



دانشکده فنی

گروه مهندسی عمران

گرایش سازه

روش حجم محدود توسعه یافته برای تحلیل دوبعدی ترک در مصالح ارتوتروپیک

از

نوید نیک رفتار

استاد راهنما

دکتر نصرت الله فلاح

بهمن ۱۳۹۲

## تقدیم به

پدر و مادر مهربانم که به من اندیشیدن را آموختند

و تقدیم به تمام آزاد اندیشان جهان و کسانی که ذهنی زیبا دارند

## تقدیر و تشکر

از استاد راهنما جناب آقای دکتر فلاح به خاطر راهنمایی هایشان کمال تشکر و قدردانی را دارم و همچنین از پدر و مادرم به خاطر همراهی و پشتیبانی بی دریغشان و از تمامی دوستانم که هریک به سهم خود کاری با ارزش را برایم انجام دادند متشکرم.

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
ب.....	تقدیم.....
پ.....	تقدیر و تشکر.....
ت.....	فهرست مطالب.....
خ.....	فهرست شکل ها.....
ش.....	فهرست جدول ها.....
ص.....	چکیده فارسی.....
ض.....	چکیده انگلیسی.....

### فصل اول: پیشگفتار

۲.....	۱-۱- مقدمه.....
۲.....	۲-۱- اهداف انجام پایان نامه.....
۳.....	۳-۱- ساختار پایان نامه.....

### فصل دوم: مروری بر تحقیقات گذشته

۵.....	۱-۲- مقدمه.....
۵.....	۲-۲- مروری بر تحقیقات گذشته در حوزه مکانیک شکست محاسباتی.....
۸.....	۳-۲- تاریخچه و معرفی روش حجم محدود.....

### فصل سوم: مکانیک شکست ارتجاعی خطی در مواد ایزوتروپ و ارتوتروپ

۱۶.....	۱-۳- مقدمه.....
۱۶.....	۲-۳- تاریخچه و ضرورت مکانیک شکست.....

- ۳-۳- مکانیک شکست ارتجاعی خطی ..... ۱۸
- ۳-۳-۱- تحلیل تنش در اعضای ترک دار..... ۱۸
- ۳-۳-۱-۱- راه حل Inglis برای تمرکز تنش اطراف یک شکاف ..... ۱۹
- ۳-۳-۱-۲- تئوری شکست گریفیس ..... ۲۰
- ۳-۳-۱-۳- اصلاحات اروین بر تئوری شکست گریفیس ..... ۲۲
- ۳-۳-۱-۴- میدان تنش الاستیک و جابجایی نوک ترک در مواد ایزوتروپ ..... ۲۴
- ۳-۳-۱-۴-۱- معادلات الاستیسیته در فضای دو بعدی ..... ۲۵
- ۳-۳-۱-۴-۲- روابط میدان جابجایی و تنش مواد ایزوتروپ ..... ۲۹
- ۳-۳-۱-۴-۳- انتقال مؤلفه های تنش و جابجایی به محور های مختصات جدید ..... ۳۱
- ۳-۳-۲- ضریب شدت تنش ..... ۳۱
- ۳-۳-۲-۱- روش های تحلیلی در حوزه مکانیک شکست ..... ۳۱
- ۳-۳-۲-۲- محاسبه فاکتور شدت تنش بر اساس اصل بر هم نهش ..... ۳۴
- ۳-۳-۲-۳- مکانیک شکست در حالت مود ترکیبی ..... ۳۵
- ۳-۳-۲-۳-۱- حالت مود ترکیبی I-II ..... ۳۶
- ۳-۳-۳- مکانیک شکست محاسباتی ..... ۳۸
- ۳-۳-۳-۱- مدل کردن ترک در روش های عددی ..... ۳۸
- ۳-۳-۳-۲- روش های تعیین ضریب تمرکز تنش در روش های عددی ..... ۴۰
- ۳-۳-۳-۳- روش انتگرال J ..... ۴۰
- ۳-۳-۳-۳-۲- روش انتگرال اندرکنشی ..... ۴۴
- ۴-۳- مکانیک شکست در مواد ارتوتروپ ..... ۴۷
- ۴-۳-۱- روابط الاستیسیته در مواد مرکب ..... ۴۷
- ۴-۳-۲- انتقال ثابت های الاستیک به محور مختصات جدید ..... ۴۹

.....	۳-۴-۳- توابع تنش در مواد غیر ایزوتروپ	۵۰
.....	۴-۴-۳- راه حل‌های تحلیلی برای نوک ترک در مواد مرکب	۵۱
.....	۱-۴-۴-۳- روش متحد برای جابه‌جایی نوک ترک	۵۲
.....	۱-۱-۴-۴-۳- روابط میدان جابجایی و تنش مواد ارتوتروپ	۵۲
.....	۲-۴-۴-۳- محاسبه تمرکز تنش در مواد ارتوتروپ	۵۴
.....	۱-۲-۴-۴-۳- انتگرال اندرکنش برای مواد ارتوتروپ	۵۴

### فصل چهارم: روش حجم محدود توسعه یافته برای تحلیل ترک

.....	۱-۴- مقدمه	۵۸
.....	۲-۴- روش حجم محدود	۵۸
.....	۱-۲-۴- معادلات روش حجم محدود در فضای سه بعدی	۶۱
.....	۲-۲-۴- معادلات روش حجم محدود در فضای دو بعدی	۶۶
.....	۱-۲-۲-۴- حالت تنش مسطح	۶۶
.....	۲-۲-۲-۴- حالت کرنش مسطح	۶۹
.....	۳-۲-۲-۴- اعمال شرایط مرزی	۷۰
.....	۳-۴- تقریب حداقل مربعات متحرک (MLS)	۷۱
.....	۱-۳-۴- مفاهیم پایه	۷۱
.....	۱-۱-۳-۴- دامنه پشتیبانی	۷۲
.....	۲-۱-۳-۴- دامنه تأثیر	۷۳
.....	۲-۳-۴- توابع شکل درون یابی MLS	۷۴
.....	۳-۳-۴- انتخاب تابع وزن	۷۹
.....	۴-۳-۴- اندازه دامنه پشتیبانی	۸۷

۸۹.....	۴-۳-۱- تعیین فاصله میانگین گرهی.....
۹۱.....	۴-۳-۵- خواص تابع شکل.....
۹۷.....	۴-۳-۶- مدل سازی ترک.....
۹۸.....	۴-۳-۱- دامنه پشتیبانی برای محیطهای ناپیوسته.....
۹۹.....	۴-۳-۱-۱- روش آشکارسازی.....
۱۰۵.....	۴-۳-۱-۲- روش انکسار.....
۱۰۷.....	۴-۳-۱-۳- روش شفاف سازی.....
۱۰۸.....	۴-۳-۲- توابع غنی ساز.....
۱۰۸.....	۴-۳-۲-۱- روش غنیسازی خارجی.....
۱۱۰.....	۴-۳-۲-۲- روش غنیسازی داخلی.....
۱۱۱.....	۴-۳-۲-۳- توابع غنی ساز مواد ارتوتروپ.....
۱۱۱.....	۴-۳-۲-۴- بررسی توابع غنی ساز در نوک ترک.....

### فصل پنجم: مطالعات عددی

۱۲۶.....	۵-۱- مقدمه.....
۱۲۶.....	۵-۲- حل مسائل ایزوتروپ.....
۱۲۶.....	۵-۲-۱- مسئله اول: صفحه ایزوتروپ با ابعاد محدود دارای ترک مرکزی تحت بارکششی واحد.....
۱۲۸.....	۵-۲-۱-۱- مراحل مدل سازی.....
۱۲۸.....	۵-۲-۱-۱-۱- تولید سلولها.....
۱۲۹.....	۵-۲-۱-۱-۲- تولید مراکز سلولها.....
۱۲۹.....	۵-۲-۱-۱-۳- درون یابی و تعادل.....
۱۳۰.....	۵-۲-۱-۱-۴- مرحله چهارم: بازیابی جابه جاییها.....
۱۳۰.....	۵-۲-۱-۱-۵- مرحله پنجم: محاسبه ضریب شدت تنش.....
۱۳۱.....	۵-۲-۱-۲- بحث و بررسی نتایج عددی.....



۱۳۴.....	۵-۲-۱-۲-۱- تکینگی تنش.....
۱۳۶.....	۵-۲-۱-۲-۲- همگرایی مدل.....
۱۳۶.....	۵-۲-۱-۳- تأثیر اندازه دامنه پشتیبانی.....
۱۳۸.....	۵-۲-۱-۴- استفاده از اصل تقارن.....
۱۴۱.....	۵-۲-۲- مسئله دوم: صفحه ایزوتروپ با ابعاد محدود دارای ترک لبهای تحت بارکششی واحد.....
۱۴۹.....	۵-۲-۳- مسئله سوم: صفحه ایزوتروپ با ابعاد محدود دارای ترک مرکزی مایل تحت بارکششی واحد.....
۱۵۵.....	۵-۲-۴- مسئله چهارم: صفحه ایزوتروپ با ابعاد محدود دارای دو ترک گوشه تحت بارکششی واحد.....
۱۶۰.....	۵-۲-۵- مسئله پنجم: ورق ایزوتروپ دارای ترک لبهای تحت بار برشی واحد.....
۱۶۴.....	۵-۳- حل مسائل ارتوتروپ.....
۱۶۴.....	۵-۳-۱- مسئله ششم: صفحه ارتوتروپ دارای ترک مرکزی تحت بار کششی واحد.....
۱۶۹.....	۵-۳-۲- مسئله هفتم: صفحه ارتوتروپ دارای ترک مرکزی مایل تحت بار کششی واحد.....
۱۷۵.....	۵-۳-۳- مسئله هشتم: صفحه ارتوتروپ دارای ترک لبهای تحت بار کششی واحد.....
۱۸۵.....	۵-۳-۴- مسئله نهم: ورق ارتوتروپ دارای ترک لبهای تحت بار برشی واحد.....
۱۸۹.....	۵-۳-۵- مسئله دهم: دیسک ارتوتروپ دارای ترک مرکزی تحت بار متمرکز.....

### فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهادات برای ادامه تحقیق

۱۹۶.....	۶-۱- نتیجه گیری.....
۱۹۷.....	۶-۲- پیشنهادات برای ادامه تحقیق.....
۲۰۰.....	مراجع.....

## فهرست شکل ها

عنوان شکل	صفحه
شکل ۲-۱: حجم کنترل در روش CV.....	۱۰
شکل ۲-۲: حجم کنترل در روش CC.....	۱۰
شکل ۳-۱: شکست در کشتی آزادی.....	۱۷
شکل ۳-۲: تمرکز تنش نزدیک یک شکاف.....	۱۹
شکل ۳-۳: صفحه شیشه‌های نامحدود با ضخامت واحد.....	۲۰
شکل ۳-۴: مود یک-مود باز شونده.....	۲۳
شکل ۳-۵: مود دو-مود برشی.....	۲۳
شکل ۳-۶: مود سه-مود پارگی.....	۲۴
شکل ۳-۷: صفحه به ابعاد بینهایت تحت بار کششی دو محوره یکنواخت.....	۲۵
شکل ۳-۸: سیستم مختصات و مؤلفه های تنش در نوک ترک.....	۳۰
شکل ۳-۹: صفحه نامحدود الف) با ترک مرکزی ب) با ترک لبهای.....	۳۲
شکل ۳-۱۰: ضریب تصحیح هندسی برای ورق دارای ترک مرکزی.....	۳۳
شکل ۳-۱۱: جمع آثار قوا برای صفحه با ترک لبهای تحت بار ترکیبی در مود یک.....	۳۴
شکل ۳-۱۲: صفحه با ترک لبهای تحت بار ترکیبی در مود ترکیبی یک و دو.....	۳۵
شکل ۳-۱۳: صفحه با ترک مرکزی مایل تحت بار کششی در دو جهت X و Y.....	۳۶
شکل ۳-۱۴: المان هشت گرهی ایزوپارامتریک در نوک ترک.....	۳۸
شکل ۳-۱۵: نحوه المان بندی ویژه در اجزا محدود.....	۳۹
شکل ۳-۱۶: انتگرال J حول نوک ترک.....	۴۲
شکل ۳-۱۷: تابع وزن q به شکل هرم کامل.....	۴۵
شکل ۳-۱۸: تابع وزن q به شکل هرم ناقص.....	۴۵
شکل ۳-۱۹: چرخش محورهای ارتوتروپی الف) در فضای دوبعدی ب) در فضای سه بعدی.....	۴۹
شکل ۳-۲۰: محورهای مختصات محلی برای نوک ترک در یک جسم ارتوتروپیک.....	۵۲
شکل ۳-۲۱: تابع وزن انتگرال اندرکنشی به صورت هرم ناقص.....	۵۵

- شکل ۴-۱: مش بندی بی قاعده الف) مثلثی ب) هرمی ..... ۵۹
- شکل ۴-۲: نمونه ای از حجم کنترل در روش حجم محدود الف) در فضای دوبعدی ب) در فضای سه بعدی ..... ۶۰
- شکل ۴-۳: نمونه ای از حجم کنترل فرم CC ..... ۶۰
- شکل ۴-۴: مقایسه روش حجم محدود و اجزای محدود در نحوه گسسته سازی ..... ۶۳
- شکل ۴-۵: حجم کنترل در نظر گرفته شده در دستگاه کارترین ..... ۶۷
- شکل ۴-۶: دامنه پشتیبانی ..... ۷۲
- شکل ۴-۷: دامنه تأثیر ..... ۷۳
- شکل ۴-۸: تابع تقریب  $u^h(x)$  و مقادیر گرهی  $u_1$  در درونیایی MLS ..... ۷۴
- شکل ۴-۹: مثلث خیام-پاسکال برای فضای دو بعدی ..... ۷۵
- شکل ۴-۱۰: هرم خیام-پاسکال برای فضای سه بعدی ..... ۷۶
- شکل ۴-۱۱: نمایش دامنه یک بعدی برای بررسی توابع وزن ..... ۸۱
- شکل ۴-۱۲: توابع وزن  $W_1$  و  $W_2$  برای نقطه مرکزی (نقطه شماره ۸) ..... ۸۱
- شکل ۴-۱۳: مشتق اول توابع وزن  $W_1$  و  $W_2$  نسبت به  $X$  برای نقطه مرکزی (نقطه شماره ۸) ..... ۸۲
- شکل ۴-۱۴: توابع وزن  $W_1$  و  $W_2$  برای نقطه شماره ۱ ..... ۸۳
- شکل ۴-۱۵: توابع وزن  $W_1$  و  $W_2$  برای نقطه شماره ۱۵ ..... ۸۳
- شکل ۴-۱۶: توابع وزن  $W_1$  و  $W_2$  برای نقطه شماره ۱۳ ..... ۸۴
- شکل ۴-۱۷: دامنه دو بعدی برای بررسی توابع وزن ..... ۸۴
- شکل ۴-۱۸: تابع وزن  $W_1$  در دامنه دوبعدی الف) نمایش دوبعدی ب) نمایش سه بعدی ..... ۸۵
- شکل ۴-۱۹: مشتق اول تابع وزن  $W_1$  نسبت به  $X$  در دامنه دوبعدی الف) نمایش دوبعدی ب) نمایش سه بعدی ..... ۸۵
- شکل ۴-۲۰: مشتق دوم تابع وزن  $W_1$  نسبت به  $X$  در دامنه دوبعدی الف) نمایش دوبعدی ب) نمایش سه بعدی ..... ۸۶
- شکل ۴-۲۱: تابع وزن  $W_2$  در دامنه دوبعدی الف) نمایش دوبعدی ب) نمایش سه بعدی ..... ۸۶
- شکل ۴-۲۲: مشتق اول تابع وزن  $W_2$  نسبت به  $X$  در دامنه دوبعدی الف) نمایش دوبعدی ب) نمایش سه بعدی ..... ۸۷
- شکل ۴-۲۳: مشتق دوم تابع وزن  $W_2$  نسبت به  $X$  در دامنه دوبعدی الف) نمایش دوبعدی ب) نمایش سه بعدی ..... ۸۷
- شکل ۴-۲۴: دامنه دو بعدی در نظر گرفته شده برای آزمایش دامنه پشتیبانی ..... ۹۰
- شکل ۴-۲۵: نقاط داخل دامنه پشتیبانی با  $\alpha_s = 1$  ..... ۹۰

- شکل ۴-۲۶: نقاط داخل دامنه پشتیبانی با  $\alpha_s = 1.5$  ..... ۹۱
- شکل ۴-۲۷: دامنه دو بعدی در نظر گرفته شده برای کنترل خاصیت پیکربندی واحد ..... ۹۳
- شکل ۴-۲۸: تابع شکل نقطه یک با استفاده از تابع وزن  $W1$  الف) به صورت دوبعدی ب) به صورت سه بعدی ..... ۹۶
- شکل ۴-۲۹: تابع شکل نقطه یک با استفاده از تابع وزن  $W2$  الف) به صورت دوبعدی ب) به صورت سه بعدی ..... ۹۷
- شکل ۴-۳۰: دامنه تأثیر در برخورد با ناپیوستگی های مختلف ..... ۹۸
- شکل ۴-۳۱: ناپیوستگی در روش آشکارسازی ..... ۹۹
- شکل ۴-۳۲: روش آشکارسازی برای ناپیوستگی غیر محدب ..... ۱۰۰
- شکل ۴-۳۳: تابع وزن  $W1$  در برخورد با ناپیوستگی داخلی برای نقطه های با شرایط نقطه  $J$  الف) کانتور بصورت دوبعدی ب) تابع هموار بصورت دو بعدی ج) تابع هموار بصورت سه بعدی ..... ۱۰۱
- شکل ۴-۳۴: تابع شکل در برخورد با ناپیوستگی داخلی برای نقطه های با شرایط نقطه  $J$  الف) کانتور بصورت دوبعدی ب) تابع هموار بصورت دو بعدی ج) تابع هموار بصورت سه بعدی ..... ۱۰۲
- شکل ۴-۳۵: تابع وزن  $W1$  در برخورد با ناپیوستگی داخلی برای نقطه های با شرایط نقطه  $I$  الف) کانتور بصورت دو بعدی ب) تابع هموار بصورت دو بعدی ج) تابع هموار بصورت سه بعدی ..... ۱۰۳
- شکل ۴-۳۶: تابع شکل در برخورد با ناپیوستگی داخلی برای نقطه های با شرایط نقطه  $I$  الف) کانتور بصورت دوبعدی ب) تابع هموار بصورت دو بعدی ج) تابع هموار بصورت سه بعدی ..... ۱۰۴
- شکل ۴-۳۷: ناپیوستگی در روش انکسار الف) دامنه تأثیر ب) تعریف پارامترهای  $S_0$  و  $S_1$  و  $S_2$  ..... ۱۰۵
- شکل ۴-۳۸: نمایش کانتور تابع وزن روش انکسار [۹۳] ..... ۱۰۶
- شکل ۴-۳۹: روش انکسار نزدیک مرزهای غیر محدب مختلف ..... ۱۰۶
- شکل ۴-۴۰: روش شفاف سازی برای نقطه های نزدیک به نوک ترک ..... ۱۰۷
- شکل ۴-۴۱: نمایش دامنه غنی سازی حول نوک ترک ..... ۱۰۸
- شکل ۴-۴۲: دامنه در نظر گرفته شده جهت ترسیم توابع غنی سازی ..... ۱۱۲
- شکل ۴-۴۳: نمایش تابع غنی ساز  $Q1$  مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۲
- شکل ۴-۴۴: نمایش تابع غنی ساز  $Q2$  مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۳
- شکل ۴-۴۵: نمایش تابع غنی ساز  $Q3$  مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۳
- شکل ۴-۴۶: نمایش تابع غنی ساز  $Q4$  مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۴

- شکل ۴-۴۷: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q1 نسبت به X مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۴
- شکل ۴-۴۸: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q1 نسبت به Y مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۵
- شکل ۴-۴۹: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q2 نسبت به X مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۵
- شکل ۴-۵۰: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q2 نسبت به Y مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۶
- شکل ۴-۵۱: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q3 نسبت به X مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۶
- شکل ۴-۵۲: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q3 نسبت به Y مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۷
- شکل ۴-۵۳: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q4 نسبت به X مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۷
- شکل ۴-۵۴: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q4 نسبت به Y مواد ایزوتروپ ..... ۱۱۸
- شکل ۴-۵۵: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q1 مواد ارتوتروپ ..... ۱۱۹
- شکل ۴-۵۶: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q2 مواد ارتوتروپ ..... ۱۱۹
- شکل ۴-۵۷: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q3 مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۰
- شکل ۴-۵۸: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q4 مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۰
- شکل ۴-۵۹: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q1 نسبت به X مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۱
- شکل ۴-۶۰: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q1 نسبت به Y مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۱
- شکل ۴-۶۱: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q2 نسبت به X مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۲
- شکل ۴-۶۲: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q2 نسبت به Y مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۲
- شکل ۴-۶۳: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q3 نسبت به X مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۳
- شکل ۴-۶۴: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q3 نسبت به Y مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۳
- شکل ۴-۶۵: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q4 نسبت به X مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۴
- شکل ۴-۶۶: نمایش مشتق تابع غنی ساز Q4 نسبت به Y مواد ارتوتروپ ..... ۱۲۴
- شکل ۵-۱: صفحه ایزوتروپ دارای ترک مرکزی تحت بار کششی واحد ..... ۱۲۷
- شکل ۵-۲: نحوه سلول بندی صفحه برای ترک مرکزی به طول  $2a = 0.4$  ..... ۱۲۸
- شکل ۵-۳: نحوه سلول بندی صفحه برای ترک مرکزی به طول  $a/w = 0.2$  ..... ۱۲۹
- شکل ۵-۴: نمایش دامنه انتگرال اندرکنشی ..... ۱۳۱
- شکل ۵-۵: تغییر شکل ورق با ترک مرکزی  $a/w = 0.3$  ..... ۱۳۲

- شکل ۵-۶: توزیع تنش در راستای  $Y$  در مراکز سلول ها در ورق با ترک مرکزی با  $a/w=0.3$  ..... ۱۳۳
- شکل ۵-۷: اعمال شرایط مرزی اساسی در ورق با ترک مرکزی ..... ۱۳۴
- شکل ۵-۸: مقایسه تنش در راستای  $Y$  نوک ترک در حالت غنی شده و غنی نشده در ورق با ترک مرکزی ..... ۱۳۵
- شکل ۵-۹: منطقه غنیسازی حول نوک ترک برای ورق ایزوتروپ با ترک مرکزی ..... ۱۳۵
- شکل ۵-۱۰: تأثیر تعداد سلول بر درصد خطا برای ترک مرکزی  $a/w=0.3$  ..... ۱۳۶
- شکل ۵-۱۱: مقایسه پاسخ ضریب تمرکز تنش به ازای مقادیر مختلف  $\alpha_s$  برای ترک مرکزی با  $a/w=0.3$  ..... ۱۳۷
- شکل ۵-۱۲: اعمال شرایط مرزی برای مدل کردن یک چهارم ورق با ترک مرکزی  $a/w=0.3$  ..... ۱۳۸
- شکل ۵-۱۳: نحوه سلول بندی برای مدل کردن یک چهارم ورق ..... ۱۳۹
- شکل ۵-۱۴: جابهجایی مدل ورق یک چهارم با ترک  $a/w=0.3$  ..... ۱۳۹
- شکل ۵-۱۵: توزیع تنش در راستای  $Y$  در مراکز سلول ها در مدل ورق یک چهارم با ترک  $a/w=0.3$  ..... ۱۴۰
- شکل ۵-۱۶: صفحه ایزوتروپ دارای ترک لبهای تحت بار کششی واحد ..... ۱۴۱
- شکل ۵-۱۷: نمایش ناحیه غنی سازی حول نوک ترک ..... ۱۴۳
- شکل ۵-۱۸: تغییر شکل ورق با ترک گوشه ..... ۱۴۳
- شکل ۵-۱۹: تأثیر تعداد سلول بر درصد خطا برای ترک گوشه  $a/w=0.3$  ..... ۱۴۴
- شکل ۵-۲۰: نحوه توزیع تنش در راستای  $Y$  در ورق ایزوتروپ با ترک گوشه به طول  $a/w=0.3$  ..... ۱۴۵
- شکل ۵-۲۱: مقایسه تنش در راستای  $Y$  نوک ترک در حالت غنی شده و غنی نشده در ورق با ترک گوشه ..... ۱۴۵
- شکل ۵-۲۲: هندسه صفحه ایزوتروپ با ترک لبهای ..... ۱۴۶
- شکل ۵-۲۳: تأثیر تعداد سلول ها بر پاسخ ضریب تمرکز تنش در روش پیشنهادی ..... ۱۴۷
- شکل ۵-۲۴: تأثیر تعداد سلول پس زمینه در پاسخ ضریب شدت تنش در مرجع [۲۰] ..... ۱۴۷
- شکل ۵-۲۵: صفحه ایزوتروپ دارای ترک مرکزی مایل تحت بار کششی واحد ..... ۱۴۹
- شکل ۵-۲۶: تأثیر تعداد سلول بر پاسخ ضریب تمرکز تنش در مود یک ..... ۱۵۰
- شکل ۵-۲۷: تأثیر تعداد سلول بر پاسخ ضریب تمرکز تنش در مود یک ..... ۱۵۱
- شکل ۵-۲۸: نحوه سلول بندی خط ترک برای ترک مرکزی مایل ..... ۱۵۱
- شکل ۵-۲۹: ناحیه غنی سازی حول نوک ترک مرکزی مایل ..... ۱۵۲
- شکل ۵-۳۰: دامنه انتگرال اندرکنشی حول نوک ترک ..... ۱۵۲

- شکل ۵-۳۱: تغییر شکل ورق ایزوتروپ با ترک مرکزی مایل ..... ۱۵۳
- شکل ۵-۳۲: نحوه توزیع تنش در ورق ایزوتروپ با ترک مرکزی مایل ..... ۱۵۳
- شکل ۵-۳۳: مقایسه تنش در راستای Y نوک ترک در حالت غنی شده و غنی نشده در ورق با ترک مرکزی مایل ..... ۱۵۴
- شکل ۵-۳۴: صفحه ایزوتروپ دارای دو ترک گوشه تحت بار کششی واحد ..... ۱۵۵
- شکل ۵-۳۵: نحوه سلولبندی ورق ایزوتروپ با دو ترک گوشه ..... ۱۵۶
- شکل ۵-۳۶: تاثیر تعداد سلول بر پاسخ ضریب تمرکز تنش در ورق ایزوتروپ با دو ترک گوشه ..... ۱۵۷
- شکل ۵-۳۷: تغییر شکل ورق ایزوتروپ با دو ترک گوشه ..... ۱۵۸
- شکل ۵-۳۸: توزیع تنش در راستای محور Y در مراکز سلولها در ورق ایزوتروپ با دو ترک گوشه ..... ۱۵۹
- شکل ۵-۳۹: مقایسه تنش در راستای Y نوک ترک در حالت غنی شده و غنی نشده در ورق با دو ترک گوشه ..... ۱۵۹
- شکل ۵-۴۰: مشخصات هندسی ورق ایزوتروپ دارای ترک لبهای تحت بار برشی واحد ..... ۱۶۰
- شکل ۵-۴۱: نحوه سلول بندی ورق ایزوتروپ دارای ترک لبهای تحت بار برشی واحد ..... ۱۶۱
- شکل ۵-۴۲: تاثیر تعداد سلول بر پاسخ ضریب تمرکز تنش مود یک در ورق ایزوتروپ با ترک گوشه تحت بار برشی ..... ۱۶۲
- شکل ۵-۴۳: تاثیر تعداد سلول بر پاسخ ضریب تمرکز تنش مود دو در ورق ایزوتروپ با ترک گوشه تحت بار برشی ..... ۱۶۲
- شکل ۵-۴۴: تغییر شکل ورق ایزوتروپ دارای ترک لبهای تحت بار برشی ..... ۱۶۳
- شکل ۵-۴۵: هندسه ورق ارتوتروپ دارای ترک مرکزی ..... ۱۶۵
- شکل ۵-۴۶: تاثیر تعداد سلول ها بر ضریب تمرکز تنش نرمال در ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی ..... ۱۶۷
- شکل ۵-۴۷: سلول بندی ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی ..... ۱۶۷
- شکل ۵-۴۸: تغییر شکل ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی ..... ۱۶۸
- شکل ۵-۴۹: نحوه توزیع تنش  $\sigma_y$  در ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی ..... ۱۶۸
- شکل ۵-۵۰: صفحه ارتوتروپ مستطیل شکل با ترک مرکزی مایل ..... ۱۶۹
- شکل ۵-۵۱: سلول بندی ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی با زاویه ۴۵ درجه ..... ۱۷۰
- شکل ۵-۵۲: نحوه توزیع تنش در ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی با زاویه ۴۵ درجه ..... ۱۷۱
- شکل ۵-۵۳: تغییر شکل ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی با زاویه ۴۵ درجه ..... ۱۷۳
- شکل ۵-۵۴: تأثیر تعداد سلول بر ضریب شدت تنش نرمال مود یک در صفحه ارتوتروپ با ترک مرکزی مایل ..... ۱۷۴
- شکل ۵-۵۵: تأثیر تعداد سلول بر ضریب شدت تنش نرمال مود دو در صفحه ارتوتروپ با ترک مرکزی مایل ..... ۱۷۴

- شکل ۵-۵۶: ورق ارتوتروپ با ترک گوشه تحت بار کششی واحد ..... ۱۷۵
- شکل ۵-۵۷: نحوه سلول بندی ورق ارتوتروپ با ترک لبه ای ..... ۱۷۷
- شکل ۵-۵۸: ضریب شدت نرمال شده مود اول به ازای زوایای مختلف چرخش محورهای الاستیک ..... ۱۷۸
- شکل ۵-۵۹: ضریب شدت نرمال شده مود دوم به ازای زوایای مختلف چرخش محورهای الاستیک ..... ۱۷۸
- شکل ۵-۶۰: تغییر شکل ورق ارتوتروپ با ترک گوشه با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=0$  ..... ۱۸۰
- شکل ۵-۶۱: نحوه توزیع تنش در ورق ارتوتروپ با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=0$  ..... ۱۸۰
- شکل ۵-۶۲: تغییر شکل ورق ارتوتروپ با ترک گوشه با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=30$  ..... ۱۸۱
- شکل ۵-۶۳: نحوه توزیع تنش در ورق ارتوتروپ با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=30$  ..... ۱۸۱
- شکل ۵-۶۴: تغییر شکل ورق ارتوتروپ با ترک گوشه با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=45$  ..... ۱۸۲
- شکل ۵-۶۵: نحوه توزیع تنش در ورق ارتوتروپ با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=45$  ..... ۱۸۲
- شکل ۵-۶۶: تغییر شکل ورق ارتوتروپ با ترک گوشه با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=60$  ..... ۱۸۳
- شکل ۵-۶۷: نحوه توزیع تنش در ورق ارتوتروپ با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=60$  ..... ۱۸۳
- شکل ۵-۶۸: تغییر شکل ورق ارتوتروپ با ترک گوشه با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=90$  ..... ۱۸۴
- شکل ۵-۶۹: نحوه توزیع تنش در ورق ارتوتروپ با چرخش محورهای الاستیک به اندازه  $\beta=90$  ..... ۱۸۴
- شکل ۵-۷۰: ورق ارتوتروپ دارای ترک لبه ای تحت بار کششی واحد ..... ۱۸۵
- شکل ۵-۷۱: نحوه سلول بندی ورق ارتوتروپ با ترک لبه ای تحت بار برشی واحد ..... ۱۸۶
- شکل ۵-۷۲: ضرایب شدت تنش نرمال شده در ورق ارتوتروپ با ترک لبه ای تحت بار برشی با زوایای مختلف محور الاستیسیته ..... ۱۸۸
- شکل ۵-۷۳: تغییر شکل ورق ارتوتروپ دارای ترک لبه ای تحت بار برشی با چرخش  $90^\circ$  در جهای محور ماده ..... ۱۸۸
- شکل ۵-۷۴: دیسک ارتوتروپ دارای ترک مرکزی تحت بار متمرکز ..... ۱۸۹
- شکل ۵-۷۵: نحوه سلول بندی دیسک ارتوتروپ ..... ۱۹۰
- شکل ۵-۷۶: مقادیر ضرایب شدت تنش مود یک در دیسک ارتوتروپ به ازای زوایای مختلف ترک ..... ۱۹۲
- شکل ۵-۷۷: مقادیر ضرایب شدت تنش مود دو در دیسک ارتوتروپ به ازای زوایای مختلف ترک ..... ۱۹۲



## فهرست جدول ها

عنوان جدول	صفحه
جدول ۴- ۱: مختصات نقاط در نظر گرفته شده در دامنه دو بعدی.....	۹۳
جدول ۴- ۲: تابع شکل و مشتقات آن.....	۹۴
جدول ۵- ۱: مشخصات هندسی و الاستیسیته ورق.....	۱۲۷
جدول ۵- ۲: درصد خطا ضریب شدت تنش روش پیشنهادی در ورق ایزوتروپ با ترک مرکزی.....	۱۳۱
جدول ۵- ۳: درصد خطا ضریب شدت تنش ورق ایزوتروپ با ترک گوشه.....	۱۴۲
جدول ۵- ۴: درصد خطا ضریب شدت تنش ورق ایزوتروپ با ترک گوشه توسط روش پیشنهادی.....	۱۴۶
جدول ۵- ۵: نتایج حاصل از تحلیل دامنه توسط روش EFG در مرجع.....	۱۴۷
جدول ۵- ۶: درصد خطا ضریب شدت تنش ورق ایزوتروپ با ترک مرکزی مایل.....	۱۵۰
جدول ۵- ۷: مشخصات هندسی و الاستیسیته ورق.....	۱۵۵
جدول ۵- ۸: درصد خطا ضریب تمرکز تنش در ورق ایزوتروپ با دو ترک گوشه.....	۱۵۷
جدول ۵- ۹: مشخصات هندسی و الاستیسیته ورق ایزوتروپ دارای ترک گوشه تحت بار برشی واحد.....	۱۶۰
جدول ۵- ۱۰: درصد خطا حاصل از تحلیل ورق ایزوتروپ دارای ترک لبه ای تحت بار برشی.....	۱۶۲
جدول ۵- ۱۱: ضریب تمرکز تنش ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی.....	۱۶۶
جدول ۵- ۱۲: بررسی همگرایی ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی.....	۱۶۶
جدول ۵- ۱۳: ضرایب شدت تنش مود اول و دوم در ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی ۴۵ درجه.....	۱۷۲
جدول ۵- ۱۴: بررسی همگرایی ورق ارتوتروپ با ترک مرکزی مایل.....	۱۷۴
جدول ۵- ۱۵: ضرایب شدت تنش نرمال مود اول و دوم ورق ارتوتروپ با ترک گوشه.....	۱۷۶
جدول ۵- ۱۶: ریشه های $S$ به ازای زوایای مختلف $\beta$ .....	۱۷۹
جدول ۵- ۱۷: نتایج ضریب تمرکز تنش نرمال شده با زوایای مختلف محورهای الاستیسیته ورق ارتوتروپ با ترک لبه‌ای.....	۱۸۷
جدول ۵- ۱۸: نتایج ضریب تمرکز تنش در دیسک ارتوتروپ به ازای زوایای مختلف ترک.....	۱۹۱

## روش حجم محدود توسعه یافته برای تحلیل دوبعدی ترک در مصالح ارتوتروپ

نوید نیک رفتار

در چند دهه گذشته، استفاده از اصول مکانیک شکست برای جلوگیری از شکست ناگهانی سازه‌ها، به نیازی اساسی تبدیل شده است. به طوری که محققان زیادی در سراسر دنیا همچنان درصدد یافتن روش‌های جدید برای تحلیل بهتر مسائل شکست هستند. از طرفی کاربرد مصالح غیر ایزوتروپ با توجه به سختی و مقاومت واحد وزن بالاتر نسبت به مصالح ایزوتروپ، در صنایع رو به افزایش است. در این مطالعه از روش حجم محدود جدیدی برای تعیین ضریب تمرکز تنش نوک ترک در مصالح ایزوتروپ و ارتوتروپ استفاده شده است. تفاوت اصلی روش حجم محدود توسعه یافته استفاده شده با روش حجم محدود کلاسیک، در محاسبه متغیرها با استفاده از تابع شکل حداقل مربعات متحرک می‌باشد. در مطالعه حاضر ضریب تمرکز تنش مود ترکیبی با استفاده از روش انتگرال اندرکنشی  $M$  که قادر به محاسبه همزمان ضریب شدت تنش در موده‌های ترکیبی با اضافه کردن میدان‌های کمکی به میدان‌های واقعی می‌باشد، استفاده شده است. همچنین از توابع غنی ساز برای مدل کردن تکینگی تنش در نزدیکی نوک ترک و افزایش دقت حل استفاده شده است. به منظور بررسی کارایی و دقت روش حجم محدود توسعه یافته، پاسخ‌های بدست آمده توسط این روش برای چندین مسئله مرجع ایزوتروپ و ارتوتروپ با پاسخ‌های موجود در مراجع مقایسه شده است. مقایسه نتایج نشان دهنده سازگاری مطلوب پاسخ‌ها نسبت به پاسخ‌های ارائه شده توسط روش‌های دیگر، با استفاده از درجات آزادی کمتر می‌باشد.

**واژه های کلیدی:** مکانیک شکست، مصالح غیر ایزوتروپ، روش حجم محدود توسعه یافته، ضریب تمرکز تنش، حداقل مربعات متحرک، انتگرال اندرکنشی  $M$ ، توابع غنی سازی.

## Abstract

### Extended finite volume analysis of crack in two dimensional orthotropic materials

Navid Nikraftar

In the past recent decades, the use of fracture mechanics principles has become a basic requirement to prevent sudden failure of structures. Hence many researchers around the world have attempted to find new methods to analyze fracture problems. Moreover, anisotropic materials, due to their higher stiffness and strength per weight unit in comparison to isotropic materials, have been widely used in industries in recent years. In the present study, a novel finite volume method is introduced as the extended finite volume method for computing the stress intensity factor in isotropic and orthotropic materials. A distinct difference between the extended finite volume method and the classical finite volume method is that in this method, the moving least square approximating functions are used to calculate the unknown variables. In the current study, in order to evaluate the stress intensity factor, the interaction M-integral is used where it makes possible to simultaneously evaluate the mixed-mode stress intensity factors by adding auxiliary fields to the actual fields. Moreover, the enrichment functions are used to model stress singularity to achieve higher accuracy in the vicinity of the crack tips. In order to demonstrate the robustness and effectiveness of the extended finite volume method, a group of benchmark problems for isotropic and orthotropic materials, are analyzed and the obtained solutions are compared with the solutions available in literatures. It is observed that the present method is able to predict comparable results with fewer degrees of freedom, compared with the reference results.

**Key words:** Fracture mechanics, Aniotropic materials, Extended finite volume method, stress intensity factor, Moving least square approximation, Interaction M-integral, Enrichment functions.

فصل اول:

پیشگفتار