		
۶		$۳p$		$۲f$		$۱h$	
۷	$۴s$		$۳d$		$۲g$		$۱i$

حال توجه خود را به این سوال معطوف می‌کنیم که چگونه مدارهای مجاز توسط نوکلئونها پر می‌شوند تا از اجتماع آنها هسته بوجود آید. بنا بر اصل طرد پاؤلی در هر مدار بیش از یک پروتون و یک نوترون نمی‌تواند با اعداد کوانتومی m و l و j و n یکسان وجود داشته باشد. پس هرگاه فقط حالت پایین‌ترین انرژی را در نظر بگیریم، انتظار داریم که مدارها به ترتیب افزایش انرژی پر شوند. برای مثال در هسته‌ای با دو پروتون و دو نوترون $He^{۴}$ انتظار داریم همه مدارهای $N=۱$ پر و بقیه خالی باشند. هسته‌ای از این نوع که پوسته های آن کاملا" پر یا کاملا" خالی باشند هسته با پوسته بسته نامیده می‌شود. سایر هسته‌هایی که با پوسته

[۱] این ترتیب دقیقا" همان چیزی است که از پتانسیل نوسانگر هماهنگ نتیجه می‌شود و این تقریب نسبتا" خوبی برای پتانسیل پوسته‌ای است.