بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه پیام نور

مرکز تهران

پایان نامه

برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد

رشته آمارریاضی

گروه آمار

عنوان پایان نامه :

استنباط آماری برای توزیع نمایی برمبنای آماره ی برد از رکوردهای بالا(بیزی و کلاسیک)

سامان حسینی

استاد راهنما :

دکتر پرویز نصیری

استاد مشاور :

دکتر مسعود یار محمدی

شهریور ۱۳۸۹

شماره ....
تاریخ ....
پیوست ....

دانشگاه پیام نور
دانشگاه پیام نور استان تهران
اللهم عجل لولیک الفرج والعافیه والنصر

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم تحقیقات و فناوری

مجتمع علوم پایه و کشاورزی

صورتجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

جلسه دفاع ازپایان نامه کارشناسی ارشد آقای سامان حسینی
دانشجوی رشته آمار ریاضی به شماره دانشجویی: ۸۷۰۰۰۰۷۲۵
تحت عنوان:

"استنباط آماريً براي توزيع نمايي برمبناي آماره برد از ركوردهاي بالايي (بيزي و كلاسيك) "

جلسه دفاع با حضور داوران نامبرده ذیل در روزسه شنبه مورخ: ۹۰/۰۶/۲۹ ساعت : ۱۱-۱۰درمحل مجتمع علوم پایه و کشاورزی برگزار شد. و پس از بررسی پایان‌نامه مذکور با نمره به عدد......۱۸/۷۵ به حروف ....و با درجه ارزشیابی.................مورد قبول واقع شد ☒ نشد ☐

ردیف	نام و نام خانوادگی	هيات داوران	مرتبه دانشگاهي	دانشگاه/ موسسه	امضاء
۱	دكترپرويز نصيري	استاد راهنما			
۲	دكترمسعود يارمحمدي	استاد مشاور			
۳	دكترليدر نوايي	استاد داور			
٤	دكترليدر نوايي	نماينده علمي گروه			
۵	دكترليدر نوايي	نماينده تحصيلات تكميلي			

تهران، خیابان استاد نجات اللهی
خیابان شهید فلاح پور، پلاک ۲۷
تلفن: ۸۸۸۰۰۲۵۲
دورنگار: ۸۸۳۱۹۴۷۵
WWW.TPNU.AC.IR
science.agri@tpnu.ac.ir

اینجانب سامان حسینی دانشجوی ورودی سال۱۳۸۷ مقطع کارشناسی ارشد (رسمی) رشته آمار ریاضی گواهی می نمایم چنانچه در پایان نامه خود از فکر، ایده و نوشته دیگری بهره گرفته ام با نقل قول مستقیم یا غیر مستقیم منبع و ماخذ آن را نیز درجای مناسب ذکر کرده ام. بدیهی است مسئولیت تمامی مطالبی که نقل قولدیگران نباشد بر عهده خویش می دانم و جوابگوی آن خواهم بود.

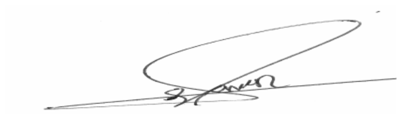
دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج دراین پایان نامه (رساله) نتیجه تحقیقات خودش می باشد و درصورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

نام و نام خانوادگی دانشجو: سامان حسینی

تاریخ و امضاء ۱۳۹۰.٦.۲۹

اینجانب سامان حسینی دانشجوی ورودی سال۱۳۸۷ مقطع کارشناسی ارشد رشته آمار ریاضی گواهی می نمایم چنانچه براساس مطالب پایان نامه خود اقدام به انتشارمقاله، کتاب، و ...نمایم ضمن مطلع نمودن استاد راهنما، با نظر ایشان نسبت به نشر مقاله،کتاب، و ... و به صورت مشترک و با ذکر نام استاد راهنما مبادرت نمایم.

نام و نام خانوادگی دانشجو: سامان حسینی



تاریخ و امضاء ۱۳۹۰.٦.۲۹

کلیه حقوق مادی مرتبط از نتایج مطالعات ، آزمایشات و نو آوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه پیام نور می باشد.

شهریور ۱۳۹۰

تقدیم به یاد و خاطره پدرم به پاس زحمات بی دریغش همچنین تقدیم به دوست و استاد گرامی جناب آقای آرام وجدی که بدون هیچ گونه چشم داشتی تجربیات علمی و ارزنده ی خود را در اختیار اینجانب گذاشته، همواره مرا از راهنمایی های مفیدشان بی نصیب نساخته اند

سپاسگزاری

ابتدا از استاد عالیقدر جناب آقای دکتر پرویز نصیری بخاطر کمک ها و راهنمائی های بی دریغشان به من در به پایان رساندن این پایان نامه کمال تشکر را داشته و همچنین از زحمات و تلاش های استاد عالیقدر جناب آقای دکتر مسعود یار محمدی سپاسگزاری می کنم.

چکیده

در این پایان نامه سعی شده است به وسیله ی آماره ی برد و آماره ی برد مرکب از رکورد های بالا، به استنباط در مورد پارامتر مقیاس توزیع نمایی پرداخته شود . استنباط شامل برآورد نقطه ای، برآورد فاصله ای (در دو حالت بیزی و کلاسیک) همچنین آزمون فرض می باشد. برای بدست آوردن برآورد های نقطه ای بیزی و برآورد های نقطه ای با کمترین میزان مخاطره از دو نوع تابع زیان توان دوم خطا و توان دوم خطای وزنی استفاده کرده ایم. علاوه بر آن برآوردهای فاصله ای با کمترین طول و برآورد های فاصله ای با دم های برابر در هر دو حالت بیزی و کلاسیک بدست آمده است.

پیشگفتار ۰

فصل اول ٤

معرفی استنباط بر مبنای رکوردها و توزیع نمایی ٤

۱-۱ توزيع نمايي و كاربرد هاي آن ٥

۱-۱-۱ تابع چگالي احتمال ٥

۱-۱-۲ تابع توزيع تجمعي ٦

۱-۱-۳خواص ۷

۱-۱-٤ كاربرد هاي توزيع نمايي ۹

۱-۲ استنباط بر مبناي ركورد ها ۱۰

۱-۲-۱ ركوردهاي بالا ۱۰

۱-۲-۲ توزيع ركورد n ام ۱۰

۱-۲-۳ تابع چگالي توام ركوردها ۱۲

فصل دوم ۱۷

برآورد های نقطه ای پارامتر توزیع نمایی بر مبنای آماره ی برد از رکورد های بالا............۱۷

۲-۱مقدمه ۱۸

۲-۲ آماره ي برد از ركورد هاي بالا ۱۹

۲-۳ برآورد هاي نقطه اي ۲۰

۲-۳-۱ برآورد درستنمايي ماگزيمم بر مبناي آماره برد از ركوردهاي بالا ۲۰

۲-۳-۲ برآوردگر UMVU براي δ بر مبناي آماره برد از ركوردهاي بالا ۲۱

۲-۳-۳ برآورد درستنمايي ماگزيمم بر مبناي آماره برد مركب ازركوردهاي بالا ۲۳

۲-۳-٤ برآوردگر UMVU براي δ بر مبناي آماره برد مركب از ركوردهاي بالا ۲٥

۲-۳-٥ برآورد گشتاوري δ پارامتر مقياس توزيع نمايي بر مبناي آماره ي برد از ركوردهاي بالا(δMMEBURR) ۲٦

۲-۳-٦ برآوردگرهاي پايا با كمترين ميزان مخاطره برمبناي آماره برد از ركوردهاي بالا (δMREBURR) ۲۷

۲-۳-٦-۱ برآورد پايا با كمترين ميزان مخاطره براي پارامتر مقياس توزيع نمايي بر مبناي آماره ي برد از ركورد هاي بالا تحت تابع زيان توان دوم خطاي وزني ۳۱

۲-۳-٦-۲ برآورد پايا با كمترين ميزان مخاطره براي δ بر مبناي آماره ي برد مركب از ركوردهاي بالا تحت تابع زيان توان دوم خطاي وزني ۳۲

۲-۳-٦-۳ برآورد پايا با كمترين ميزان مخاطره براي δ بر مبناي آماره ي برد از ركوردهاي بالا تحت تابع زيان توان دوم خطا ۳٤

۲-۳-٦-٤ برآورد پايا با كمترين ميزان مخاطره براي δ برمبناي آماره ي برد مركب از ركوردهاي بالا تحت تابع زيان توان دوم خطا ۳٥

۲-٤ برآورد بيزي پارامتر مقياس توزيع نمايي برمبناي آماره ي برد از ركورد هاي بالا ۳٦

۲-٤-۱ برآورد درستنمايي تعميم يافته براي δ پارامتر مقياس توزيع نمايي برمبناي آماره برد از رکورد هاي بالا$\delta GMBURR$ ۳۸

۲-٤-۲ برآورد درستنمايي تعميم يافته براي δ پارامتر مقياس توزيع نمايي بر مبناي آماره برد مرکب از رکورد هاي بالا$\delta GMBURR, m$ ۳۹

۲-٤- ۳ برآوردهاي بيزي پارامترمقياس توزيع نمايي با استفاده از توابع زيان ٤۰

۲-٤-۳-۱ برآورد بيز پارامتر مقياس توزيع نمايي بر مبناي آماره ي برد از رکورد هاي بالا نسبت به تابع زيان مربعات خطا ٤۲

۲-٤-۳-۲ برآورد بيز با استفاده از آماره ي برد مرکب از رکورد هاي بالا نسبت به تابع زيان مربعات خطا ٤۳

۲-٤-۳-۳ برآورد بيز پارامتر مقياس توزيع نمايي با استفاده از آماره ي برد از رکوردهاي بالا نسبت به تابع زيان مربعات خطاي وزني ٤۳

۲-٤-۳-٤ برآورد بيز پارامتر مقياس توزيع نمايي با استفاده از آماره ي برد مرکب ازرکوردهاي بالا نسبت به تابع زيان مربعات خطاي وزني ٤٤

فصل سوم ٤٦

برآورد فاصله ای پارامتر توزیع نمایی با استفاده از آماره برد وآماره ی برد تعمیم یافته از رکورد های بالا ٤٦

۳- ۱ كميت محوري ٤۷

۳-۲ كميت محوري با استفاده از آماره ي برد و آماره ي برد مرکب ازرکورد هاي بالا ٤۷

۳-۳ فاصله اطمينان با دم هاي برابر ٤۸

۳-۳-۱ فاصله اطمينان با دم هاي برابر براي δ پارامتر مقياس توزيع نمايي برمبناي آماره ي برد از رکورد هاي بالا.... ٤۸

۳-۳-۲ فاصله اطمينان با دم هاي برابر براي δ پارامتر مقياس توزيع نمايي برمبناي آماره ي برد مرکب از رکورد هاي بالا ۵۰

۳-٤ كوتاهترين فاصله ي اطمينان ۵۱

۳-۵ فواصل اطمينان بيزي براي پارامتر مقياس توزيع نمايي ۵٤

۳-٦ كوتاه ترين فاصله اطمينان باورمندي بر پايه ي آماره ي برد و آماره ي برد مرکب از رکورد هاي بالا ۵۹

۳-٦-۱ فاصله اطمينان باورمندي (HPD) ٦۰

۳-٦-۱-۱ فاصله ي باورمندي HPD بر پايه ي آماره ي برد از رکورد هاي بالا ٦۲

۳-٦-۱-۲ فاصله ي HPD بر پايه ي آماره ي برد مرکب از رکورد هاي بالا براي δ پارامتر مقياس از توزيع نمايي...٦۳

فصل چهارم ٦۵

آزمون فرض ها درباره پارامتر مقیاس توزیع نمایی با استفاده از آماره ی برد و آماره ی برد مرکب از رکورد های بالا ٦۵

٤-۱ مقدمه ٦٦

٤-۲ خاصيت نسبت درستنمايي يکنوا (MLR) ٦٦

٤-٢-١ خاصيت MLR ٦٧

٤-٣ پرتوان ترين آزمون يكنواخت ٦٨

٤-٣-١ پرتوانترين آزمون يكنواخت در سطح α براي پارامتر مقياس از توزيع نمايي بر مبناي آماره ي برد از ركورد هاي بالا ٦٩

٤-٣-٢ پرتوانترين آزمون يكنواخت در سطح α براي پارامتر مقياس از توزيع نمايي با استفاده از آماره ي برد مركب از ركورد هاي بالا ٧١

٤-٤ آزمون نسبت درستنمايي پارامتر مقياس توزيع نمايي ٧٣

٤-٤-١ آزمون نسبت درستنمايي (LRT) براي پارامتر مقياس توزيع نمايي بر پايه ي آماره ي برد از ركورد هاي بالا ... ٧٤

٤-٤-٢ آزمون نسبت درستنمايي (LRT) براي δ با استفاده از آماره ي برد از ركورد هاي بالا براي $H0: \delta = \delta0 H1: \delta \neq \delta0$ ٧٨

٤-٤-٣ آزمون نسبت درستنمايي (LRT) پارامتر مقياس توزيع نمايي با استفاده از آماره ي برد مركب از ركوردهاي بالا. براي آزمون فرض $H0: \delta = \delta0$ در مقابل $H1: \delta \neq \delta0$ ٧٩

فصل پنجم ٨٣

استنباط آماری برای پارامتر خانواده ی نمایی با استفاده از آماره ی برد تعمیم یافته از رکورد های بالا ٨٣

٥-١ مقدمه ٨٤

٥-٢ آماره ي برد تعميم يافته ٨٧

٥-٣ برآورد هاي نقطه اي پارامتر θ با استفاده ي از آماره ي برد تعميم يافته و آماره ي برد تعميم يافته ي مركب ٨٩

٥-٣-١ برآورد درستنمايي ماگزيمم ٨٩

٥-٣-٢ برآورد گشتاوري براي θ با استفاده از آماره ي برد تعميم يافته از ركورد هاي بالا ٩٢

٥-٣-٣ برآوردهاي بيزي پارامتر θ با استفاده از آماره ي برد تعميم يافته وآماره ي برد تعميم يافته ي مركب از ركورد هاي بالا ٩٤

٥-٣-٣-١ تابع چگالي پسين براي خانواده ي نمايي برمبناي آماره ي برد تعميم يافته از ركورد هاي بالا ٩٤

٥-٣-٣-٢ تابع چگالي پسين براي خانواده ي نمايي برمبناي آماره ي برد تعميم يافته ي مركب از ركورد هاي بالا ٩٥

٥-٣-٣-٣ برآورد درستنمايي تعميم يافته θ با استفاده از آماره برد تعميم يافته از ركوردهاي بالا ٩٦

٥-٣-٣-٤ برآورد درستنمايي تعميم يافته θ با استفاده از آماره برد تعميم يافته ي مركب از ركورد هاي بالا ٩٧

٥-٣-٣-٥ برآوردهاي بيز براي خانواده ي نمايي بر مبناي چند تابع زيان مختلف. ٩٨

٥-٤ برآورد فاصله اي پارامتر θ با استفاده از آماره ي بردتعميم يافته و آماره ي برد تعميم يافته ي مركب ازركوردهاي بالا . ١٠٠

٥-٤-١ كميت محوري براي θ بر پايه آماره ي برد تعميم يافته از ركورد هاي بالا ١٠٠

٥-٤-٢ كميت محوري براي θ بر پايه ي آماره برد تعميم يافته مركب از ركورد هاي بالا ١٠١

٥-٤-٣ فاصله ي اطمينان با دم هاي برابر براي θ با استفاده از آماره ي برد تعميم يافته از ركورد هاي بالا ١٠١

٥-٤-٤ فاصله ي اطمينان با دم هاي برابر براي θ با استفاده از آماره ي برد تعميم يافته مركب از ركورد هاي بالا ١٠٢

٥-٤-٥ كوتاهترين فاصله ي اطمينان براي θ با استفاده از اماره ي برد تعميم يافته از ركورد هاي بالا ١٠٣

٥-٤-٦ كوتاهترين فاصله ي اطمينان براي θ با استفاده از آماره برد تعميم يافته مركب ازركورد هاي بالا ١٠٥

۵-۵ فاصله ي اطمينان بيزي با استفاده از آماره ي برد تعميم يافته از رکورد هاي بالا ۱۰۶
۵-۵-۱ فاصله ي باورمندي با دم هاي برابر براي توزيع هاي خانواده ي نماي بر مبناي آماره ي برد تعميم يافته از رکورد هاي بالا. ۱۰۶
۵-۶ آزمون فرض درباره ي پارامتر θ با استفاده از آماره ي برد تعميم يافته از رکورد هاي بالا ۱۰۸
۵-۶-۱ پرتوانترين آزمون يکنواخت در سطح α براي خانواده ي نمايي با استفاده از آماره ي بردتعميم يافته از رکورد هاي بالا ۱۰۹
۵-۶-۲ آزمون نسبت درستنمايي (LRT) با استفاده آماره ي برد تعميم يافته از رکورد هاي بالا براي θ ۱۱۲

فصل ششم ۱۱۵

شبيه سازی ۱۱۵

۶-۱ مقدمه ۱۱۶
۶-۲ برآورد گرهاي نقطه اي ۱۱۶
۶-۲-۱ مقايسه ي برآورد MLE و بيزي برمبناي رکوردها براي توزيع لوماکس ۱۱۶
۶-۲-۲ مقايسه ي برآوردگرها ۱۱۸
۶-۳ برآورد فاصله اي ۱۱۹
۶-۳-۱ برآوردگرهاي فاصله اي HPD و کوتاه ترين فاصله اطمينان براي θ بر مبناي رکورد ها براي توزيع لوماکس . ۱۱۹
۶-۳-۲ کوتاه ترين فاصله ي اصمينان براي پارامتر مقياس از توزيع نمايي بر مبناي آماره ي برد از رکورد هاي بالا و فاصله هاي باورمندي بر مبناي آماره ي برد از رکورد هاي بالا ۱۲۱

جدول تات و کلت ۱۲۳

References ۱۲۵

ABSTRACT ۱۲۷

پیشگفتار

در چهارم جولای سال ۱۹۵۷ همانگونه که دماسنج بالا و بالاتر می رفت و درجه حرارت بیشتری را نشان می داد، اغلب شهروندان رادیوهای خود را روشن کرده بودند تا ببینند اوضاع آب و هوا در چه حالی است. به راستی که گرمای هوا تا به اندازه ای بود که می توانستید تخم مرغ را جلوی آفتاب در پیاده رو بپزید. واقعا که آن چهارم جولای یکی از گرمترین روزها بود و دمای آن به عنوان یک رکورد محسوب می شد. این رکوردی بود که در ۳۲ سال گذشته هیچگاه در هیچ چهارم جولایی رخ نداده بود به طوری که دماسنج دمای ۱۰۸ درجه ی فارنهایت را رد کرده بود، این دما برای بیشتر مردم شهر به عنوان رکورد شناخته شده بود. یک حس درونی می گفت که این رکورد هم زمانی شکسته می شود. تا چه زمان این رکورد به همین صورت باقی خواهد ماند؟ رکورد جدید چه مقداری خواهد بود ؟ چه کسی خواهد دانست؟

سوالاتی همچون این ذهن چاندلر [1] را بر می آشفت و مشغول می کرد به همین دلیل وی را بر آن می داشت تا این موضوع را در یک قالب ریاضی پیاده کند و نظریه ای جدید را به آن اختصاص بدهد. این نظریه در رابطه با دنباله ای از متغیر های تصادفی و مستقل از هم بود که بعد از وی نیز ادامه داده شد و تکمیل تر شد. قبل از سال ۱۹۵۷ به هر حال مردم در مورد آب و هوا و رکورد های مربوط به آن با هم حرف می زدند و شرط بندی هایی نیز صورت می گرفت. تا این زمان مردم برای مدل بندی و توسیع این پدیده ی تصادفی فرو گذاری کرده بودند ولی از آن تاریخ به بعد بحث به گونه ای دیگر بود. به طور عالی و جدی چاندلر بحث مقادیر رکورد را شروع کرد ولی از توسیع و بسط قسمت های ظریف تر خودداری نمود به گونه ای که کارهای وی تنها به صورت ماده ی اولیه ی محققان دیگر در آمد. ۲۱ سال بعد از مقدمه ای که چاندلر بر این مبحث نهاد طیف وسیعی از تحقیقات و کارهای دیگر در این مورد انجام شد و نتایج جالبی هم بدست آمد. نتیجه ی اصلی را رسنیک [2] و شروک [3] در سال ۱۹۷۳ هنگامی که نظریه ی مجانبی رکورد ها را تکمیل می کردند، ارائه دادند. به طبع در این هنگام یک دیدگاه جدید در رابطه با مقادیر رکورد به وجود آمد. در ادامه ی آن، حالت تعمیم یافته ی مقادیر رکورد یعنی رکورد دنباله های غیر مستقل و غیر هم توزیع مورد توجه قرار گرفت. به هر حال ایده و تئوری رکوردها توسط گروهی کم تعداد ولی با

۱. Chandler
۲. Resnik
۳. Shorrock

استعداد های بالا کم کم تکمیل شد. چاندلر، بنیان آن را نهاد، استوارت[۱] (۱۹۵٤) سعی کرد برای آن کاربرد هایی در استنباط آماری پیدا کند، بارتون[۲] و مالوس [۳]و دیوید[٤] روی خصلت ترکیبی دنباله های رکورد کار کردند. دواس[٥] ثابت کرد که توابع نشانگر رکوردی از هم مستقل می باشند. راینی [٦] چند قضیه ی حدی را در مورد رکورد ها ارائه نمود، به دنبال آن بررسی حدی مبحث رکورد ها در کارهای تاتا[۷]، گالامبوس[۸] گلدی[۹] شروک ادامه یافت و تکمیل شد. مقدمات و مفاهیم کلی را می توانید در مقاله ی گلیک[۱۰] (۱۹۷۸) و مقالات در خور توجه ی نوزارف[۱۱] (۱۹۸۷)، ناگاراجا[۱۲] (۱۹۸۸) ، نوزارف و بالاکریشنان[۱۳] (۱۹۹۸)، یافت. همچنین احسان الله[۱٤] در مقاله ای تحت عنوان «آماره های رکوردی و کاربردهایشان»[15] در سال ۱۹۹۵ مفاهیم اصلی رکورد ها را در بخش های مختلف تحت پوشش قرار داده است. در حال حاضر تئوری رکورد ها در مباحث مختلف آماری از براورد پارامترها گرفته تا نظریه صف و ... رخنه کرده است و کاربرد دارد. همچنین در عرصه های مختلفی مانند اقتصاد و تجارت، آب شناسی، هوا شناسی و ... کاربرد دارد. از کارهایی که اخیرا در زمینه ی برآورد پارامتر توزیع های مختلف انجام شده می توان به کار های احمدی [۱٦]و دوست پرست[۱۷] (۲۰۰۲)، احمدی و جعفری جوزانی[۱۸] و اریک مارچند[۱۹] و پارسیان[۲۰] (۲۰۰۹)، بکلیزی[۲۱] (۲۰۰۸)، احمدی ودوست پرست و پارسیان (۱۹۹٤)، اصغرزاده [۲۲](۲۰۰۲)، راقب (۲۰۰۲) اشاره کرد. همچنین احمدی و بالاکریشنان در سال (۲۰۰٤) در مقاله ای به بررسی براورد فاصله ای بر مبنای رکورد ها برای چندک ها پرداختند. حالتی را در نظر بگیرید که در یک مورد بخصوصی اطلاعات ما محدود به داده های بسیار بزرگ و کوچک است و میخواهیم در آن مورد

---

۱ Stuart
۲ Barton
۳ Mallows
٤ F. N. David
٥ Dwass
٦ Renyi
۷ TaTa
۸ Galambos
۹ Goldie
۱۰ Glick
۱۱ Nevzorov
۱۲ Nagaraja
۱۳ Balakrishnan
۱٤ Ahsanullah
۱٥ "Breaking records and breaking boards"
۱٦ Jafar Ahmadi
۱۷ M. Doostparast
۱۸ M. J. Jozani
۱۹ Eric Marchand
۲۰ Ahmad Parsian
۲۱ Ayman Baklizi
۲۲ A. Asgharzadeh

(مثلا برآورد یک پارامتر) بر مبنای این داده ها استنباط آماری انجام دهیم. در عمل این حالت بسیار پیش می آید، کارمند بورسی را در نظر بگیرید که وظیفه ی وی خرید و فروش سهام برای کارگزاری بخصوصی است. در هر لحظه تنها اطلاعات وی شامل قیمت پایه و رکورد قیمت شکسته شده است. به عبارت دیگر قیمت های میانی برای وی اهمیت چندانی ندارد. و یا در مبحث داروسازی برای بررسی سطح تاثیر دارو و یا یک سم بخصوص، از پارامتری با نام میزان تاثیرگذاری[۱] که عبارت است از کمترین و بیشترین میزان تاثیر دارو در یک نمونه ی بخصوص از بیماران (مثلا تاثیر یک دارو بر فشار خون) استفاده می شود همواره موثر بودن یا نبودن دارو توسط این پارامتر تعیین می گردد (به وسیله ی آزمون آماری). و یا حالتی را در نظر بگیرید که اقتصاددانی خواهان پیش بینی میزان تورم برای سال آینده بر مبنای کمترین و بیشتربن میزان تورم در ده سال اخیر باشد. **ای**نجاست که بزرگترین وکوچکترین مقدار از رکورد[۲] بالا و یا هرتابع مناسبی از این کوردها اهمیت خاصی پیدا می کند. در این پایان نامه سعی می کنیم به وسیله ی توابعی مناسب، از بزرگترین وکوچکترین رکورد های بالا، به استنباط های مختلفی در رابطه با پارامتر مجهول از توزیع نمایی بپردازیم. بدین منظور کلیه ی استنباط ها را در دو حالت کلی انجام داده ایم

الف) حالتی که فقط یک نمونه ی تصادفی در دست داریم

ب) حالتی که m نمونه ی تصادفی مستقل از هم در اختیار داریم.

در حالت اول یکی از ساده ترین توابعی که به نظر می رسد برد از رکورد ها ی بالا است بنابراین بر مبنای این آماره که آنرا با $R_{U.R}$ [۳] نمایش می دهیم، سعی می کنیم در مورد پارامتر مورد نظر استنباط انجام دهیم. در حالت دوم سعی کرده ایم از همه ی اطلاعات بدست آمده از m نمونه استفاده کنیم بنابراین با کمک مفهوم بسندگی، آماره ی برد مرکب را به صورت جمع m برد بدست آمده از m نمونه ی موجود تعریف می کنیم، و بر مبنای آن به استنباط می پردازیم. به همین دلیل در فصل دوم بر مبنای دو آماره ی فوق سعی کرده ایم برآورد های نقطه ای مناسبی من جمله برآورد های درستنمایی ماگزیمم، برآوردگشتاوری و برآوردهای با کمترین میزان مخاطره همچنین برآورد درستنمایی تعمیم یافته و برآوردهای بیزی را برای پارامتر مجهول توزیع نمایی بدست آوریم. در قسمت های مربوط به روش های بیزی سعی کرده ایم توزیع پیشین را متعلق به خانواده ی مزدوج انتخاب نماییم. همچنین برآورد های بیزی و کمترین میزان مخاطره را تحت دو تابع زیان درجه ی دوم خطا و توان دوم خطای وزنی بدست آورده ایم. همچنین در فصل سوم برآورد های فاصله ای را

[۱] Effectiveness level
[۲] Record value
[۳] Range from Upper Records

برمبنای آماره های ذکرشده، مورد بررسی قرار داده ایم. برآورد های این فصل عبارت اند از برآوردهای فاصله ای با دم های برابر، برآورد فاصله ای با کمترین طول، برآورد های فاصله ای بیزی (باورمندی) با دم های برابر، برآورد فاصله ای با بالاترین تابع چگالی پسین (HPD[1]). در فصل چهارم فرض های یک طرفه و دو طرفه را برای پارامتر مجهول توزیع نمایی بر مبنای پرتوانترین آزمون یکنواخت و آزمون درستنمایی ماگزیمم تحت آماره های برد و برد مرکب انجام داده ایم. در فصل پنجم گام را فراتر نهاده و سعی کرده ایم که این گونه استنباط ها را برای خانواده ی کلی تری از چگالی ها یعنی گونه ای از خانواده ی نمایی، بر مبنای آماره ی جدیدی (با نام آماره ی برد تعمیم یافته) انجام دهیم. سعی شده است برآورد های درستنمایی ماگزیمم و بیزی در حالت کلی برمبنای این آماره برای خانواده ی فوق بدست آورده شود. به علاوه آزمون فرض ها و فواصل اطمینان را نیز بر مبنای این آماره برای این خانواده مورد بحث قرار داده ایم.

[1] Highest Posterior Density

فصل اول

معرفی استنباط بر مبنای رکوردها و توزیع نمایی

۱-۱ توزیع نمایی و کاربرد های آن

در نظریه آمار و احتمال توزیع های نمایی (یا به عبارت دیگر توزیع های نمایی منفی) مشخص کننده ی خانواده ای از توزیع های پیوسته هستند، که فاصله ی زمانی بین دو اتفاق در فرایند پواسن همواره از این توزیع پیروی می کند. باید توجه داشت که توزیع نمایی را نباید با خانواده ی نمایی که طیف وسیعی از توزیع ها را شامل می شود، اشتباه گرفت .

۱ـ۱ـ۱ تابع چگالي احتمال

گوییم متغیر X دارای توزیع نمایی با پارامتر λ است هرگاه تابع چگالی ان به صورت زیر باشد

$$f_X(x;\lambda) = \lambda \exp(-\lambda x) \quad \lambda > ۰, \; x \geq ۰.$$

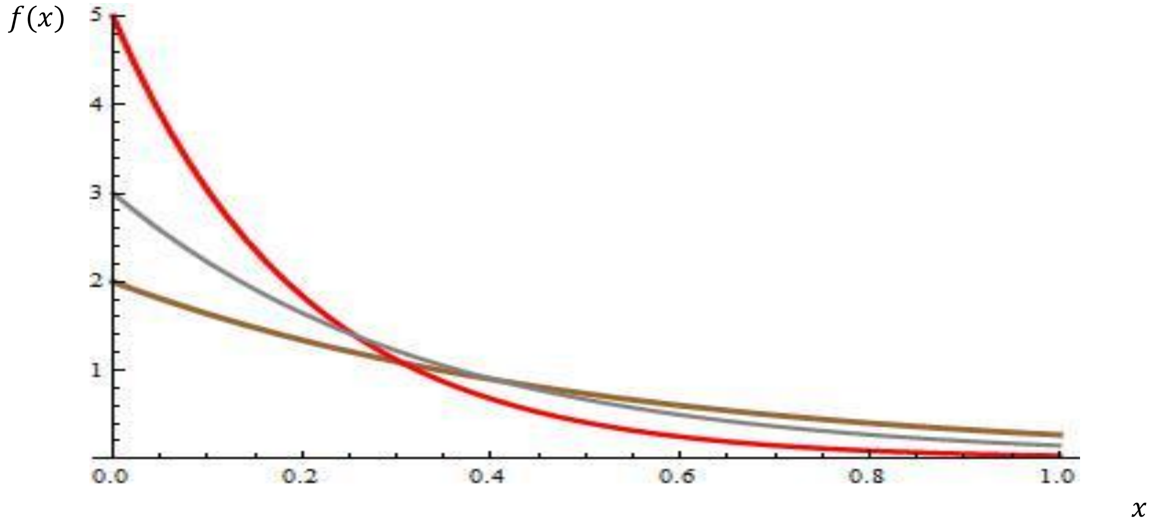
و در برخی از منابع تابع چگالی متغیر تصادفی نمایی را به صورت

$$f_X(x;\lambda) = \frac{۱}{\beta} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) \quad \beta > ۰, \; x \geq ۰$$

معرفی کرده و به صورت $X \sim \exp(\beta)$ نمایش می دهند. که در این حالت β پارامتر مقیاس توزیع نمایی است. اغلب آمار دانان این گونه نمایش را به عنوان حالت استاندارد در نظر می گیرند . در این گونه نمایش β یک پارامتر بقا می باشد بدین معنی که اگر X را طول زمان بقای یک سیستم زیستی و یا مکانیکی یا ... در نظر بگیریم، آنگاه میانگین این مدت زمان بقا برابر با β خواهد بود زیرا

$$X \sim \exp\left(\frac{۱}{\beta}\right) \Rightarrow E[X] = \int_{۰}^{+\infty} \frac{۱}{\beta} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) dx = \beta.$$

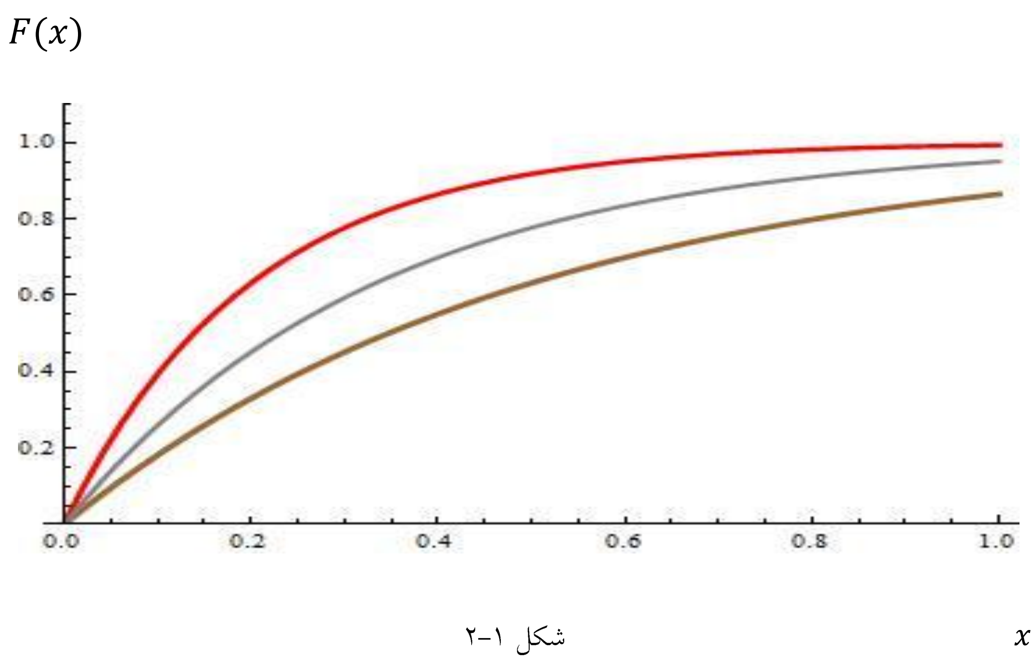
شکل (۱-۱) تابع چگالی متغیر نمایی را به ازای $\lambda = ۲, ۳, ۵$ نمایش می دهد



شکل ۱-۱

۱-۱-۲ تابع توزیع تجمعي

با توجه به تعریف تابع چگالی احتمالی می توان تابع توزیع تجمعی را برای متغیر تصادفی X به صورت زیر بدست آورد.



شکل ۱-۲