بسم الله الرحمن الرحيم

۱۳۸۰ /۱۰/ ۱۱

دانشگاه مازندران

دانشکده علوم پایه

موضوع:

ساختارهای ترکیبیاتی برای کدهای متعامد نوری

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

رشته ریاضی کاربردی

اساتید راهنما:

دکتر دوستعلی مژده

دکتر معصومه نصیری کناری

نگارش:

سید علی جعفری کناری

مهر ۱۳۸۰

«بسمه تعالی»

دانشگاه مازندران
معاونت آموزشی
تحصیلات تکمیلی

«ارزشیابی پایان‌نامه در جلسه دفاعیه»

دانشکده علوم پایه

نام و نام‌خانوادگی : سیدعلی جعفری کناری شمارهٔ دانشجوئی : ۷۷۵۲۴۷۷۰۱

رشته تحصیلی : ریاضی کاربردی مقطع : کارشناسی ارشد سال تحصیلی : ۸۱-۸۰

عنوان پایان‌نامه: ساختارهای ترکیباتی برای کدهای متعامد نوری

تاریخ دفاع: شنبه ۸۰/۷/۷

نمره پایان‌نامه (به عدد) : ۱۹/۲۵

نمره پایان‌نامه (به حروف) : نوزده و بیست و پنج صدم

هیأت داوران

استاد راهنما : آقای دکتر دوستعلی مژده امضاء

استاد راهنما : خانم دکتر معصومه نصیری کناری امضاء

استاد مدعو : آقای دکتر حسن حسین‌زاده امضاء

استاد مدعو : آقای دکتر عباداله محمودیان امضاء

نماینده تحصیلات تکمیلی: آقای دکتر قاسم علیزاده امضاء

سپاسگزاری

سپاس بیکران شایسته خداوند بزرگ است که توفیق آموختن عطا فرمود و درود فراوان به بندگان صالحش که همت خود را در صرف انجام این تکلیف الهی می‌نمایند. لازم می‌دانم از کلیه عزیزانی که در امر تدوین این پایان نامه اینجانب را یاری نمودند، تشکر نمایم.

از اساتید گرانقدر راهنما، جناب آقای دکتر دوستعلی مژده و سرکار خانم دکتر معصومه نصیری کناری، که با حوصله فراوان به راهنمایی اینجانب اهتمام ورزیدند و نیز بخاطر زحمات و راهنمائی‌هایشان تشکر می‌نمایم.

از اساتید محترم داور، جناب آقای دکتر سید عبادا.. محمودیان که قبول زحمت فرموده‌اند و آقای دکترحسن حسین زاده تشکر و قدردانی می‌گردد.

همچنین از آقای دکتر علیزاده ریاست محترم دانشکده علوم پایه و نماینده تحصیلات تکمیلی نیز سپاس‌گذاری نموده و نیز از کلیه اساتید محترم گروه ریاضی و کارکنان دانشگاه تشکر و قدردانی می‌گردد.

همچنین در خاتمه از دوستان و همکارانم در دانشکده فنی مهندسی صنعت نفت محمودآباد که با نظرات سازنده خود بر سرعت انجام کار افزودند، و در نهایت، خانواده‌ام که با صبوری و فداکاری محیط و فضای مناسب را برای این‌کار فراهم آوردند، تشکر و قدردانی می‌نمایم.

تقدیم به:

عزیزی که تجدید دیدارش، همواره در دلم باقیست

(شادروان پدرم)

و

مادر دلسوز و فداکار

و

همسر صبور و مهربان

و

فرزند دلبندم

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فهرست مطالب

عنوان | صفحه

چکیده:

یک کد متعامد نوری $(v,k,\lambda_a,\lambda_C)$، l، خانواده‌ای از دنباله های صفر و یک به طول v و وزن k است که دارای خواص همبستگی زیر

الف) $\sum_{t=0}^{v-1} x_t x_{t+i} \le \lambda_a$ برای تمام مقادیر $x=(x_0,x_1,\ldots,x_{v-1})$ عضو l و کلیه اعداد صحیح غیر صفر $0<i<v$.

ب) $\sum_{t=0}^{v-1} x_t y_{t+i} \le \lambda_c$ برای تمام مقادیر $x=(x_0,x_1,\ldots,x_{v-1})$ و $y=(y_0,y_1,\ldots,y_{v-1})$ عضو l ($x \ne y$) و کلیه مقادیر صحیح باشند، به طوری‌که زیرنویس‌ها درهنگ v محاسبه می‌شود.

مطالعه کدهای متعامد نوری با مطرح شدن سیستم‌های مخابراتی دسترسی چندگانه $CDMA$ نوری مورد توجه زیادی قرارگرفته است. در این پایان نامه، بعد از مطالعه و بررسی روشهای قبلی ساخت کدهای متعامد نوری با وزن بزرگتر از ۴ و خاصیت همبستگی $\lambda_a=\lambda_C=1$، روشهای جدیدی برای ساخت کدهای متعامد با وزن ۴ و ۵ پیشنهاد می‌نمائیم.

پیشگفتار

مسئله دسترسی چندگانه از مسائل بسیار مهم هرسیستم مخابراتی اعم از رادیویی و نوری است. به طورکلی تکنیک‌های دسترسی چندگانه به سه روش *FDMA*، *TDMA*، *CDMA* تقسیم می‌گردند. درروش *FDMA*،که قدیمی‌ترین روش دسترسی چندگانه است، کل باند فرکانسی اختصاصی به زیر باندهایی تقسیم می‌شود، سپس به هرکاربر سیستم، یک زیر باند اختصاص داده می شود. به عبارتی در اینجا تفکیک کاربران سیستم درحوزه فرکانس صورت می‌گیرد.

در روش *TDMA*، بازه زمانی به زیر بازه‌هایی به نام *Slot* تقسیم گردیده ، به هر کاربر یک *Slot* اختصاص داده می‌شود که کاربر صرفاً درآن *Slot* زمانی می‌تواند به ارسال اطلاعات خویش بپردازد. به عبارتی دیگر دراین روش تفکیک کاربران سیستم درحوزه زمان صورت می گیرد.

تکنیک *CDMA*، تکنیک جدید چند کاربره است که برای نسل سوم مخابرات سیار(موبایل) پیشنهاد شده است. دراین شیوه همه کاربران درهمه زمانها وهمه باند فرکانسی می توانند به ارسال اطلاعات بپردازند، درواقع تفکیک کاربران درحوزه کد صورت می‌گیرد. بدین ترتیب که از تعدادی کدهای شبه تصادفی تقریباً متعامد به نام کدهای امضاء استفاده می‌شود. به هر کاربر یک کد اختصاص داده می‌شود که کاربر با استفاده از آن می‌تواند به ارسال اطلاعات خویش بپردازد. بدلیل خواص مناسب خودهمبستگی و همبستگیِ متقابل بین کدهای امضاء، گیرنده می‌تواند سیگنال کاربر مورد نظر خویش را به سادگی ازمیان سیگنالهای کاربران فعال سیستم تفکیک نموده و اطلاعات را استخراج نماید. به کارگیری تکنیک *CDMA*، جهت تفکیک کاربران یک سیستم مخابراتی، ابتدا برای سیستم‌های رادیویی مطرح شده بود. کاربرد آن درسیستم های نوری دراواسط دهه ۱۹۸۰ با معرفی کدهای متعامد نوری توسط دکتر صالحی [31] در آزمایشگاه تحقیقاتی *Bell* مورد توجه قرارگرفته است. ازآن جائی‌که درسیستم‌های نوری عمدتاً ازمدولاسیون شدت نور بهره جسته می‌شود، کدهای امضاء به کار رفته در سیستم‌های *CDMA*نوری تفاوت اساسی باکدهای یک سیستم *CDMA*رادیویی دارد. در سیستم‌های رادیویی مولفه‌های کد، متعلق به مجموعه $\{-1,+1\}$

می‌باشد، درحالیکه در سیستم نوری مقادیر مولفه‌های کد صرفاً می‌تواند صفر یا یک باشد. در اینجا کدهای امضاء به طول v مجموعه‌ای از دنباله صفر و یک به طول v است که دارای خواص خودهمبستگی و همبستگیِ متقابل مناسب می‌باشند. یک کد متعامد نوری با چهار پارامتر v، k، λ_a و λ_c مشخص می‌گردد که v طول دنباله، k وزن دنباله (تعداد ۱های دنباله)، λ_a و λ_c به ترتیب حداکثر مقدار خودهمبستگی غیر همفاز و همبستگیِ متقابل می‌باشد. جهت سهولت همزمان‌سازی گیرنده با فرستنده لازم است λ_a دارای حداقل مقدار ممکن، و جهت کاهش تداخل بین کاربران فعال لازم است λ_c دارای حداقل مقدار ممکن باشد. لازم به تذکر است که حداقل مقدار برای λ_a و λ_c برابر ۱ است. باتوجه به نقشی که کدهای امضاء درساختار یک سیستم مخابراتی $CDMA$ دارد، بعد از مطرح شدن $CDMA$ نوری وکدهای متعامدنوری به عنوان کدهای امضاء نوری ، تحقیقات بسیارگسترده‌ای توسط محققین ریاضی ومهندسی برق(مخابرات) جهت طراحی کدهای‌نوری صورت گرفته و درحال انجام است. دراین رساله به بررسی و طراحی کدهای متعامد نوری می‌پردازیم.

ازآنجائی‌که کدهای متعامدنوری دارای ساختارهای ترکیبیاتی قوی بوده و به خصوص طراحی آنها به طرحهای بلوکی وابسته است، این پایان نامه را با معرفی طرحهای بلوکی آغاز می‌کنیم و نشان می‌دهیم که طراحی یک کد متعامدنوری بهینه معادل طراحی یک CP بهین می‌باشد، و این یعنی حرکت از فضای کدهای متعامد نوری به فضای طرحهای بلوکی.

پایان نامه شامل۴ فصل است. فصل اول اختصاص به تعاریف، قضایای مقدماتی و ارائه ارتباط بین کدهای متعامدنوری با طرحهای بلوکی دارد. فصل دوم به ساختارهای بازگشتی اختصاص دارد که با استفاده ازآن قضایای وجودی برای تعدادی از CPهای بهین مطرح می‌گردد. در فصل سوم به ساختارهای تعمیم یافته پرداخته و چند ساختار بازگشتی با استفاده از g-منتظم $CP(K,1;v)$ را معرفی می‌نمائیم. سپس طرحهای تودرتو مطرح می‌شود. در فصل چهارم طرحهای بلوکی جدید را پیشنهاد داده و در این راستا قضایائی مطرح می‌گردد. در پایان جمع‌بندی مطالب و پیشنهادها ارائه گردیده است

فصل اول

تعریف‌ها و قضیه‌های مقدماتی

۱- مقدمه

۲- طرحهای بلوکی

۳- روشهای تفاضلات

۴- g - منتظم ها

۵- کدهای متعامد نوری (OOC)

۱-۱ مقدمه

کدهای متعامد نوری دقیقاً به ساختارهای ترکیبیاتی، به‌خصوص طرحهای بلوکی وابسته‌اند. لذا جهت بررسی و ساخت آنها نیازمند تحقیق و شناخت هر چه بیشتر طرحهای بلوکی هستیم. بدین جهت قصد آن داریم که در این فصل ابتدا یک ۲-طرح بلوکی متعادل را تعریف، سپس حالت خاص‌تری از آن معروف به طرح بلوکی متعادل غیر کامل را بررسی نمائیم، سپس تعریف‌ها و قضیه‌های مورد نیاز برای فصول بعد را در اینجا ارائه نمائیم و نهایتاً به ارائه تعریفها و قضیه‌هائی می‌پردازیم که ارتباط بین دسته خاصی از طرح بلوکی متعادل غیر کامل و کدهای متعامد نوری را ممکن می‌سازد. به طور کلی می‌توان گفت ، هدف از ارائه این فصل، معرفی مقدماتی است که در فصول بعد مورد نیاز است. بدین منظور فصل حاضر به پنج بخش تقسیم شده که رئوس مطالب آن به صورت زیر است. بخش دوم به تعریف‌ها و قضیه‌های مقدماتی در خصوص انواع طرحهای بلوکی و رابطه میان آنها اختصاص دارد. بخش سوم به روشهای تفاضلات و ارتباط آنها با طرحهای بلوکی و همچنین معرفی ماتریس تفاضلات و قضیه‌های مربوطه اختصاص دارد. بخش چهارم به دسته بندی طرحهای بلوکی به‌عنوان g-منتظم می‌پردازد که در فصل بعدی به کمک آنها ساختارهای جدیدی از طرحها را ارائه می‌کنیم. و نهایتاً بخش پنجم به معرفی کدهای متعامد نوری (OOC) و رابطه آن با طرحهای بلوکی می‌پردازد.

۱-۲ طرحهای بلوکی

مطالعه مدرن طرحهای بلوکی با انتشار یک مقاله به‌وسیله $F. Yates$ در سال۱۹۳۶ آغاز شده است. در آن مقاله گردایه‌ای از زیر مجموعه‌های یک مجموعه با مشخصات تعادلی معین در نظر گرفته شده بود. یکی از مثالهای ارائه شده به صورت زیر است.

$$\{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,e\}, \{a,d,f\}, \{a,e,f\},$$
$$\{b,c,f\}, \{b,d,e\}, \{b,e,f\}, \{c,d,e\}, \{c,d,f\}$$

دراینجا ۱۰ زیر مجموعه (بلوکها) از یک مجموعه ۶-عنصری $\{a,b,c,d,e,f\}$ وجود دارند به طوری که:

۱- هر بلوک شامل تعداد عناصر برابر است.

۲- هر زوج از عناصر در بلوکها به دفعات مساوی ظاهر می‌شوند.

۱-۲-۱ (تعریف) فرض کنید K مجموعه‌ای از اعداد صحیح مثبت نا کمتر از ۲ باشد. یک ۲-طرح متعادل[1] (PBD)که بطور خلاصه با $B(K,\lambda;v)$ نشان داده می‌شود، عبارت است ازگردایه‌ای از زیر مجموعه‌ها به نام بلوکها، از یک مجموعه v-عضوی بنام V که در دو شرط زیرصدق می‌کند.

۱- تعداد عناصر هر بلوک برابر یکی از اعداد مجموعه K است، که تمام اعداد این مجموعه کوچکتر از v می باشند.

۲- هر زوج نامرتب از عناصر مجموعه V دقیقاً در λ بلوک ظاهر می‌شوند[20].

تذکر : مفهوم ۲-طرح اشاره به "**هر زوج از عناصر**" در قسمت ۲ تعریف فوق دارد و مفهوم متعادل اشاره به این دارد که این خاصیت برای هر زوج از عناصر، دقیقاً λ مرتبه برقرار است.

۱-۲-۲(مثال)بلوکهای زیرتشکیل یک $B(\{2,3\},1;6)$ با مجموعه عناصر $V = \{1,2,\ldots,6\}$ می‌دهند.

$\{1,2,4\}, \{2,3,5\}, \{3,4,6\}, \{5,6,1\}, \{4,5\}, \{2,6\}, \{1,3\}$

[1] Pairwise balanced design (PBD)

تذکر) اگر $K=\{k\}$، آنگاه ۲-طرح متعادل $B(K,\lambda;v)$ به عنوان یک طرح بلوکی متعادل غیر کامل[1] $(BIBD)$ شناخته می‌شود. هر طرح بلوکی با چنین شرایطی اغلب به صورت (v,k,λ)-طرح یا $B(k,\lambda;v)$ نشان داده می‌شود.

۱-۲-۳ (مثال) بلوکهای زیر تشکیل یک $B(3,1;9)$ می‌دهند.

$$\{1,2,3\},\{1,4,7\},\{1,5,9\},\{1,6,8\},\{4,5,6\},\{2,5,8\},\{2,6,7\},\{2,4,9\},\{7,8,9\}$$
$$\{3,6,9\},\{3,5,7\},\{3,4,8\}$$

۱-۲-۴ (قضیه) اگر (v,k,λ)-طرح دارای b بلوک باشد که هر عنصر آن در r بلوک ظاهر می‌شود، آنگاه خواهیم داشت: [2]

$$I)\ \lambda(v-1)=r(k-1)$$
$$II)\ bk=rv$$

اثبات) عنصر x را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم در r بلوک ظاهر می‌شوند. در هر یک از این r بلوک x با $(k-1)$ عنصر دیگر تشکیل زوج می‌دهند. در نتیجه تعداد $r(k-1)$ زوج شامل x خواهیم داشت. از طرفی زوج x با هر یک از $(v-1)$ عنصر دیگر دقیقاً λ مرتبه تکرار می‌شود، بنابراین داریم:

$$\lambda(v-1)=r(k-1)$$

برای اثبات قسمت دوم می‌گوئیم، ازآنجائی‌که هر بلوک دارای k عضو است، لذا bk عنصر در بلوکها ظاهر می‌شوند و چون هر عنصر در r بلوک ظاهر می‌شود، بنابر این داریم:

$$bk=rv$$

تذکر) یک (v,k,λ)-طرح به صورت (v,b,r,k,λ)-طرح نیز نشان داده می‌شود.

در ۱-۲-۱(تعریف) هر زوج نامرتب از عناصر دقیقاً در λ بلوک ظاهر می‌شوند. حال اگر شرط فوق را به" **حد اکثر در λ بلوک**" تقلیل دهیم، طرح بلوکی جدیدی به دست می‌آید که پایه اصلی بحث ما در آینده خواهد بود و به صورت زیر تعریف می‌شود.

---

[1] balanced incomplete block design (BIBD)

۱-۲-۵ (تعریف) فرض کنید K مجموعه‌ای از اعداد صحیح مثبت نا کمتر از ۲ باشد. یک طرح دسته ای[۱] از مرتبه v و اندازه بلوک K و اندیس λ که به صورت $P(K,\lambda;v)$ نشان داده می‌شود، عبارت است از یک زوج $(V,\mathcal{B})$ که در آن V یک v-مجموعه و $\mathcal{B}$ یک اجتماع از زیر مجموعه‌های V (به نام بلوکها) است به طوری که:

۱- تعداد عناصر هر بلوک برابر یکی از اعداد مجموعه K است.

۲- هر زیر مجموعه دوتائی از V حد اکثر در λ بلوک $\mathcal{B}$ ظاهر می‌شود [40].

۱-۲-۶ (مثال) بلوکهای زیر تشکیل یک $P(3,1;9)$ می‌دهند.

$\{1,2,4\},\{2,3,5\},\{3,4,6\},\{4,5,7\},\{5,6,8\},\{6,7,9\},\{7,8,1\},\{8,9,2\},\{9,1,3\}$

با بررسی بلوکهای فوق مشاهده می‌شود که زوجهای $\{1,5\},\{1,6\},\{2,6\},\{2,7\},\{3,7\},\{3,8\}$، $\{4,8\},\{4,9\},\{5,9\}$، در آنها ظاهر نشده و زوج های دیگر نیز بیشتر از یکبار در بلوکها ظاهر نشده‌اند. بنابر این شرط "**حد اکثر در λ بلوک**" برقرار است.

تذکر) با توجه به تعریف و مثالهائی که تا کنون ارائه شده است، روشن است که هر $B(K,1;v)$ یک $P(K,1;v)$ نیز است ولی عکس آن ممکن است برقرار نباشد. در نتیجه با ارائه تعریف جدیدی از یک طرح توانستیم طیف بیشتری از طرحها را معرفی نمائیم.

۱-۲-۷ (تعریف) یک خودریختی روی $P(K,1;v)$ طرح $(V,\mathcal{B})$، یک دوسوئی Ψ از V به V است، به طوری که نگاشت القاء شده $\sigma:\mathcal{B}\to\mathcal{B}$ نیزدو سوئی باشد [40].

مجموعه تمام این نگاشتها تحت عمل ترکیب تشکیل یک گروه می‌دهند، که آن را گروه خودریختی از طرح می‌نامیم.

۱-۲-۸ (تعریف) اگر یک $P(K,1;v)$ طرح $(V,\mathcal{B})$، یک خودریختی Ψ را نتیجه دهد، آنگاه خودریختی Ψ، $\mathcal{B}$ را به کلاسهای هم ارزی افراز می‌کند که آنها را مدارهای[۲] $\mathcal{B}$ تحت Ψ می‌نامیم.

---

[۱] packing design
[۲] orbit