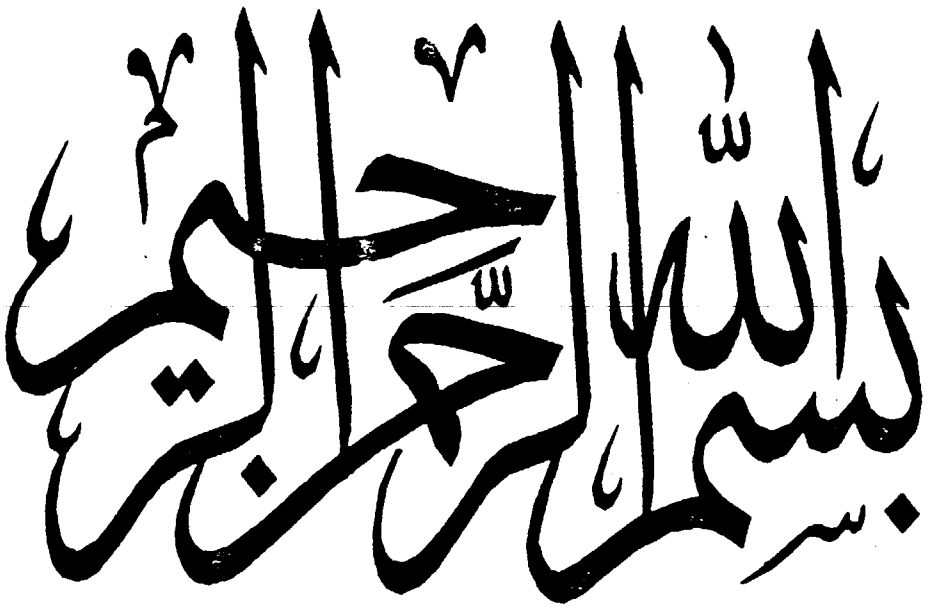


٣١٩٠٤

۱۳۷۹/۱۰/۲۰

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه مدارک

دانشگاه شهید بهشتی
دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد فیزیک

موضوع

اثر کوانتومی هال

9218

استاد راهنما

دکتر سیامک سادات گوشه

نگارش

منیره میرافضل

شهریور ۱۳۷۹

۳۱۹۰۴

«رِبِّ اَوْزِعْنِي اَنْ اَشْكُرَ نِعْمَتِکَ الَّتی اَنْعَمْتَ عَلَیَّ وَ عَلَیٰ وٰالِدَیَّ وَ اَنْ اَعْمَلَ صٰالِحاً تَرْضیٰهُ»

بار خدایا مرا بر نعمتی که به من و پدر و مادرم عطا فرمودی شکر بیاموز و به کار شایسته ای که رضا و خشنودی تو در اوست موفّق دار.

«احقاف» آیهٔ ۱۵

بسمه تعالی

تاریخ .....
شماره .....
پیوست.....

صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

****

با تائید ات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم منیره آغا میر افضل آرانی رشته فیزیک گرایش ذرات بنیادی نظری تحت عنوان :

« اثر کوانتومی هال . »

که در تاریخ ۷۹/۶/۲۰ با حضور هیات محترم داوران در دانشگاه شهید بهشتی برگزار گردید به شرح زیر است ./

☑ قبول (با درجه : بسیار خوب امتیاز : ۱۷/۵) ☐ دفاع مجدد ☐ مردود

۱- عالی (۲۰- ۱۸)
۲- بسیار خوب (۱۷/۹۹ - ۱۶)
۳- خوب (۱۵/۹۹ - ۱٤)
٤- قابل قبول (۱۳/۹۹ - ۱۲)
٥- غیر قابل قبول (کمتر از ۱۲)

عضو هیات داوران	نام ونام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکترسیامک سادات گوشه	استادیار	
۲- استاد مشاور	----------	-----	
۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکترکراسوس غفوری تبریزی	استادیار	
٤- استاد ممتحن	دکترحسن عزیزی	دانشیار	
٥- استاد ممتحن	دکترشهریار بایگان	استادیار	

محمد مهدی طهرانچی

معاون تحصیلات تکمیلی دانشکده علوم

نثار

پدر و مادرم که زندگیشان را به ایثار نشسته‌اند،

و تقدیم به خواهرم

قدردانی

سپاس پروردگار دانا وتوانا را که توفیقم داد تا سرشارترین لحظه های زندگیم را در راه دانش سپری کنم. راهی که در گذر از آن وامدار بزرگانی چون اساتید، معلمان دلسوز و همهٔ آنانی هستم که به فرمایش امیرالمؤمنین علی (ع) با آموختن حداقل یک کلمه مرا بندهٔ خویش ساخته‌اند.

از استاد ارجمند، جناب آقای دکتر سیامک سادات گوشه که راهنمایی این رساله را برعهده داشته اند، صمیمانه سپاسگزارم. و نیز از اساتید فرزانه، آقایان دکتر عبدا... مرتضیٰ علی ودکتر بهرام جزی که نخستین درس علم و معرفت را از آنان آموختم و به دست متبرکشان خرقهٔ ارادت این طریقت دربرکردم، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

پدر و مادر مهرورزم را سپاسگزارم به پاس محبت های بی دریغشان. عزیزانی که شوق حقیقت جوئی را در وجودم برافروختند و به سوی عرصهٔ بی انتهای دانش رهنمونم شدند.

پاینده مانند.

"فهرست مطالب"

عنوان	صفحه
چکیده	
۱ مقدمه	۱
۲ اثر کلاسیک هال	۶
۳ اثر کوانتومی هال	۱۶
۳-۱ گاز الکترونی دو بعدی	۱۸
۳-۲ مکانیک کوانتومی یک الکترون در حضور میدان مغناطیسی قوی	۲۴
۳-۲-۱ پیمانهٔ متقارن	۲۷
۳-۲-۲ پیمانهٔ لاندائو	۳۱
۳-۳ اثر کوانتومی صحیح هال	۳۴
۳-۴ اثرات ناخالصی و وجود حالت های جایگزیده و گسترده	۳۶
۳-۵ تبدیلات پیمانه ای و اثر کوانتومی هال	۴۴
۴ اثر کوانتومی کسری هال	۴۸
۴-۱ تئوری لافلین	۵۳
۴-۲ شبه حفره ها، شبه ذرات و اثر کوانتومی کسری هال	۵۷
۴-۳ اثر کوانتومی کسری هال با کسرهای زوج	۶۱
۴-۴ کاربردهای مهم اثر کوانتومی هال	۶۳
۵ توپولوژی و اثر کوانتومی کسری هال	۶۶
۵-۱ کنش چرن- سیمونز	۷۱

"فهرست مطالب"

عنوان	صفحه
۲-۵ تئوری پیمانه ای توپولوژیکی اثر کوانتومی کسری هال	۷۷
۶- جمع بندی	۸۹
ضمیمه (۱) محاسبهٔ مقاومت ویژه	۹۰
ضمیمه (۲) محاسبهٔ تانسور رسانائی	۹۱
ضمیمه (۳) محاسبهٔ روابط جابجایی عملگرهای کانونیک تکانهٔ خطی	۹۵
عملگر سرعتهای تعمیم یافته و طیف انرژی در صفحه	
ضمیمه (۴) پیمانهٔ متقارن	۹۷
ضمیمه (۵) محاسبهٔ فرمول کوبو	۱۰۳
ضمیمه (۶) مبدا توپولوژیکی کنش چرن - سیمونز	۱۰۸
ضمیمه (۷) هموردایی معادلات کلاسیک الکترودینامیک در سیستم کوانتومی هال	۱۲۴
واژه نامه	۱۳۵
فهرست منابع	
Abstract	

چکیده

اثر کلاسیک هال درسال ۱۸۷۹ توسط هال کشف شد. پس از گذشت حدوداً یک قرن در سال ۱۹۸۰ فون کلیتسینگ ، دُردا و پپر رفتار عجیبی در مقاومت هال مشاهده کردند. در این آزمایش کوانتیزه بودن مقاومت هال کشف شد که به افزایش دقت اندازه گیری ثابت ساختار ریز تا یک مرتبهٔ بزرگی و انتخاب مقاومت هال به عنوان استاندارد مقاومت منجر شد.

لافلین با طرح الگوی شارهٔ تراکم ناپذیر نشان داد که حالتهای برانگیختهٔ سیستم کوانتومی هال شبه ذراتی با بار الکتریکی کسری می باشند. در همین زمان، گروین مکانیک کوانتومی دستگاه بس ذره ای هال را فرمولبندی کرد. این فرمولبندی بعدها توسط مک دونالد و دیگران گسترش یافت و به فرمولبندی چرن - سیمونز دستگاه کوانتومی هال و آمار کسری انجامید. در ضمن معادلات کلاسیک الکترودینامیک که از کنش چرن - سیمونز مشتق شده اند به دست آمده و با به کارگیری تئوری میدان می توان به برخی از کسرهای رسانایی هال رسید. سپس با استفاده از دیدگاه هالپرین، لی، رید و در نظر گرفتن خواص توپولوژیکی گاز الکترونی دو بعدی می‌توان به یک سری از فاکتورهای پر شدگی اثر کوانتومی کسری هال با مخرج زوج و فرد دست یافت.

Hall Effect اثر هال

Quantum کوانتوم

فصل اول

مقدمه

اثر هال در سال ۱۸۷۹ توسط فیزیکدان آمریکایی ادوین هربرت هال [1] کشف شد. برای مشاهدهٔ اثر هال، نمونهٔ تختی از مادهٔ رسانا را در میدان مغناطیسی عمود بر سطح نمونه قرار می دهند.آنگاه، از طریق الکترودهایی که در دو سر نمونه کار گذاشته انـد، جـریان الکتریکی ضعیفی از یک سر نمونه به سر دیگر آن می فرستند. (جریان الکتریکی هـمان حرکت ذرات باردار است و ذرات حامل جریان در بسیاری از جامدات الکترونها هستند.)

در این حال ، دو اندازه گیری انجام می شود. در یکی از اینها، با استفاده از ولت سنج،

1- E.H.Hall

افت ولتاژ از یک سر نمونه به سر دیگر آن در راستا موازی با شارش جریان اندازه گیری می شود. (این مقدار اساساً با اختلاف انرژی الکترونهای وارد شده به نمونه و الکترونهای خروجی از آن متناسب است). اندازه گیری دوم از ولت سنجی به دست می آید که به الکترودهای دو لبهٔ دیگر نمونه اتصال دارد.

چنانچه میدان مغناطیسی وجود نداشته باشد، اختلاف پتانسیل عمود بر جریان صفر خواهد بود. در حضور میدان مغناطیسی عمود بر نمونه، اختلاف پتانسیلی به وجود می آید که عموماً با شدت میدان مغناطیسی متناسب است. معمولاً اختلاف پتانسیل موازی با جریان، در حضور میدان مغناطیسی و درغیاب آن یکسان است.

افت ولتاژ موازی با جریان و افت ولتاژ عمود بر جریان هر دو مستقیماً با مقدار جریان گذرنده از نمونه متناسب اند. بنابراین به آسانی می توان هر یک از ولتاژها را بر جریان عبوری تقسیم کرد و مقادیری مستقل از شارش جریان به دست آورد. نسبت افت ولتاژ در طول نمونه به جریان آن، مقاومت عادی نمونه است. نسبت افت ولتاژ در عرض نمونه به جریان عبوری از طول آن را مقاومت هال می گویند [۳].

حدود صد سال پس از کشف اثر کلاسیک هال، کلاوس فون کلیتسینگ [۱]، دُردا [۲] و پپر [۳] رفتار عجیبی را در مقاومت هال مشاهده کردند. در این آزمایش، کوانتیزه بودن مقاومت هال کشف شد. یعنی $R_H^{-1} = \frac{ie^2}{h}$ که در آن i عدد صحیح است. البته فیزیکدانان نظری می توانستند کوانتیزه بودن مقاومت الکتریکی را با استفاده از تحلیل ابعادی (مانند هر کمیت کوانتیزه دیگر مثل اعداد پلانک) پیش بینی کنند و کوانتش مقاومت الکتریکی یعنی

1- K.Von.Klitzing.
2- G.Dorda
3- M.Pepper

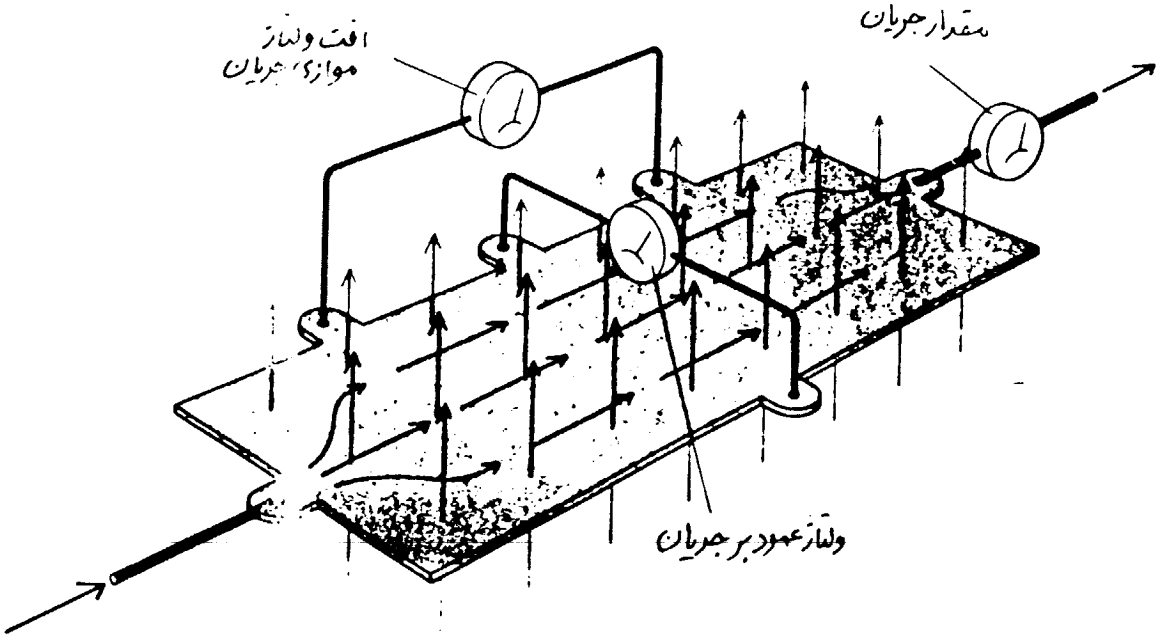
$R=\frac{h}{e^2}\simeq 25812/80\Omega$ را به دست آورند، ولی به هر تقدیر به این مهم تا سال ۱۹۸۰ وقعی گذاشته نشده بود. این آزمایش برای اندازه گیری ثابت هال طراحی شده بود و به نتیجهٔ بسیار مهمی در فیزیک بنیادی انجامید، دقت اندازه گیری ثابت ساختار ریز، با استفاده از اثر کوانتومی هال تا یک مرتبهٔ بزرگی افزایش یافت. کلاوس فون کلیتسینگ به سبب کشف این اثر در سال ۱۹۸۵ موفق به دریافت جایزهٔ نوبل در فیزیک گردید. این آزمایش امروزه به اثر کوانتومی صحیح هال موسوم است [۴]. دو سال پس از آن، اثر کوانتومی کسری هال با مخرج فرد توسط تسویی [1]، اشتورمر [2] و گوسارد [3] کشف شد. در این اثر ضریب $\frac{e^2}{h}$ یک عدد کسری مثل $\frac{1}{3}$ است و به همین دلیل به آن اثر کوانتومی کسری هال گفته می شود [۵]. اخیراً نیز به اثر کوانتومی کسری هال با مخرج زوج دست یافتند. امّا هنوز توجیه واحدی که بیانگر وجود کسرهایی با مخرج زوج و فرد باشد ارائه نشده است [۸-۱،۶].

اولین سوالی که نظر هر خواننده را جلب می‌کند، این است که چرا کشف این پدیده بیش از یک قرن به طول انجامید. پاسخ این سوال به عوامل تکنولوژی لازم برای اندازه گیری این اثر برمی گردد. مشاهدهٔ پدیده کوانتومی هال نیاز به میدان‌های مغناطیسی قوی حدود $10T$ و دستگاه الکترونی دو بعدی دارد.

دست یابی به B قوی تا اواسط دههٔ هفتاد میلادی تنها در معدودی از آزمایشگاههای جهان امکان پذیر بود از طرف دیگر تهیهٔ قطعات نیمرسانایی که بتوان آثار کوانتومی را در آنها به وضوح مشاهده کرد تا قبل از دههٔ ۸۰ امکان پذیر نبود.

پدیدهٔ جالب توجه دیگر، مقاومت طولی این دستگاههاست. درجایی که مقاومت هال

1- D.C.Tsui
2- H.L.Stormer
3- A.C.Gossard



اسباب اندازه گیری اثر هال ، از یک صفحهٔ تخت از مادهٔ رسانا و ابزارهای اندازه گیری ولتاژ و جریان تشکیل می شود. جریانی به مقدار مشخص از یک سر نمونه به سر دیگر در حرکت است (پیکانهای افقی) و میدانی مغناطیسی به طور عمود بر صفحه به نمونه وارد می شود (پیکانهای قائم).

در این جا دو اختلاف ولتاژ، یکی افت ولتاژ از یک سر نمونه به سر دیگر (که همان اختلاف انرژی بین الکترونهای وارد شده به نمونه و خارج شده از آن است) و دیگری ولتاژ عمود بر جریان که ولتاژ هال نام دارد، اندازه گیری می شود. دراثر کلاسیک هال، مقاومت هال (که از تقسیم ولتاژ هال بر مقدار جریان عبوری به دست می آید) مستقیماً متناسب با شدت میدان مغناطیسی است: یعنی مقدار آن با افزایش میدان مغناطیسی افزایش می یابد. دراثر کوانتومی هال، که به هنگام محصور بودن الکترونهای حامل جریان در لایه‌ای نازک از نیمرسانا در دمایی پایین و درشدت میدان مغناطیسی فوق العاده زیاد دیده می شود، مقاومت هال دارای تعدادی پلاتو است: یعنی مقاومت هال در بازه هایی از میدان مغناطیسی ثابت می ماند. به علاوه، مقاومت الکتریکی نمونه در آن بازه ها (حاصل تقسیم افت ولتاژ موازی با جریان بر مقدار جریان) به کلی ناپدید می شود و این بدان معنی است که انتقال جریان بی هیچ اتلاف انرژی صورت می گیرد. مقدار مقاومت هال از پلاتوهای مختلف دقیقاً یکسان به دست می آید و به شکل هندسی یا حتی به نوع ترکیب نمونه بستگی ندارد [۳].

کوانتیزه شود، مقاومت الکتریکی طولی به طور همزمان ناچیز شده و اتلاف دستگاه به سمت صفر میل می کند[۶].

لافلین [1] با طرح الگوی شارهٔ تراکم ناپذیر، پیشرفت قابل ملاحظه ای در درک ساز وکار اثر کوانتومی هال به وجود آورد. لافلین حالت های برانگیخته دستگاه کوانتومی هال را به دست آورد و نشان داد که آنها شبه ذراتی هستند که بار الکتریکی کسری دارند. با تعمیم مکانیک کوانتومی تک ذره ای به بس‌ذره‌ای به فرمولبندی چرن- سیمونز دستگاه کوانتومی هال دست یافتند[۷۱ و ۱۰-۶]. با استفاده از فرمول کوبو [2] و طبقه بندی چرن توانستند رسانندگی هال را به وسیلهٔ کمیت توپولوژیکی $\frac{c_1}{r}$ به دست آورند که c_1 طبقهٔ اول چرن باندل برداری و r مرتبهٔ باندل برداری است [۸،۱۰،۱۱]ونهایتاً این‌که معادلات کلاسیک الکترومغناطیس در سیستم های کوانتومی هال از کنش چرن- سیمونز مشتق شده‌اند که با به کارگیری تئوری میدان به برخی از کسرهای رسانایی هال دست یافته‌ایم[۱۴-۱۲]. پس از آن جین [3] فرمولبندی جدید فرمیونهای ترکیبی [4] را ارائه داد که ناشی از حرکت دسته جمعی حاملهاست و به طور موثر هر الکترون را حامل کوانتای شاری می کند[۱۵،۱۶]. با استفاده از دیدگاه هالپرین [5]، لی [6] و رید [7] که حالت شبه مایع فرمی تراکم ناپذیر را در تراز لاندائوی نیمه پر $\nu=\frac{1}{2}$ توضیح دادند[۱۷] و با در نظرگرفتن خواص توپولوژیکی گاز الکترونی دو بعدی می توان به یک سری از فاکتورهای پرشدگی اثر کوانتومی کسری هال با مخرج زوج و فرد دست یافت که با استفاده از این فاکتورهای پر شدگی می توان شکافهای انرژی متناظر با آنها را تخمین زد[۱۶].

1-R.B.Laughlin
2-Kubo
3- Jain
4- Composite Fermions
5- Halperin
6- Lee
7- Read

فصل دوم

اثر کلاسیک هال

یکی از پدیده هایی جالب توجه مبحث مغناطیس اثر هال می باشد که در سال ۱۸۷۹ توسط فیزیکدان آمریکایی "ادوین هربرت هال "[1] کشف شد. از این اثر برای اندازه گیری خواص و ویژگی‌های نیمرساناها و همچنین غلظت حاملها استفاده می شود.

اثر هال از حرکت ذرات باردار در دو میدان توأم الکتریکی و مغناطیسی ناشی می‌شود:

یک تیغهٔ رسانا یا نیمرسانا به شکل مکعب مستطیل به سطح مقطع ab را در نظر بگیرید که جریان I در راستای محور x در آن جاری می شود. به محض برقراری جریان، حاملهای بار یک سرعت پیشروی v_d پیدا کرده (برای حفره ها در جهت میدان و برای الکترونها در خلاف جهت میدان می‌باشد) که در غیاب میدان مغناطیسی اختلاف پتانسیل بین

1- E.H.Hall