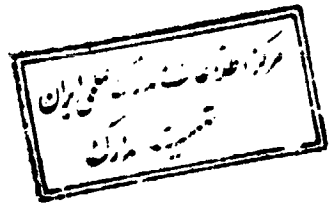


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

٢٤٧٩٥

۱۳۷۸ / ۷ / ۱۲



**دانشگاه علم و صنعت ایران**  
**دانشکده مکانیک**

روش CVBFEM در هندسه های پیچیده

امیر ذاکر شبیری

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد  
در رشته مهندسی مکانیک  
گرایش تبدیل انرژی

4073, 2

استاد راهنما: دکتر حسینعلی پور

پاییز ۱۳۷۷

۲۹۷۶۵

تقديم به:

پدر و مادر بزرگوارم

## چکیده

هدف از انجام این پروژه در ابتدا سعی در معرفی و رسیدن به اصل روش حجم کنترل برمبنای روش المان محدود (Control Volume Based Finite Element Method) و سپس ارائه یک الگوریتم برای حل یک مسئله انتقال حرارت رسانایی (conduction type problem) در یک هندسه پیچیده توسط این روش و پس از آن نیز ارائه برنامه‌ای جهت اجرا در رایانه برمبنای این الگوریتم می‌باشد. روش حجم کنترل برمبنای روش المان محدود یا اختصاراً CVBFEM روشی است که نسبت به روش المان محدود و روش حجم کنترل قدمت کمتری دارد و در واقع از آمیختن دو روش مذکور توسط مبانی ریاضی آنها بوجود آمده است. هدف از ایجاد این روش رسیدن به مزایای دو روش المان محدود و حجم کنترل و رفع معایب آنها می‌باشد. سازگاری و همچنین کارایی این روش به هنگام برخورد با هندسه‌های پیچیده مزیتی است که روش CVBFEM از روش المان محدود به ارث برده است و نیز اعمال قوانین بقا و سادگی محاسبات مزایایی هستند که این روش از روش حجم کنترل گرفته است. آمیختگی دو روش حجم کنترل و المان محدود در روش CVBFEM در واقع باعث رفع معایب این دو روش نیز شده است که از جمله آنها عدم اعمال قوانین بقا و پیچیدگی محاسبات در روش المان محدود و عدم سازگاری مناسب با هندسه‌های پیچیده و عدم دخالت همه نقاط مجاور یک المان در محاسبه گرمای ورودی به المان در روش حجم کنترل می‌باشد.

در قسمت اول این پروژه پس از بحث پیرامون مبانی ریاضی روش و رسیدن به الگوریتم این روش، مقایسه مختصر بین روش CVBFEM با روش حجم کنترل و المان محدود شده است. سپس به کمک برنامه رایانه‌ای نوشته شده برمبنای الگوریتم CVBFEM چند میدان دما که دارای جواب تحلیلی می‌باشند مانند استوانه و مستطیل بدست آمده است که نشان دهنده درستی الگوریتم و برنامه نوشته شده برمبنای آن است. پس از حل مسائل دارای جواب تئوری چند مسئله دارای میدانهای دمای پایدار ولی با هندسه پیچیده و شرایط مرزی پیچیده توسط برنامه رایانه‌ای حل شده است که نتایج این قسمت کاملاً منطقی به نظر می‌رسند. همچنین به عنوان مشاهده درستی الگوریتم در بدست آوردن میدانهای دمای ناپایدار قسمتی از نمودارهای

سرمایش و گرمایش Heisler بدست آمده است که تطبیق بسیار نزدیک این نمودارها با نمودارهای موجود در مراجع به خوبی کارایی روش CVBFEM و درستی الگوریتم و برنامه نوشته شده را در حالت ناپایدار نشان می دهد.

در قسمت دوم این پروژه به مسئله انتقال حرارت در مواد مرکب پرداخته شده است. مواد مرکب هر روزه هم از لحاظ تنوع و هم از لحاظ دامنه کاربرد گسترش بیشتری پیدامی کنند و همچنین به منظور رسیدن به ویژگیهای برتر مانند استحکام کششی بالاتر، کاهش وزن بیشتر و پایین تر بودن قیمت هر روز پیچیدگی بیشتری از لحاظ ساختاری پیدامی کنند. مواد مرکب در بسیاری موارد غیر ایزوتروپ هستند و این موضوع بررسی انتقال حرارت در آنها را مشکل می کند. برای مثال چنانچه در نظر باشد که در یک ماده مرکب که ایزوتروپ است ضریب انتقال حرارت را بدست آورد، دو مشکل وجود خواهد داشت. اول آنکه ایجاد شرایط واقعی در آزمایشگاه اغلب مشکل و پرهزینه است و دیگر آنکه چنانچه ماده مرکب مزبور در عمل وجود نداشته باشد و کار در مرحله طراحی ماده مرکب باشد این اجبار وجود دارد که به منظور رسیدن به خواص حرارتی مورد نظر توسط روش ساخت و سعی و خطا پیش رفت. در زمانی که ماده مرکب مورد نظر ایزوتروپ نیز نباشد، مشکلات ذکر شده چندین برابر خواهند بود. اما چنانچه بتوان توسط الگوریتم های عددی چگونگی انتقال حرارت در این مواد را پیش بینی کرد، نه تنها در هزینه ها و زمان صرفه جویی زیادی خواهد شد بلکه توانایی طراحی این مواد قبل از مرحله ساخت نیز بسیار گسترده تر می شود. از آنجایی که روش CVBFEM توانایی بالایی در بررسی انتقال حرارت در هندسه های پیچیده را دارد و همچنین در این روش کنترل زیادی بر گرمای عبوری از مرز مشترک دو ماده مختلف با دو ضریب انتقال حرارت مختلف وجود دارد در بخش دوم پروژه سعی شده است که انتقال حرارت در بعضی از انواع مواد مرکب توسط این روش مورد بررسی قرار گیرد و تمرکز اصلی در این باره بر روی بدست آوردن ضریب انتقال حرارت مواد مرکب می باشد. الگوریتم کلی که در این پروژه به منظور بدست آوردن ضریب انتقال حرارت معادل ماده مرکب در پیش گرفته شده است دارای چند مرحله اساسی است به این صورت که در ابتدا ساختار داخلی ماده مرکب از لحاظ وضعیت قرار گرفتن مواد مختلف در کنار یکدیگر بررسی می شود و سپس این ساختار از لحاظ هندسی مدل شده و این

مدل توسط بعضی فرضها ساده سازی می شود و پس از آن نیز کل محیط مدل شده توسط روش ساخت شبکه گرید دیفرانسیلی شبکه بندی می شود. این شبکه بندی بر روی یک قطعه تخت (Slab) فرضی از ماده مرکب اعمال می شود. در مرحله بعد با اعمال دودمای ثابت به دوسر این قطعه تخت میدان دما پایدار توسط روش CVBFEM در این قطعه بدست آمده و با داشتن میدان دمای پایدار و محاسبه گرمای عبوری از محیط به کمک این میدان دما، مقدار ضریب انتقال حرارت معادل برای این قطعه تعریف می شود. لازم به ذکر است که شکل Slab فقط به منظور راحتی کار انتخاب شده ولی در واقع هیچ محدودیت خاصی در انتخاب هندسه محیط به منظور بررسی انتقال حرارت در آن توسط این روش وجود ندارد. پس از به دست آوردن نتایج در مواردی که نتایج آزمایشی و یا تئوری وجود دارد مانند ضریب انتقال حرارت در مواد مرکب با ذرات کروی و غلظت های حجمی پایین، بین نتایج تئوری و نتایج روش بکار برده شده مقایسه ای شده است که نتیجه این مقایسه بسیار رضایت بخش می باشد. در مواردی نیز که نتایج تئوری و یا آزمایشی وجود ندارد در باره معقولیت جوابها و سازگاری آنها با فیزیک مسئله بحث شده است که این نتایج نیز بسیار قابل قبول بنظر می رسند.

#### فهرست علائم

گرمای ویژه : $c$	دما : $T$
ضریب انتقال حرارت همرفتی : $h$	حجم : $V$
اندیسهای موقعیت ماتریسی : $i, j$	سیستم مختصات عمودی : $x, y, z$
ضریب انتقال حرارت : $k$	
امین تابع شکل : $N_i$	جرم حجمی : $\rho$
جریان گرما : $q$	ضریب استفان بولتزمن : $\sigma$
ترم ثابت منبع حرارتی : $S_c$	سیستم مختصات غیر عمودی : $\eta, \omega, \xi$
ضریب ترم متغیر منبع حرارتی : $S_p$	
سیستم مختصات محلی : $s, t, u$	
زمان : $t$	

## تقدیر و تشکر:

بر خود لازم می دانم ، از استاد محترم جناب آقای دکتر مصطفی حسینعلیپور که با ارائه راهنمایی های مدیرانه و دلسوزانه خود ، نظارت و سرپرستی این پروژه را به عهده داشته اند ، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم. همچنین از اعضای هیات داورى بخاطر حضور در جلسه دفاعیه و فراهم نمودن امکان ارائه پربار آن ، صمیمانه تشکر نموده و سپاس خود را به حضورشان تقدیم می دارم.

پاییز ۷۷

۱	فصل ۱: روش CVBFEM
۲	۱-۱- مقدمه
۳	۲-۱- تاریخچه
۴	۳-۱- مبانی ریاضیات حاکم بر روش
۵	۴-۱- روش ایجادالمان های حجم کنترل
۵	•المان های فضای دوبعدی
۵	•المان های فضای سه بعدی
۷	۵-۱- گسسته سازی معادلات
۸	۶-۱- تبدیل میدان حل به حالت منحنی - تکه خطی
۹	•مختصات محلی و توابع شکل در فضای دوبعدی
۱۱	•مختصات محلی و توابع شکل در فضای سه بعدی
۱۲	۷-۱- روش بدست آوردن بردار جریان گرما $q_i$
۱۴	۸-۱- نقاط انتگرال گیری
۱۴	•نقاط انتگرال گیری در حالت دوبعدی
۱۴	•نقاط انتگرال گیری در حالت سه بعدی
۱۵	۹-۱- روش گسسته سازی ترم انباشتگی
۱۶	۱۰-۱- گسسته سازی ترم منبع حرارتی
۱۷	۱۱-۱- مرتب کردن معادلات
۱۷	•حالت دو بعدی
۱۸	•حالت سه بعدی
۱۹	•صریح یا ضمنی بودن معادلات
	•مقایسه بین ضریب وزنی نقاط داخلی و مجاوریکالمان در محاسبه گرمای



۱۹	ورودی به المان
۲۰	۱۲-۱ اثبات رابطه $\sum a_{ip} + a_p = 0$
۲۱	۱۳-۱ الگوریتم بدست آوردن ضرایب دیفیوژن گرمایی
۲۲	• حالت دوبعدی
۲۳	• حالت سه بعدی
۲۴	• بدست آوردن سطوح در حالت دوبعدی
۲۴	• بدست آوردن سطوح در حالت سه بعدی
۲۴	• بدست آوردن حجم در حالت دو بعدی
۲۵	• بدست آوردن حجم در حالت سه بعدی
۲۵	• روش بدست آوردن ضرایب دیفیوژن
۲۵	• حالت دوبعدی
۲۶	• حالت سه بعدی
۲۶	۱۴-۱ حل چند میدان دمای پایدار به روش CVBFEM
۲۷	۱-۱۴-۱ حل میدان دمای پایدار یک بعدی در استوانه
۲۷	۲-۱۴-۱ حل میدان دمای پایدار یک بعدی در قطعه تخت (Slab)
۲۸	۳-۱۴-۱ حل میدان دمای پایدار دوبعدی در یک فضای مربع شکل .
۲۹	۴-۱۴-۱ حل میدان دمای پایدار در یک شیبوره (نازل)
۳۱	۵-۱۴-۱ حل میدان دمای پایدار در یک پرده در جریان گاز گرم
۳۳	۱۵-۱ حل میدان مای ناپایدار به روش CVBFEM
۳۳	۱-۱۵-۱ نمودار Heisler
۳۴	۱۶-۱ بحث عدم وابستگی به شبکه گرید (Grid Inconsistency)
۳۶	۱۷-۱ نتیجه گیری و پیشنهاد
۳۷	فصل ۲: کاربرد روش CVBFEM در محاسبات انتقال حرارت در مواد مرکب
۳۸	۱-۲ مقدمه
۳۸	۲-۲ تاریخچه

- ۳۹-۲-۳- بررسی اجمالی مواد مرکب
- ۴۰-۲-۴- روش CVBFEM در انتقال حرارت در مرز مشترک دو ماده با ضریب انتقال حرارت مختلف
- ۴۱-۲-۵- بدست آوردن ضریب انتقال حرارت معادل در غلظت‌های حجمی پایین در مواد مرکب نوع اول.
- ۴۲-۲-۵-۱- مدل ماده مرکب
- ۴۳-۲-۵-۲- بررسی نتایج حاصل از اعمال مدل
- ۴۴-۲-۵-۱- ذرات کروی
- ۴۵-۲-۵-۲- ذرات غیر کروی
- ۴۶-۲-۶- بدست آوردن ضریب انتقال حرارت معادل به روش مدل‌سازی مستقیم ماده مرکب
- ۴۷-۲-۶-۱- انتقال حرارت در جهت عمود بر الیاف با مقطع دایره در ماده مرکب
- ۴۸-۲-۶-۲- نتایج اعمال مدل
- ۴۹-۲-۶-۳- انتقال حرارت عمود بر الیاف با شکل مقطع غیر هندسی
- ۵۰-۲-۶-۴- انتقال حرارت عمود بر الیاف دارای پوشش واسطه.
- ۵۱-۲-۶-۱- نتایج حاصل از اعمال مدل
- ۵۲-۲-۷- مسئله مقدار تغییر  $\rho c$  در نقاط مختلف ماده مرکب
- ۵۳-۲-۸- تکنیک اعمال ضرایب انتقال حرارت مختلف در بررسی محیط ماده مرکب.
- ۵۴-۲-۹- نتیجه‌گیری و پیشنهاد

## فهرست تصاویر

صفحه	عنوان	شکل
فصل اول :		
۵	نمایش المان حجم کنترل دوبعدی	۱-۱
۶	نمایش یک هشتم المان سه بعدی	۲-۱
۷	نمایش المان سه بعدی	۳-۱
۹	نمایش یک قطعه از شبکه نقاط	۴-۱
۱۰	نمایش عملکرد توابع شکل بطور شماتیک	۵-۱
۱۱	نمایش مرزهای المان و محورهای مختصات محلی	۶-۱
۱۵	نقاط انتگرال گیری در حالت دوبعدی	۷-۱
۱۶	نمایش دمای معادل در المان	۸-۱
۱۸	نمایش گرمای ورودی به المان دوبعدی	۹-۱
۱۸	نمایش اندیسهای معادل	۱۰-۱
۲۰	مقایسه بین روشهای مختلف	۱۱-۱
۲۴	وضعیت بردار نرمال سطح در حالت دوبعدی	۱۲-۱
۲۵	نمایش بردار سطح در حالت سه بعدی	۱۳-۱
۲۶	نمایش یک چهارم یک المان در بعدی	۱۴-۱
۲۷	شبکه حل میدان دمای پایدار استوانه	۱۵-۱
۲۸	مقایسه جوابهای تحلیلی و عددی در استوانه	۱۶-۱
۲۸	مقایسه جوابهای تحلیلی و عددی در Slab	۱۷-۱
۲۹	میدان دمای دوبعدی مربع شکل	۱۸-۱
۳۰	مقطع طولی شیپوره	۱۹-۱
۳۱	شبکه جهت حل میدان دمای شیپوره	۲۰-۱
۳۲	شبکه میدان دمای پره	۲۱-۱

۲۲-۱	شبکه و شرایط مرزی جهت رسم نمودار Heisler	۳۵
۲۳-۱	نمودار Heisler	۳۶
فصل دوم:		
۱-۲	شکل شماتیک پنج نوع اصلی مواد مرکب	۴۱
۲-۲	وضعیت المانهای مرزی دارای دو جنس مختلف	۴۲
۳-۲	المان استوانه ای حاوی ذره	۴۴
۴-۲	شبکه المان حاوی ذره	۴۴
۵-۲		۴۵
۶-۲	المان مکعب مستطیل حاوی ذره	۴۶
۷-۲	مدل ماده مرکب ذره ای	۴۷
۸-۲	نمودار ضریب انتقال حرارت معادل	۴۸
۹-۲	تأثیر شعاع ذرات بر میزان ضریب انتقال حرارت معادل	۴۹
۱۰-۲	شبکه مربوط به ذرات بیضیگون	۵۰
۱۱-۲	ضریب انتقال حرارت المان حاوی ذره بیضیگون	۵۰
۱۲-۲	شبکه جهت مواد مرکب بالیاف با سطح مقطع هندسی	۵۲
۱۳-۲	ضریب انتقال حرارت ماده مرکب بالیاف موازی همقطر	۵۳
۱۴-۲	شبکه جهت مواد مرکب بالیاف با سطح مقطع غیر هندسی	۵۶
۱۵-۲	نتایج حاصل از اعمال مدل	۵۶
۱۶-۲	ساختمان مواد مرکب دارای الیاف با پوشش	۵۷
۱۷-۲	شبکه حل میدان دمای ماده مرکب بالیاف با پوشش	۵۸
۱۸-۲	نتایج حاصل از اعمال مدل	۵۹
۱۹-۲	نمایش المان دارای دو جنس مختلف	۶۱
۲۰-۲	نتایج حل میدان دمای ناپایدار	۶۱



فصل ۱

روش

**C V B F E M**

روش حجم کنترل بر مبنای المان محدود CVBFEM یکی از روش های نسبتاً جدید در دانش حرارت سیالات عددی می باشد. این روش از آمیختن دوروش حجم کنترل و المان محدود و به منظور رسیدن به مزایای هر دو روش و نیز رفع معایب آنها بدست آمده است. روش حجم کنترل این مزیت را دارد که قوانین بقا در آن ارضامی شوند و این مزیت بسیار بزرگی است که استفاده کننده از این روش همواره از تعادل انرژیهای ورودی به المانها مطمئن است و این تعادل انرژیها باعث کاهش خطای می شود. از طرفی این روش ساده بوده و دارای محاسبات کمی می باشد و نیز از طرفی ماتریس ضرایب مجهول در این روش در حالت دو بعدی پنج و در حالت سه بعدی هفت قطری است که این مسئله در هنگام آوردن میدان دما و حل معادلات تعداد محاسبات کمتری داشته و در نتیجه حافظه و زمان کمتری را از رایانه طلب می کند و اما این روش دارای معایبی نیز می باشد که اولاً مشکل این روش در برخورد با هندسه های پیچیده و عدم انطباق مناسب با مرزهای پیچیده در این گونه هندسه ها می باشد. به منظور رفع این مشکل و بالا بردن دقت در این گونه حالات این اجبار وجود دارد که معادلات را به سیستم مختصات غیر عمودی منتقل کرد و این کار پیچیدگی های زیادی را باعث می شود و راه حل دیگر این مسئله پله ای در نظر گرفتن مرزهای منحنی و نیز نادیده گرفتن بعضی از المانها در مرز می باشد که این مسئله باعث ایجاد خطا در محاسبات بوده و لازم می شود که به منظور کم کردن این خطا، تعداد نقاط بیشتری در مرز متراکم شوند و این مسئله یعنی تعداد محاسبات بالاتر و نیاز به وقت و حافظه بیشتر رایانه ای. یکی دیگر از معایب این روش عدم دخالت دادن همه نقاط مجاور یک المان از شبکه در محاسبه گرمای ورودی به آن المان است یعنی ضریب وزنی نقاط گوشه ای در محاسبه گرمای ورودی به المان صفر می باشد که این مسئله با واقعیت کاملاً منطبق نیست. از طرفی روش المان محدود دارای سازگاری خوبی با هندسه های پیچیده می باشد و از آنجا که اغلب مسائل واقعی دارای هندسه های پیچیده می باشند این موضوع مزیت بزرگی برای روش المان محدود است. از دیگر مزایای این روش دخالت دادن تمام نقاط اطراف یک المان در محاسبه گرمای ورودی به آن المان می باشد. یعنی ضریب وزنی نقاط گوشه ای در این روش صفر نیست. اما این روش دارای پیچیدگی محاسبات است و در زمان حل ماتریس مجهول تعداد