

## چکیده

در این پایان نامه مدولاسیون دامنه امواج شبکه غبار که در یک بلور پلاسمای غبار آلود سه بعدی  $bcc$  انتشار می یابند، با استفاده از تقریب پیوستگی بررسی شده است.

یک بلور پلاسمای غبار آلود با دانه های غباری، با جرم و بار الکتریکی ثابت در نظر گرفته می شود. رابطه پاشندگی و سرعت گروه برای امواج شبکه غبار طولی منتشر شده در بلور را به دست می آوریم. سپس با استفاده از روش اختلال کاهنده در می یابیم که معادله حاکم بر دامنه اولین هارمونیک جابجایی از معادله شرودینگر غیر خطی پیروی می کند.

**لغات کلیدی:** امواج شبکه غبار، بلور پلاسمای غبار آلود سه بعدی  $bcc$ ، پلاسمای غبار آلود، پلاسمای، معادله شرودینگر غیر خطی

فهرست

عنوان

صفحه

فصل اوّل: بلور پلاسمای غبارآلود سه بعدی

1

1-1 مقدمه

2

2-1 پلاسما

3

3-1 پلاسمای غبارآلود

3

4-1 تبلور پلاسمای غبار آلود

4

5-1 معرفی انواع ساختارهای بلوری

7

6-1 روش های آزمایشگاهی تشکیل و مشاهده

بلورها

11

1-6-1 مثالی آزمایشگاهی برای تشکیل شبکه

11

های بلوری

2-6-1 تاثیر افزایش قدرت

14

7-1 هم زیستی ساختارها

14

فصل دو □ م: سالیتون ها

16

1-2 مقدمه

17

2-2 سالیتون

17

3-2 انواع سالیتون ها

18

4-2 خواص سالیتون ها

21

5-2 برخی از معادلاتی که جواب سالیتمونی دارند

22

6-2 حل معادله غیرخطی شرودینگر (NLS)

23

7-2 شرط پایداری پاسخ معادله غیرخطی

شرودینگر (25) (NLS)

فصل سوم: رفتار غیر خطی موج طولی در شبکه سه

بعدی بلور

پلاسمای غبار آلود

26

1-3 مقدمه

27

2-3 تحلیل شبکه

28

3-3 انتشار موج طولی خطی در امتداد محور

ها در شبکه سه بعدی 31

4-3 رفتار غیر خطی موج طولی در شبکه سه بعدی

بلور پلاسمای غبار آلود 33

5-3 تقریب پیوستار

38

6-3 مدولاسیون دامنه و بدست آوردن معادله

شرودینگر غیر خطی در شبکه 40

نتیجه گیری

46

مرجع ها

49

بلور پلاسمای غبارآلود سه بعدی

1-1 مقدمه

اگرچه در سال 1934 میلادی، ویگنر، اولین مدل بلوری را ارائه کرد، اما از مشاهده ساختارهای بلوری که توسط ذرات غبار باردار در یک پلاسمای غبارآلود شکل می‌گیرند، بیش از دو دهه نمی‌گذرد. برای اولین بار در سال 1986 میلادی، ایکزی به صورت تئوری امکان ایجاد بلورهای کولنی توسط ذرات غبار در یک پلاسمای غبارآلود را پیش‌بینی کرد [1]. از سال 1986 میلادی تا سال 1992 میلادی تلاش‌های فراوانی برای یافته‌های بیشتر صورت گرفت و نهایتاً هاماکوشی و فاروکی توانستند شکل‌گیری جامدهای کولنی را شبیه‌سازی کنند [2]. از سال 1992 تا 1994 میلادی آزمایش‌های متعددی برای مشاهده بلورهایی که توسط ذرات غبار ساخته می‌شوند، انجام شد، در نهایت برای اولین بار، در سال 1994 میلادی، سه گروه به‌طور مجزا و در آزمایش‌هایی کاملاً متفاوت، مشاهدات تجربی خود را گزارش کردند [3-5]. از آن به بعد تا کنون مقالات زیادی در رابطه با مشاهدات آزمایشگاهی و شبیه‌سازی کامپیوتری صورت گرفته است، ولی کارهای تئوری در این رابطه بسیار اندک می‌

باشند. امروزه این بلورها کاربرد وسیعی در صنعت یافته اند، برای مثال می توان از آنها برای ساخت صفحه های نمایش استفاده کرد. به علت تولید آسان، زمان و اهلش کوتاه، رویت آسان، زمان به تعادل رسیدن کوتاه، تشخیص آسان و کنترل راحت تر می توان از این نوع بلورها، به عنوان مدلی برای بررسی معایب، انتشار امواج، ناپایداری های مختلف، گذار فاز و... در بلورهای واقعی بهره گرفت. همچنین می توان از آن ها به عنوان مدلی برای نانو بلور هایی با تعداد محدودی از صفحات شبکه، استفاده کرد. در این فصل ابتدا تعریفی کلی از مفاهیم اولیه (پلازما، پلاسمای غبار آلود، بلور پلاسمای غبار آلود...) ارائه می دهیم، سپس انواع شبکه ها را معرفی کرده و به بررسی شرایط تشکیل آن ها می پردازیم.

## 2-1- پلازما

برای نخستین بار، در سال 1923 میلادی لانگموئیر هنگامی که روی پدیده تخلیه الکتریکی کار می کرد، ستون مثبت در لامپ تخلیه الکتریکی را که محتوی الکترون، یون و ذرات خنثی بود، پلازما نام نهاد. از آنجا که پلازما از گرم کردن گاز خنثی بدست می آید و از قوانین حاکم بر مایعات و گازها پیروی نمی کند، پلازما را حالت چهارم ماده نیز می نامند. گستره دمایی بزرگ ( ) و گستره وسیع تغییر چگالی ( ) از ویژگی های بارز پلازماست. در یک پلازما میانگین بار مثبت و بار منفی در حجم ماکروسکوپی و در زمان طولانی با یکدیگر برابر است و یا به عبارتی پلازما گازی، شبه خنثی است. از دیگر ویژگی های پلازما رفتار جمعی ذرات آن است. رفتار جمعی منشأ یکی از مهمترین ویژگی های پلازما است. وقتی پتانسیل الکتریکی در پلازما ایجاد شود، الکترونها و یون ها تحت تأثیر این

پتانسیل حرکت کرده و پوششی در مقابل آن ایجاد می کنند، وجود این حفاظ دیدن پتانسیل از فاصله دور را ناممکن می کند. این پوشش حفاظ دبی نامیده می شود. تحقیقات نشان می دهد که بیش از 99% جهان را پلاسما فرا گرفته است، برای مثال پلاسما را می توان در آزمایشگاهها، رعد و برق، لامپ تلویزیون، فضای بین سیارات، ستاره های دنباله دار و خارج از جو زمین یافت. به همین علت آگاهی از رفتار پلاسما، اهمیت ویژه ای یافته است.

### 3-1 پلاسمای غبارآلود

پلاسمایی که علاوه بر ذرات یونیزه و ذرات خنثی از تعداد زیادی ذرات سنگین تشکیل شده باشد، پلاسمای غبارآلود نامیده می شود. این نوع پلاسما برای اولین بار در سال 1980 میلادی، در فضا مشاهده شد. این ذرات سنگین که به ذرات غبار شهرت دارند، بسیار سنگین تر از ذرات باردار هستند و اندازه آن ها در محدوده نانومتر تا میکرومتر قرار می گیرد. جنس این ذرات در آزمایشگاه معمولاً از اکسید سیلیکن، اکسید تیتانیوم و کربن انتخاب می شوند، و در طبیعت از جنس یخ، کربن و فریت هستند. دانه های غبار اغلب به صورت منفی باردار می شوند و ممکن است بتوانند تا

الکترون نیز بار منفی دریافت کنند. پلاسمای غبارآلود در شرایطی که اختلال های خارجی وجود نداشته باشد، از لحاظ ماکروسکوپی خنثی است. پلاسمای غبارآلود به طور گسترده در حلقه های سیاره ای، محیط میان ستاره ای و دنباله ستاره دنباله دار موجود است. از این نوع پلاسما در تکنولوژی نیمه هادیها برای تولید میکروچیپ ها استفاده می شود. ذرات غباری که وارد محیط پلاسما می شوند نه تنها ترکیب الکترون و یون ها را تغییر می دهند بلکه بر مد های امواج نیز تاثیر می گذارند. بین دو دانه غبار در اثر باردار شدن انرژی پتانسیل الکتروستاتیک به صورت

(1-1)

پدید می آید و به انرژی پتانسیل برهم کنش دبی-هاکل و یا یوکاوا شهرت دارد. که در آن، بار الکتریکی روی هر دانه غبار، ، فاصله بین دو دانه غبار، ، ضریب گذردهی خلا و ، طول دبی است، و به شکل زیر بیان می شود

(2-1)

میانگین انرژی جنبشی ذرات غبار، به دما وابسته است، و به صورت زیر نشان داده می شود

(3-1)

که در آن ، ثابت بولتزمن و ، دمای ذرات می باشد.

#### 4-1 تبلور پلاسمای غبارآلود

در یک پلاسمای غبارآلود، تبلور، زمانی رخ می دهد که چگالی ذرات غبار در پلاسما به اندازه کافی زیاد باشد. در این حالت فاصله بین ذرات کوچکتر از طول دبی خواهد شد و ذرات انرژی جنبشی کمتری کسب می کنند، بنابراین انرژی برهم کنش الکترواستاتیک ذرات غبار برابر یا بزرگتر از انرژی گرمایی آن می شود. در پلاسما ایجاد این شرایط، به سختی امکان پذیر است، ولی در یک پلاسمای غبارآلود، به علت بار الکتریکی بزرگ روی ذرات غبار، پتانسیل برهم کنش کولمبی بزرگی ایجاد می شود. اگر انرژی برهم کنش الکترواستاتیک بسیار بزرگتر از انرژی گرمایی باشد، گذار فاز رخ می دهد، در این حالت سیستم از فاز سیال به فاز جامد گذار می کند، و یا به اصطلاح بلوری می شود. پارامتر جفت شدگی، عامل اصلی تعیین کننده شکل گیری بلورها توسط ذرات غبار است و به صورت نسبت انرژی پتانسیل الکترواستاتیکی به انرژی حرارتی یا جنبشی تعریف می شود. مقدار بحرانی این پارامتر 172 می باشد و تنها در صورتی که پارامتر جفت شدگی، بیشتر از مقدار بحرانی باشد، ذرات غبار تشکیل یک ساختار منظم می دهند. پارامتر جفت شدگی به صورت زیر نشان داده می شود

(4-1)

، پارامتری بدون بعد است. به طور کلی را در سه حالت بررسی می کنند حالت اول

اگر باشد، همان طور که از شکل پیداست دانه های غبار به طور منظم در کنار یکدیگر صف آرای می کنند و همانند اجزای تشکیل دهنده یک جسم جامد که ساختاری منظم دارند عمل می کنند.

شکل (1-1) : ساختار منظم دانه های غبار برای حالت دوم

در صورتی که باشد، چنانچه ملاحظه می کنید، دانه های غبار باردار به صورت تقریباً کاتوره ای در کنار هم قرار می گیرند و مانند اجزای تشکیل دهنده مایعات عمل می کنند.

شکل (2-1) : ساختار نامنظم دانه های غبار برای حالت سوم

اگر باشد دانه های غبار به صورت کاملاً کاتوره ای و نامنظم، مانند شکل (1-3) در پلاسمای غبارآلود حرکت می کنند، و در تشبیه همانند اجزای تشکیل دهنده گازها عمل می کنند در این حالت امکان تشکیل بلور به طور کلی از بین می رود.

شکل (3-1) : ساختار کاملاً نامنظم دانه های غبار برای

5-1 معرفی انواع ساختارهای بلوری معروف ترین ساختاری که توسط دانه های غبار در دو بعد شکل می گیرد، ساختاری است که دانه های غبار در گوشه ها و مرکز یک شش ضلعی منتظم



قرار گرفته و به ساختار شش گوشي ساده معروف است.

شکل (1-4) : بلور دو بعدي شش گوشي ساده

ساختارهاي مشاهده شده، در سه بعد، از تنوع بيشتري برخوردارند. اين ساختار ها بر اساس نام گذاري ساختارها در فيزيک حالت جامد، نام گذاري مي شوند. در ادامه به معرفي ساختارهاي مشاهده شده مي پردازيم.

الف) معروف ترين ساختاري که در سه بعد دانه هاي غبار به ايجاد آن تمايل دارند، همان طور که در شکل (1-5)، ملاحظه مي کنيد، ساختاري است که دانه هاي غبار در هشت گوشه و مرکز یک مکعب جايگيري مي کنند. اين ساختار همانند ساختار در فيزيک حالت جامد است [4].

شکل (1-5) : بلور سه بعدي

ب) ساختار غالب بعدي ساختاري است که دانه هاي غبار در هشت گوشه و مرکز وجوه مکعب قرار مي گيرند و به ساختار معروف است [4].

شکل (1-6) : بلور سه بعدي

پ) شکل (1-7) چهارده دانه غبار را نشان می دهد که در دوازده گوشه یک شش گوشه سه بعدی قرار می گیرند، دو دانه غبار نیز در مرکز دو قاعده این شش گوشه جایگیری می کنند، و به ساختار معروف است. این ساختار گونه ای از شش گوشه ساده بوده، و در اغلب موارد به همین نام شناخته می شود [4].

شکل (1-7): بلور سه بعدی

ت) ساختار بعدی از دو شبکه براوه ساده شش گوشه که در هم نفوذ کرده اند به دست می آید و به ساختار تنگ پکیده شش گوشه یا معروف است [9].

شکل (1-8): بلور سه بعدی

ث) ساختاری که در شکل (1-9) نشان داده شده است ساختاری است که در آن دانه های غبار ساختار به جای یک مکعب روی یک مکعب مستطیل صف آرایه کرده اند و به ساختار معروف است [6].

شکل (1-9): بلور سه بعدی

ج) در شکل (1-10) ساختاری نشان داده شده است که در آن دانه های غبار ساختار به جای شکل گیری روی مکعب روی یک مکعب مستطیل جایگیری کرده اند و به ساختار شهرت دارد [7].

شکل (10-1) : بلور سه بعدی

6-1 روش های آزمایشگاهی تشکیل و مشاهده بلورها  
معروف ترین روش هایی که ذرات غبار را به ایجاد یک ساختار منظم مجبور می کنند، عبارتند از  
1- استفاده از دام الکترواستاتیک متقارن و کنترل صریح قدرت .  
این روش جزء اولین و معروفترین آزمایشهایی بود که انجام شد [4 و 6 و 8 و 9].  
2- کنترل اندازه ذرات غبار [7].  
3- تخلیه تابشی (افروخته) .  
ساختارهای سه بعدی در نواحی شبه خنثی اولین بار تحت این آزمایش مشاهده شدند [10].

1-6-1 مثالی آزمایشگاهی برای تشکیل شبکه های بلوری

تصویری که در شکل (1-11) مشاهده می کنید نمای جانبی یک دستگاه ساز است، و یکی از معروفترین دستگاه های آزمایشگاهی تولید پلاسما است.

شکل (1-11) : نمای جانبی دستگاه ساز اجزای تشکیل دهنده این دستگاه عبارتند از:  
1- الکترودی تو خالی ، که به یک دستگاه ساز با فرکانس کوپل شده است. (از الکترو دی تو خالی به خاطر افزایش سطح آزاد سازی الکترون ها و ولتاژکشی کمتر استفاده می کنند).

2- الکترودی که به علت خطر برق گرفتگی به زمین متصل است و شیارهایی برای حبس ذرات غبار سنگین و بزرگ در آن تعبیه شده است.

3- پنجره ای شیشه ای نیز در بالای دستگاه، برای مشاهده بلورها توسط میکروسکوپ اپتیکی، نصب شده است.

برای تولید پلاسما در این سیستم از گاز آرگون با فشاری معادل استفاده می شود. در اثر برخورد الکترون های پر انرژی که از الکتروود تو خالی می آیند، گاز آرگون یونیزه شده و به تبدیل می شود. و الکترون های آزاد شده پلاسمای زمينه را تشکیل می دهند. ذرات غبار را از ترکیب سایلن و اکسیژن به دست می آورند، و این ترکیب اکسید سیلیکن را نتیجه می دهد. نسبت فشارهای پاره ای ذرات اولیه برای تولید ذرات غبار را همواره یک در نظر می گیرند، و فشار کل سیستم را در مرحله تولید پلاسما، زیر نگه می دارند. دمای الکترون ها و یون ها به ترتیب و است. در مرحله تولید، قدرت را روی تنظیم می کنند. برای افزایش راندمان تولید، میدان مغناطیسی محوری ( 100-50 ) را به سیستم اعمال کرده، و بعد از شکل گیری ذرات غبار در سیستم جریان گازهای واکنش پذیر به سیستم را قطع می کنند. میدان مغناطیسی نیز در این مرحله از سیستم حذف می شود. چنانچه قدرت را به حدود و فشار آرگون را به برسانیم، ذرات غبار با بار منفی و اندازه ای حدود در ساختارهای منظمی کنار یکدیگر قرار می گیرند. در آزمایشگاه، بلور پلاسمای غبار آلود معمولاً بالای الکتروود منفی، جایی که در آن نیروهای وارد بر ذرات غبار در امتداد قائم با هم به توازن می رسند، تشکیل می شود. نیروی جاذبه ذرات سنگین و بزرگ، بر نیروی ناشی از میدان الکتریکی، غلبه کرده، و این ذرات را در شیارهای مخصوص، ته نشین می کند. در این مرحله بنابر شرایط مختلف بلورهای نام برده شده در قسمت های الف تا ج تشکیل می شوند. برای مشاهده این

ساختارها همان طور که در شکل (1-11) مشاهده می کنید، از یک میکروسکوپ اپتیکی که بالای دستگاه سوار شده استفاده می کنند. این میکروسکوپ تصاویر ذرات روشن شده توسط لیزر را دریافت کرده، و توسط یک ثبت کننده ویدئویی دیجیتال، تصاویر، نشان داده می شوند. برای مثال شکل (1-12) نمایی بالایی ساختار منظمی از ذرات روشن شده به وسیله نور لیزر را نشان می دهد. اگر ارتفاع میکروسکوپ اپتیکی را به آهستگی تغییر دهیم می توان به وسیله مقایسه دقیق اختلاف ناچیز تصاویر ذراتی که در سطوح مختلف شبکه قرار دارند، نوع ساختار را مشخص کرد. با دقت در این ساختار می توان دریافت که ذرات همانند ساختار شش گوشه در کنار یکدیگر قرار گرفته اند.

شکل (1-12) : ساختار هگزاگونال ساده

در قدرت کم این ذرات به جز نوسانات کوچک حول موقعیت تعادل خود حرکت دیگری ندارند و همین نوسانات جزئی از محور عمودی بلور باعث جدایی سطوح شبکه در شکل بالا شده است. با تعدیل درست پارامترهای پلاسمای چیدمان ذرات تغییر می یابند، و ساختارهای دیگر نیز قابل مشاهده می باشند] 4 و 9].

### 1-6-2 تاثیر افزایش قدرت

با افزایش قدرت از ، به ، دامنه نوسان ذرات افزایش می یابد، و این نوسانات سبب جدایی هایی بزرگتر از آنچه در اولین حالت وجود داشت، می شوند و ساختارهای نامنظمی پدید می آورند. وقتی قدرت ، را به رساندیم دامنه نوسانات باز هم بزرگتر شده و به حالتی می رسیم که در اصطلاح به آن فاز مایع می گویند.

(a)

(b)

(c)

شکل (14-1) : تاثیر قدرت روی ساختار بلوري شبکه (, a) b,) c

### 7-1 هم زیستی ساختارها

در قدرت کم، می توانیم نواحی را بیابیم که در آن نواحی ساختارهای شبکه ای متفاوت در کنار هم صف آرایی کرده اند مانند آنچه در شکل (15-1) مشاهده می شود. در بالا و سمت چپ تصویر، ساختار و در پایین و سمت راست تصویر ساختار همزمان توسط ذرات غبار شکل گرفته اند [4]. در آزمایشگاه ساختار های بلوري خوب معمولاً وقتی پارامتر جفت شدگی از مرتبه است مشاهده می شوند. اگر در یک سیستم این ثابت، از این مقدار کمتر باشد ذرات ساختار های را تشکیل می دهند که از ساختار های منظم و تناوبی مورد انتظار ما پیروی نمی کنند.

شکل (15-1) : همزیستی ساختارهای بلوري

## فصل دوم سالیتون ها

### 1-2 مقدمه

مطالعه روی رفتار غیرخطی مواد و امواج از اوایل قرن نوزدهم متداول بوده است. بررسی امواج روی سطح آب و معرفی معادله غیرخطی کورته وگ و دی وریس ( )، از اولین مطالعات، روی رفتار غیرخطی امواج بوده است. اگرچه در اغلب محیط های فیزیکی نظیر سیالات، فیبرهای اپتیکی و ... امواج غیرخطی مطالعه می شوند، ولی بیشترین بررسی ها در پلاسما و پلاسمای غبارآلود، صورت گرفته است. در سال 1965 میلادی، زاباسکی و کراسکل، روی برخورد بسته موج های منفرد (سالیتون ها)، تحقیقات جالبی انجام دادند. آن ها دریافتند، وقتی این موج ها به یکدیگر برخورد می کنند، انرژی و سرعت اولیه آن ها تغییر نمی کند. در حالت کلی این بسته های موج در برهم کنش با یکدیگر مانند ذرات رفتار می کنند. علت نام گذاری آن ها به نام سالیتون نیز از این واقعیت سرچشمه می گیرد. امروزه سالیتون ها به واسطه خواص ویژه ای که دارند، در بسیاری از زمینه های علمی مورد توجه می باشند. بدین جهت در این فصل ابتدا به بررسی مفهوم سالیتون پرداخته، سپس سالیتون ها را دسته بندی کرده و به بحث در مورد انواع مختلف آن ها می پردازیم. حل معادله غیرخطی شرودینگر و ویژگی پاسخ این معادله را نیز بررسی خواهیم کرد.

### 2-2 سالیتون

از دیدگاه ریاضی سالیتون ها جواب هایی از معادلات دیفرانسیل غیرخطی با مشتقات جزئی

انتگرال پذیر هستند. هر سیستمی که با این معادلات قابل توصیف باشد، یک سیستم انتگرال پذیر یا کامل نامیده می شود. این سیستم ها بسیار نادر و استثنایی هستند. در طبیعت سالیتون ها به صورت برآمدگی های ثابت و موضعی در یک محیط غیرخطی توصیف می شوند، اما در طبیعت به علت وجود اصطکاک، فرسایش، نیرو های خارجی و ... سالیتون های واقعی وجود ندارند. بنابراین در سیستم های طبیعی با شبه سالیتون ها مواجه هستیم. از دیدگاه ذره ای سالیتون به صورت یک انرژی متناهی و متمرکز شده که نهایتاً موجودی غیرخطی است، توصیف می شود. در واقع سالیتون جواب خاصی از یک معادله موج غیرخطی است که در برخی شرایط خاص رخ می دهد. البته باید توجه داشت که تمام معادلات موج غیرخطی جواب سالیتونی ندارند. سرعت یک سالیتون به ارتفاع و پهنای آن وابسته است، هر چه ارتفاع یک سالیتون بلندتر و پهنای آن کم تر باشد، سرعت حرکت سالیتون بیشتر می شود. بنابراین سالیتون های با ارتفاع بلند، قادرند سالیتون های با ارتفاع کوتاه را جا بگذارند.

## 2-3 انواع سالیتون ها

هر سالیتون با توجه به شکلی که دارد، شناخته می شود. به طور کلی سالیتون ها را می توان به دو صورت زیر دسته بندی کرد.

### 1- سالیتون روشن

سالیتونی که برآمدگی دارد را سالیتون روشن می نامیم.

## شکل (2-1): سالیتون روشن

این نوع سالیتون ها در فیبرهای اپتیکی، سیستم های آکوستیکی و پلاسمایی و ... یافت می شوند. سالیتون های روشن کاربرد بسیار وسیعی در ارتباطات اپتیکی و فتونیک دارند.



## 2- سالیتون تاریک

اگر سالیتون به صورت یک فرورفتگی باشد، آن را سالیتون تاریک می‌نامیم. سالیتون‌های تاریک نیز به دو نوع سالیتون سیاه و سالیتون خاکستری تقسیم می‌شوند. سالیتون‌های سیاه، سالیتون‌هایی هستند که دامنه آن‌ها در مرکز دامنه اشان به صفر میل می‌کند.

### شکل (2-2): سالیتون سیاه

دامنه سالیتون‌های خاکستری همان طور که در شکل زیر نشان داده شده، در مرکزشان صفر نمی‌شود.

### شکل (2-3): سالیتون خاکستری

در این تصاویر، جابجایی یک ذره نسبت به زمان، وقتی که یک موج سالیتونی از آن عبور می‌کند، نشان داده شده است. سالیتون‌های تاریک نسبت به سالیتون‌های روشن بسیار کمیاب‌ترند و در چند سیستم محدود دیده شده‌اند. این نوع سالیتون‌ها از آن جهت تاریک نامیده می‌شوند که برای اولین بار در اپتیک غیرخطی، آنجایی که موج به صورت یک ناحیه تاریک منتشر می‌شود، دیده شدند. سالیتون‌ها به دو صورت پالسی و بسته‌ای منتشر می‌شوند، یعنی یا یک تک‌موج نقش سالیتون را دارد که همان صورت پالسی سالیتون است و یا اینکه پوش چندموج که شبیه به یک تک‌موج پالس‌مانند است، نقش سالیتون را بازی می‌کند، که همان حالت بسته‌ای سالیتون‌ها است. شکل‌های زیر انتشار بسته‌ای سالیتون روشن و سالیتون سیاه را نشان می‌دهند.

### شکل (2-4): انتشار بسته‌ای سالیتون روشن

شکل (2-5) : انتشار بسته ای سالیتون سیاه

#### 2-4 خواص سالیتون ها

سالیتون ها، دارای رفتاری ذره مانند هستند. این امواج قادرند مسافتی طولانی را بدون تغییر شکل حرکت کنند. با توجه به شرایط محیطی که این نوع امواج منتشر می شوند، سرعتشان نیز ثابت می ماند. بنابراین مهم ترین خواص سالیتون ها که آن ها را به موجوداتی منحصر به فرد تبدیل کرده است، خاصیت پایداری آن ها است. در حالت کلی به امواجی که سرعت و شکلشان با زمان تغییر نمی کند، امواج سولیتاری گفته می شود. خاصیت منحصر به فرد دیگر سالیتون ها، حفظ شکل و سرعت این نوع امواج، بعد از برخورد با سالیتون های دیگر است. دو سالیتون در حین برخورد با هم ترکیب شده و موجی با دامنه ای کوتاه تر از موج بزرگتر و دامنه ای بلندتر از موج کوچک تر ایجاد می کنند. وقتی سالیتون ها از یکدیگر عبور می کنند، شکل و سرعت اولیه خود را بدست می آورند، اما با یک جابجایی فاز مواجه می شوند، یعنی دو موج در همان موقعیت قبل از برخورد نیستند، ولی سرعت و شکل قبل از برخورد را حفظ کرده اند.

#### شکل (2-6) : برخورد دو سالیتون

اگر در یک محیط مادی بسته موجی انتشار یابد، به علت خاصیت پاشندگی محیط های مادی، این بسته موج با انتشار درون محیط، به امواج تشکیل دهنده آن پاشیده می شود، به طوری که هر موج با سرعت خاص خود حرکت می کند. بنابراین سرعت هر موج با دیگری متفاوت خواهد بود، و همه این امواج با سرعت برآیندی به نام سرعت گروه حرکت خواهند کرد. علت این امر آن است که

بسته موج، ترکیبی از تعدادی موج با فرکانس های متفاوت است. چون محیط پاشنده است، سرعت بخش های مختلف آن تابعی از فرکانس همان بخش است. در شرایط خاص، اثرهای پاشندگی محیط های مادی و غیرخطی مقابل یکدیگر قرار گرفته، به توازن می رسند. به عبارتی از توازن عامل پاشندگی و عامل غیرخطی، شکل و سرعت موج در طول دستگاه فضا و زمان حفظ خواهند شد. در این صورت موج پایدار است.

5-2 برخی از معادلاتی که جواب سالیتمونی دارند تعداد معادلاتی که دارای جواب سالیتمونی هستند، به بیش از چهار معادله می رسند. در این جا به ذکر چند مورد بسنده شده است.

جدول (1-2) : معادلات سالیتمونی

معادله صورت معادله جواب معادله  
Kdv

Modified kdv

Generalized kdv

NLS

از میان این معادلات، به حل معادله غیرخطی شرودینگر اکتفا می کنیم.

6-2 حل معادله غیر خطی شرودینگر  
فرم کلی معادله شرودینگر به صورت زیر است  
(1-2)

که یک معادله دیفرانسیل انتگرال پذیر است. از آنجایی که این معادله ساختاری شبیه به معادله شرودینگر در کوانتوم مکانیک دارد، آن را معادله غیرخطی شرودینگر می نامند. ( در اینجا، معادل پتانسیل در کوانتوم است). ، ترم غیرخطی و ، عامل پاشندگی نامیده می شود. این معادله نقش مهمی در تئوری انتشار بسته های موج در سیستم های فیزیکی پاشنده دارد. بسیاری از سیستم های غیرخطی، جواب هارمونیک زیر را دارند

(2-2)

که در آن دامنه به قدر کافی کوچک است. می خواهیم سیستمی را بررسی کنیم که حالت اصلی آن یک جواب هارمونیک خطی است و با وجود اینکه این اثرات خطی بسیار بزرگ هستند، اما از اثرات غیرخطی نیز نمی توان صرف نظر کرد. بسته موجی را در نظر بگیرید که فرکانس علاوه بر وابستگی به (محیط پاشنده) به دامنه نیز وابسته باشد (مدولاسیون دامنه) در این صورت است. تغییر و حول مقدار مرکزی را کند در نظر بگیرید. در این صورت چند جمله اول از بسط تیلور را حفظ می کنیم

(3-2)

با استفاده از تعاریف ، و و همچنین و خواهیم داشت

(4-2)

در دستگاه مختصات متحرک ، معادله (4-2) را می توان به صورت زیر نوشت

(5-2)

معادله دیفرانسیل (5-2) همان معادله دیفرانسیل غیر خطی شرودینگر است. این معادله دیفرانسیل انتگرال پذیر بوده و پاسخ سالیتمونی به صورت زیر دارد

(6-2)

که در آن است. و ثابت های اختیاری هستند. در واقع معادله بیانگر رفتار پوش موج است.