دانشگاه صنعتی شیراز

دانشکده مهندسی برق و الکترونیک-گروه الکترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد الکترونیک

شبیه‌سازی عددی لیزرهای چاه کوانتومی با ساختار غیر پله‌ای

به وسیله‌ی :

شهامت کهن

استاد راهنما:

دکتر فرزین امامی

اسفند 1390

بسم الله الرحمن الرحیم

بسمه تعالی

شبیه‌سازی عددی لیزرهای چاه کوانتومی با ساختار غیر پله‌ای

پایان نامه ارائه شده به عنوان بخشی از فعالیت های تحصیلی

توسط

شهامت کهن

برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

گروه الکترونیک دانشکده مهندسی برق و الکترونیک
دانشگاه صنعتی شیراز

ارزیابی پایان نامه توسط هیات داوران با درجه :

دکتر فرزین امامی	استادیار دانشکده برق و الکترونیک	(استاد راهنما)
دکتر شاهرخ جم	استادیار دانشکده برق و الکترونیک	(داور)
دکتر علیرضا کشاورز	استادیار دانشکده علوم پایه	(داور)

مدیر امور آموزشی و تحصیلات تکمیلی دانشگاه :

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه صنعتی شیراز است.

تقدیم به

خدایی که آفرید

جهان را، انسان را، عقل را، علم را،

معرفت را، عشق را

و به کسانی که عشق را در وجودم دمیدند:

پدری به استواری کوه

مادری به زلالی چشمه

و

دوستانی بهتر از برگ درخت...

سپاسگزاری

اکنون که این رساله به پایان رسیده است بر خود فرض می‌دانم که از استاد ارجمندم، جناب آقای دکتر فرزین امامی، به‌خاطر زحمات فراوان و کمک‌های بی‌دریغشان در انجام این پایان‌نامه به عنوان استاد راهنما کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم.

چکیده

شبیه‌سازی عددی لیزرهای چاه کوانتومی با ساختار غیرپله‌ای

به وسیله‌ی :

شهامت کهن

ساختارهای چاه کوانتومی اغلب به شکل مربعی ساخته می‌شوند. اما عملاً این چاه‌ها کاملاً به صورت مربعی نمی باشند چرا که تغییر در لایه‌های نیمه هادی، تغییری پیوسته نیست. هر گونه تغییر در ساختار چاه کوانتومی می‌تواند ترازهای انرژی را تغییر دهد. تغییرات ترازها موجب تغییرات در طول موج‌های انتشار نور و بهره آستانه لیزر می‌شود. در این تحقیق یک لیزر نیمه هادی با ساختار کوانتومی و شکل چاه به صورت گوسی در نظر گرفته شده تا چاه به شکل یک چاه واقعی نزدیک‌تر باشد. مقادیر ویژه و توابع ویژه برای ساختارهای متقارن و غیرمتقارن پله و گوسی بدست خواهیم آورد. سپس ضریب حبس شدگی حامل‌ها و بهره آستانه لیزر را برای این ساختارها ارائه خواهیم نمود. با استفاده از روش بهینه سازی پرندگان برای ساختارهای غیر متقارن پله و غیر پله، بهره آستانه حداقل را بدست خواهیم آورد. و در انتهای بحث، معادلات نرخ را برای ساختار پله و غیر پله با روش عددی بررسی خواهیم نمود. اجرای طرح و تمامی محاسبات با روش عددی رانگ-کوتا[1] مرتبه چهار و نرم افزار متلب[2] صورت می‌گیرد.

[1] Rung -kutta Method

[2] Matlab

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل1- مقدمه 1

1-1- تاریخچه 1

1-2- هدف ضرورت اجرای پایان نامه 3

1-3- پیکربندی پایاننامه 4

فصل 2- تئوری لیزرهای چاه کوانتومی و معادلات نرخ 5

2-1- اساس لیزر چاه کوانتومی 5

2-1-1- سطوح انرژی 6

2-1-2- فرایندهای بازترکیب در نیمه هادیها 7

2-1-2-1- بازترکیب تشعشعی 8

2-1-2-2- بازترکیب غیر تشعشعی 17

2-1-3- فاکتور حبس شدگی 18

2-1-4- بهره آستانه. 21

2-2- معادلات نرخ 23

2-2-1- مدل با ضریب اشباع بهره خطی 24

2-2-2- مدل با ضریب اشباع بهره غیر خطی 24

2-2-2-1- مدل دو سطحی معادلات نرخ 24

2-2-2-2- مدل سه سطحی معادلات نرخ 25

فصل 3- روش‌های حل معادله‌ی شرودینگر و معادله‌ی نرخ 27

3-1- حل تحلیلی معادله‌ی شرودینگر 27

3-1-1- پتانسیل چاه مربعی نامتناهی 27

3-1-2- چاه پتانسیل مربعی محدود و متقارن 30

3-2- روشهای حل عددی معادله شرودینگر 33

3-2-3-1- الگوریتم نومروف..... 33
3-2-3-2- روش شوتینگ..... 35
3-2-3-2-1- چاه نامتناهی..... 35
3-2-3-2-2- چاه پتانسیل متناهی..... 36
3-2-3-3- روش فاکتور گیری آرنولدی..... 38
3-2-3-4- روش پتانسیلی مُرفینگ..... 40
3-2-3-5- روش ارائه شده در این تحقیق..... 42
3-3- حل معادلات نرخ..... 43
فصل 4- نتایج و شبیه‌سازیها..... 47
4-1- مقدمه..... 47
4-2- محاسبه انرژیها و توابع موج..... 47
4-2-1- چاه کوانتومی با دیواره نامتناهی..... 48
4-2-2- چاه با دیواره متناهی..... 49
4-2-2-1- محاسبه اختلاف طول موج لیزر $In_{0.72}Ga_{0.28}As_{0.6}P_{0.4}$ با ناحیه اکتیو گوسی نسبت به ناحیه اکتیو پله ای..... 52
4-2-3- ساختار با چند چاه متناهی..... 52
4-2-3-1- محاسبه انرژیهای گسسته و طول موج خروجی در یک ساختار با چند چاه غیر متقارن 54
4-3- محاسبه ضریب حبس شدگی و بهره آستانه..... 57
4-4- بهینه سازی بهره آستانه با استفاده از الگوریتم پرندگان..... 60
4-4-1- کمینه کردن بهره آستانه برای لیزر $In_{0.72}Ga_{0.28}As_{0.6}P_{0.4}$ با پهنای سد متغیر... 61
4-4-2- کمینه کردن بهره آستانه برای ساختار با پهنای چاه و ضخامت سد متغیر..... 61
4-5- بررسی معادلات نرخ..... 63
4-5-1- پاسخ زمانی لیزر..... 63
4-5-2- پاسخ حالت پایدار لیزر..... 67
4-6- نتیجه گیری..... 71
فصل 5- نتیجه‌گیری و پیشنهادات..... 72
5-1- نتیجه گیری..... 72
5-2- پیشنهادات..... 73
فهرست منابع..... 74

فهرست جدول‌ها

عنوان و شماره صفحه

جدول 4-1 : شش انرژی اول بدست آمده از روش عددی و تحلیلی 48

جدول 4-2 : انرژیهای مجاز برای چاههای گوسی و سوپر گوسی با پهنای $6A^{\circ}$ و ماکزیمم پتانسیل $6ev$ 50

جدول 4-3 : مقادیر انرژی برای یک ساختار با چهار چاه متقارن به ازای پهنای چاه $0.5nm$،ضخامت سد $0.2nm$ و ارتفاع چاه $2ev$ 53

جدول 4-4 : مشخصات یک ساختار با چهار چاه غیر متقارن 54

جدول 4-5 : مقادیر انرژی برای ساختار با چهار چاه غیر متقارن 55

جدول 4-6 : مقایسه ضرایب حبس شدگی بدست آمده از روش عددی و روش تحلیلی 57

جدول 4-7 : ضریب حبس شدگی مربوط به موارد 7 و 8 از جدول 4-6 59

جدول 4-8 : بهره آستانه نظیر به ساختارهای ارائه شده در جدول 4-6 60

جدول 4-9: مشخصات ساختار لیزر برای کمینه کردن بهره آستانه 61

جدول 4-10: ضخامت لایههای سد برای کمینه کردن بهره آستانه 61

جدول 4-11: بهره آستانه برای ساختارهای بهینه شده 61

جدول 4-12: مشخصات ساختار برای کمینه کردن بهره آستانه لیزر با پهنای چاه و ضخامت سد متغیر 62

13-4: ضخامت لایه سد و پهنای چاه برای ساختار پله به منظور کمینه کردن بهره آستانه 62

14-4 : ضخامت لایه سد و پهنای چاه برای ساختار گوسی به منظور کمینه کردن بهره آستانه 62

15-4 : بهره آستانه کمینه برا ی ساختارهای با ضخامت سد و پهنای چاه متغیر بهینه شده 63

فهرست شکل‌ها

عنوان صفحه

شکل 2-1 : انتقالات ممنوع و مجاز بین باند ظرفیت و هدایت برای لیزر چاه کوانتومی [7] 14
شکل 3-1 : چاه پتانسیل با ارتفاع دیوار بینهایت 28
شکل 3-2 : توابع موج نظیر به سه انرژی اول درون چاه بینهایت [15] 29
شکل 3-3 : چاه پتانسیل با دیوارههای متناهی [15] 30
شکل 3-4 : از روی نقاط تقاطع نمودارها، انرژیهای نظیر درون چاه مشخص می‌شوند [15] 32
شکل 3-5 : محاسبه انرژی ها و توابع با روش عددی [15] 34
شکل 3-6 : چاه با دیواره بینهایت [16] 35
شکل 3-7 : مثالی از روش شوتینگ [16] 36
شکل 3-8 : چاه پتانسیل با دیواره محدود [16] 37
شکل 4-1 : احتمال حضور ذره در یک چاه نامتناهی 49
شکل 4-2 : چاه پتانسیل گوسی و سوپر-گوسی 50
شکل 4-3 : احتمالهای حضور ذره در یک چاه گوسی و سوپر-گوسی برای a) اولین انرژی b) دومین انرژی c) سومین انرژی 51
شکل 4-4 : تابع احتمال توزیع نظیر به a) چهارمین انرژی b) ششمین انرژی برای چاه با دیواره گوسی 54
شکل 4-5 : ساختار با چهار چاه نامتقارن 55
شکل 4-6 : تابع احتمال توزیع نظیر به a) پنجمین انرژی b) هشتمین انرژی برای چاه با دیواره گوسی 56
شکل 4-7 : پروفایل ضریب شکست مربوط به مورد دوم از جدول 4-6 58
شکل 4-8 : توزیع میدان مربوط به a) TE_0 و b) TE_1 59
شکل 4-9 : نمودار تغییرات چگالی a) حاملها b) فوتونها برای لیزر با چاههای گوسی و سوپر-گوسی 64
شکل 4-10 : نمودار تغییرات چگالی a) حاملها b) فوتونها برای لیزر با چاههای گوسی و سوپر-گوسی 65

شکل 4-11 : نمودار تغییرات چگالی a) حاملها b) فوتونها برای لیزر با چاههای گوسی و سوپر-گوسی، 67
شکل 4-12 : تغییرات a) چگالی حاملها b) چگالی فوتونها c) توان خروجی، برای لیزر با چاه گوسی به ازای جریان ورودی، 69
شکل 4-13 : تغییرات a) چگالی حاملها b) چگالی فوتونها c) توان خروجی، برای لیزر با چاه سوپر-گوسی به ازای جریان ورودی ، 70

فصل اول

مقدمه

1-1- تاریخچه

لیزرهای دیود نیمه هادی، در قلب بسیاری از محصولات با ظرفیت بالا مانند دی وی دی ها، پرینتر لیزری و اتصالات مخابراتی فیبرهای نوری، مولفه‌های کلیدی هستند. اکثر لیزرهای دیودی مورد استفاده در این محصولات به صورت دو تا پیوند متفاوت[1]، طراحی می‌شوند. توان لیزر توسط بازترکیب الکترون-حفره در ناحیه اکتیو به ضخامت 200- 100 نانومتر تولید می‌شود. این طراحی لیزر با دو ساختار متفاوت ، که در اواخر 1970 و در اوایل 1980 پیشنهاد شدند، در حال حاضر منجر به طراحی‌های پیچیده‌ای در ساخت ناحیه اکتیو با ضخامت چندین برابر نازکتر از اینگونه ساختارها می‌شوند. با کاهش ضخامت ناحیه اکتیو تا 10 نانومتر، پخش شدگی انرژی کمتر، حالت‌های موج مانند مربوط به الکترونها و حفره‌های حبس شده در ناحیه اکتیو (چاه پتانسیل)از حالت گوسی-پیوسته به گسسته تغییر می‌کند. چون عمل لیزینگ توسط بازترکیب الکترون-حفره تحریک شده بین این حالت‌های گسسته (چاه کوانتومی)راه اندازی می شود، ابزارهای با اینگونه طراحی ناحیه اکتیو، لیزرهای چاه کوانتومی [2] نامیده می‌شوند.

چاه‌های کوانتومی، ساختارهای نیمه هادی باضخامت خیلی کم هستند که می‌توان اثرات مکانیکی-کوانتومی آنها را رویت و کنترل کرد. اینگونه لیزرها اکثر خواص ویژه خود را از حبس کردن حامل‌های بار (الکترون و حفره) در لایه های نیمه هادی نازکی(چاه) که در بین لایه‌های نیمه هادی با باند شکاف بزرگتر(سد) احاطه شده اند، بدست می‌آورند.

[1] Doublehetero structure
[2] Quantum well

ایده بکارگیری اثرات کوانتومی به منظور بهتر کردن عملکرد لیزرهای دیودی، برای اولین بار توسط شخصی بنام چارلز هنری[1] ، در اواخر دهه 1970، ارئه شد. هنگامی‌که هنری یک موجبر گالیوم آرسنایید-آلومینیوم گالیم آرسنایید، را از لحاظ تفاوت ضریب شکست، که برای حبس کردن فوتون‌های حالت‌های گسسته بکار گرفته می‌شود ، بررسی می‌کرد، متوجه شد که این امکان وجود دارد که از تفاوت فاصله باندها بین این مواد برای حبس کردن الکترون‌های حالت گسسته یا حالت های کوانتومی ، استفاده کرد. سپس او پیش بینی کرد پروفایل جذب الکترونی لایه‌های گالیوم آرسنایید نازک قرار گرفته بین لایه‌های آلومینیوم گالیم آرسنایید باید شامل یک سری تغییرات نوسانی ناشی از توزیع حالت چاه کوانتومی باشند. مشاهده این اثر توسط دینگل[2] با استفاده از مواد ساخته شده توسط ویگمن[3] ، منجر به پیشنهادهای دیگری شد که لیزرهای دیودی ساخته شده از چاه‌های کوانتومی باید مشخصات عملکرد بهتری نسبت به لیزر با دو ساختار متفاوت استاندارد متداول آن زمان، باشند. برای اولین بار مدلی برای اینکه بفهمند زمانیکه لایه‌ها به شدت نازک می‌شوند و حالت جدایی حالت‌های موج اتفاق می‌افتد، در سال 1970 اریه شد. بعد از بررسی این مدل مشخص شد که باند نمایی به یک سری باندهای کوچکتر با فاصله‌های ممنوعه کوچک می‌شکند. در سال 1985، مقالات منتشر شده درباره لیزرهای چاه کوانتومی به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافتند. مهمترین عامل در این اتفاق، تحقق بخشیدن به لیزرهای چاه کوانتومی با ساختار فشرده بود که مشخصات عملکردی بهتری نسبت به ساختارهای غیر فشرده داشتند. لیزرهای نیمه‌هادی هم از جهت فیزیکی و هم از لحاظ تکنولوژی بسیار مورد مطالعه قرار گرفته اند. بخصوص این برای لیزرهای چاه کوانتومی بسیار اهمیت دارد. تکنولوژی چاه کوانتومی برای اولین بار این اجازه را به رشد کریستال داد تا بتواند، عمق و پیکربندی فرایند چاه های پتانسیل را کنترل کند. این فرایند نه تنها نشان دهنده مثالهایی از فرایند کوانتومی اولیه است، بلکه می‌تواند برای لیزرهای با کیفیت عالی مورد استفاده قرار گیرد. اولین لیزرهای چاه کوانتومی با طول موج نزدیک 0.8 میکرومتر کار می کردند. امروزه در رنج طول موجی نور مرئی تا مادون قرمز کار می‌کنند. لیزرهای با چاه کوانتومی که دارای ناحیه اکتیو با ابعاد کوچک هستند، به خاطر مزیت های آنها نسبت به لیزرهای با ناحیه اکتیو بزرگ، بیشتر مورد توجه قرار گرفته اند. یکی از مزیت های واضح، تغییر در طول موج لیزینگ با تغییر در پهنای چاه کوانتومی می باشد. یکی دیگر از مزیت های اساسی، آن است که لیزرهای چاه کوانتومی ، بهره بیشتری را نسبت به لیزرهای دیگر با یک جریان تزریقی مشابه بر می گردانند که این منجر به یک جریان آستانه کمتر می شود. چون سهم عمده ای از تلفات داخلی لیزر ناشی از جریان تزریقی به لیزر می باشد، لیزرهای چاه کوانتومی که جریان تزریقی کمتری احتیاج دارند، بازدهی بیشتری دارند و می‌توانند توان بیشتری را نسبت به لیزرهای متداول تولید نمایند. یکی از مزیت های دیگر اینوع لیزرها این است که بهره را با تغییرات کمتری در ضریب شکست که منجر به چیرپ کمتر می شود، به ما بر می‌گرداند. تلفات داخلی کمتر به همراه تغییرات ضریب شکست کمتر منجر به این می شوند که لیزر چاه کوانتومی پهنای خط کوچکتری نسبت به لیزرهای متداول داشته باشند. بهره

[1] Charles B.Henry
[2] R.Dingle
[3] Wiegmann

دیفرانسیلی، بهره بر الکترون تزریقی، برای لیزرهای با چند چاه کوانتومی ، بزرگتر می‌باشد و باعث می‌شود اینوع لیزرها دارای پاسخی سریعتر نسبت به لیزرهای متداول باشند. روشهای متفاوتی برای رشد لیزر با چاههای کوانتومی وجود دارد. روش رشد بیم مولکولی (MBE) روش نشست بخار شیمیایی فلزات آلی (MOVPE) و رشد به روش اپیتکسی می‌باشند.

1-2- هدف ضرورت اجرای پایان نامه

ساختارهای چاه کوانتومی اغلب به خاطر اینکه رشد مواد با روش رشد همبافته آسان می‌باشد، به شکل مربعی ساخته می‌شوند. اما عملاً این چاه‌ها کاملاً به صورت مربعی یا پله‌ای نمی‌باشند چرا که تغییر در لایه‌های نیمه هادی، تغییری پیوسته نیست. هر گونه تغییر در ساختار چاه کوانتومی می‌تواند تغییرات ترازهای انرژی مجاز را بدنبال داشته باشد. تغییرات ترازهای انرژی متعاقبا موجب تغییرات در طول موجهای انتشار نور می‌شود. هچنین تغییر در ساختار چاه باعث تغییر در میزان حبس شدن حامل‌های درون ناحیه اکتیو لیزر می‌شود. این امر خود باعث تغییر در بهره آستانه لیزر می‌شود.

در این مقاله یک لیزر نیمه‌هادی با ساختار کوانتومی و شکل چاه به صورت گوسی در نظر گرفته شده تا چاه به شکل یک چاه واقعی نزدیک‌تر باشد. اخیراً چاه‌های با شکل‌های متنوع به جهت ارتقاء عملکردهای الکتریکی و نوری نیمه هادیها مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. برای چاه‌های کوانتومی با شکل‌های خاص، حل‌های دقیق و تقریبی وجود دارند. برای یک چاه با شکل دلخواه معمولاً روش‌های عددی برای محاسبه مقادیر ویژه (انرژی) و توابع ویژه (توابع موج) استفاده می‌شوند. در سال 1988 با تبدیل معادله شرودینگر به ضرب ماتریس‌های دو ضربدر دو که اصطلاحاً روش ماتریسی نامیده می‌شود توابع ویژه (توابع موج) و مقادیر ویژه (انرژی) برای ساختارهای پتانسیل دلخواه محاسبه شد[1]. روش دیگری که بر پایه روش ماتریسی و روش گالرکین[1] می‌باشد و قابل اعمال به چاه پتانسیل با هر ساختاری است روش المان محدود می باشد که در سال 1989 ارایه شد[2]. در سال 1990 روشی دقیق، سریع و آسان که از روش ماتریس انتقال استفاده می‌کند، پیشنهاد شد. این روش که از تقریب پلکانی توزیع پتانسیل استفاده می کند، مانند روشهای قبل دارای دقت خوب در محاسبه توابع ویژه و مقادیر ویژه می باشد اما نسبت به آنها سریعتر است[3]. بعد از آن روشی در سال 1994 ارئه شد که بر پایه توابع اسپلاین[2] بود. هر معادله را می‌توان بر اساس این توابع به صورت یک سری نوشت. سپس می توان کمیت‌های مورنظر را با دقت خیلی خوب از این روش به دست آورد[4]. یک سال بعد روشی ارایه شد که در آن معادله شرودینگر تک بعدی به فرم معادله بن دانیل-دوک[3] با استفاده از روش سری فوریه منجر به حل توابع ویژه و مقادیر ویژه می‌شد[5]. در سال 2002 با توجه به این نکته که بین مواد مختلف، جرم موثر متفاوت است، شرط مرزی روش بن دانیل-دوک تعیین می شود و سپس با استفاده از روش

[1] Galerkin
[2] Spline
[3] BenDaniel-Duke

ماتریس انتقال به حل دقیق معادله شرودینگر پرداخته اند[6]. همچنین حل‌های تحلیلی معادله شرودینگر مستقل از زمان را می توان را به عنوان مسئله یک ذره درون جعبه فرض نمود و آن را حل کرد[7-8]

در این مقاله برای پیدا کردن توابع ویژه و مقادیر ویژه از روش رانگ-کوتای مرتبه چهار که دارای دقت بسیار بالا در محاسبات است استفاده شده است. به همراه روش مذکور از یک روش سعی و خطا برای پیدا کردن مقادیر ویژه، استفاده شده است. اکثر روش‌های سعی و خطا دارای سرعتی کند در محاسبه هستند. در اینجا از روش نصف کردن فاصله که روش بسیار سریعی در انجام محاسبات برای پیدا کردن کمیت موردنظر است، استفاده می‌شود. مقادیر انرژی با توجه به اینکه احتمال حضور ذره در فواصل دور خارج از چاه باید صفر باشند بدست می‌آیند. روش عددی مورد استفاده در این تحقیق علاوه بر اینکه قابل اعمال به هر ساختار پتانسیل دلخواه می‌باشد برخلاف روش‌های گفته شده در بالا که فقط برای ساختارهای متقارن کاربرد دارند، می‌تواند برای ساختارهای کاملاً غیر متقارن نیز به کار گرفته شود. از دیگر مزیت‌های روش عددی مورد استفاده در اینجا آن است که چون تمامی‌معادلات به روش عددی حل می‌شوند در نتیجه این روش از سرعت بالاتری نسبت به سایر روشها برخوردار است.

بعد از محاسبه توابع ویژه و مقادیر ویژه یک لیزر با ساختار پتانسیل غیر پله و نامتقارن باید بهره آستانه آن را محاسبه نمود. برای بدست آوردن بهره آستانه یک لیزر شروع از معادلات ماکسول می‌باشد. بهره آستانه یک لیزر رابطه معکوسی با میزان حبس شدگی حاملها دارد. پس ابتدا باید فاکتور مذکور را پیدا کرد. بعد از محاسبه فاکتور حبس شدگی با کمک روش عددی مذکور، می‌توان با استفاده از رابطه بهره آستانه، کمیت موردنظر را بدست آورد.

1-3- پیکربندی پایان‌نامه

با توجه به هدف این تحقیق که بررسی آثار تغییرات در دیواره چاه‌های پتانسیلی برای لیزرهای چاه کوانتومی می‌باشد، ابتدا در فصل 2 توصیفی از لیزرهای با یک یا چند چاه کوانتومی خواهیم داشت و همچنین ویژگی‌های این نوع لیزرها عنوان خواهند شد. سپس معادلات نرخ که تکمیل کننده مباحث لیزری هستند، ارائه خواهند شد. سپس با توجه به اینکه برای لیزر چاه کوانتومی با شکل خاص، راه حل های خاصی وجود، در فصل 3 به روند حل این نوع معادلات می‌پردازیم و چندین روش تحلیلی و عددی را بیان خواهیم کرد. در فصل 4، نتایج و شبیه سازی‌ها با استفاده از روش ذکر شده برای این تحقیق، برای ساختارهای مختلف ارائه می‌شوند و فاکتورهایی همچون انرژی، تابع موج، فاکتور حبس شدگی و بهره آستانه را بدست خواهیم آورد. در ادامه این فصل معادلات نرخ را نیز بررسی خواهیم نمود. نهایتاً در فصل 5، خلاصه‌ای از مباحث ارائه شده در این تحقیق به همرا پیشنهادات برای ادامه کار گفته خواهد شد.

فصل دوم

تئوری لیزرهای چاه کوانتومی و معادلات نرخ

2-1- اساس لیزر چاه کوانتومی

لیزرهای نیمه‌هادی که لایه وسط آنها با دو پیوند متفاوت احاطه شده است، در ابتدا دارای لایه اکتیو با ضخامت 0.1 تا 0.2 میکرومتر بودند. از سال 1980، لیزرهای با چاه های بسیار نازک، لیزرهای چاه کوانتومی ، به شدت مورد توجه و استفاده قرار گرفتند.

طول موج ساطع شده از لیزر چاه کوانتومی برخلاف سایر لیزرهای دیگر که توسط باند شکاف مواد سازنده آنها تعیین می‌شد، به پهنای چاه بستگی دارد. این بدان معنی است که می توان طول موج های بسیار کوچکتری را از لیزر چاه کوانتومی نسبت به سایر لیزرهای متداول بدست آورد[9]. بازدهی لیزر چاه کوانتومی به خاطر شکل پله ای آن بیشتر از لیزرهای متداول است.

لیزرهای چاه کوانتومی دارای ضخامت اکتیو تقریبا10 انگستروم[1] می‌باشند و در نتیجه می‌توانند حرکت حامل ها (الکترون و حفره) را درون چاه محدود سازند. این موجب می شود که ترازهای انرژی و توابع موج به صورت گسسته درآیند. این اصلاحات در چگالی حالت لیزر موجب بهبودی چندین مشخصات لیزر مانند جریان آستانه کمتر، بازدهی بیشتر، پهنای باند بیشتر و پهنای اسپکترومی نازکتر می‌شود. لیزرهای چاه کوانتومی نسبت به ساختار با پیوند متفاوت قبل از دهه 80، با جریان کمتری به ناحیه آستانه می رسند. اگر طراحی این نوع لیزرها خیلی خوب انجام گیرد، می‌توان به جریانهای آستانه خیلی کم رسید.

علاوه بر این، چون بازدهی کوانتومی (نسبت فوتون تولیدی به الکترون تزریقی)، غالباً به جذب نوری الکترون ها و حفره ها محدود می شود، در نتیجه می‌توان بازدهی کوانتومی بالایی را از این نوع لیزرها بدست

[1] Angstrom

آورد. اگر چنین چاه های کوانتومی در کنار یکدیگر قرار گیرند، ساختاری بدست خواهد آمد که لیزر با با چند چاه کوانتومی [1] نامیده می‌شود.

لیزرهای چاه کوانتومی در مدارات مجتمع الکتریکی- نوری مانند مدولاتورهای مجتمع، فیبرهای نوری، تقویت کننده های همدوس و آشکارسازها، می توانند به راحتی با ادوات دیگر مورد استفاده در این ساختارها، ارتباط برقرار نمایند[10].

2-1-1- سطوح انرژی

لیزرهای نیمه هادی با دو پیوند در ساختار خود شامل یک ناحیه اکتیو به صورت ساندویچ شده بین لایه های پوشش با شکاف بند بزرگتر هستند. ضخامت ناحیه اکتیو برای لیزر معمولی در رنج 0.3-0.1 میکرومتر می باشد. ضخامت ناحیه اکتیو در لیزرهای با دو پیوند در ساختار خود در حدود نانومتر می باشد. حرکت حاملها (الکترون و حفره) در ناحیه اکتیو برای این لیزرها محدود می شود. در نتیجه انرژی جنبشی حامل های در حال حرکت در ناحیه اکتیو به یک سطوح انرژی مجزا شکسته می‌شود شبیه به مسئله چاه پتانسیل کوانتومی در مکانیک کوانتومی و از اینرو اینگونه لیزرها را، لیزرهای چاه-کوانتومی می‌نامند.

هنگامیکه ضخامت ناحیه اکتیو (یا هر لایه نیمه هادی با شکاف کوچکتر حبس شده بین لایه های با شکاف بزرگتر) با رابطه طول موجی بروگلی[2] $\left(l \cong {h}/{p} \right)$ قابل مقایسه می شود، اثرات مکانیکی-کوانتومی مورد انتظار، اتفاق می افتند. این اثرات در مشخصات نشر و جذب (عمل لیزر) و مشخصات انتقال (مانند پدیده تونل زنی) مشاهده می شوند. مشخصات نوری لیزرهای با چاه کوانتومی ابتدا در سال 1974 مورد مطالعه قرار گرفت. بعد از آن لیزرهای چاه کوانتومی‌آلومینیوم گالیم آرسناید به شدت مورد مطالعه قرار گرفتند.

حاملها (الکترون و حفره) در یک ساختارهای با دو پیوند در یک چاه پتانسیل سه بعدی حبس می شوند. سطوح انرژی برای حاملها، با جداسازی‌هاملتونین سیستم در سه قسمت، متناظر به سه جهت x,y,z بدست می آید. هنگامیکه ضخامت ناحیه اکتیو (L_Z) قابل مقایسه با طول موج بروگلی می شود، انرژی جنبشی حاملها حرکت حاملها در جهت z، گسسته می شود. در جهات x,y ، سطوح انرژی یک فرم پیوسته به صورت زیر را دارند :

$$E = ({\mathbf{h}^2}/{2m})(k_x^2 + k_y^2) \qquad (1\text{-}0)$$

در اینجا m جرم موثر حامل، k_x و k_y مولفه های بردار موج در جهات x ,y هستند.

سطوح انرژی در جهت z از حل معادله شرودینگر برای چاه پتانسیل تک بعدی از رابطه زیر بدست می‌آید:

[1] Multi-Quantum Well Laser
[2] Broglie

$$Ey = -\frac{\mathbf{h}^2}{2m}\frac{d^2y}{dz^2} \qquad (0 \le z \le L_z) \qquad \text{درون چاه} \qquad (2\text{-}2)$$

$$Ey = -\frac{\mathbf{h}^2}{2m}\frac{d^2y}{dz^2} + Vy \qquad (L_z \le z;\ \ z \le 0) \qquad \text{بیرون چاه} \qquad (3\text{-}2)$$

y تابع موج شرودینگر و V ارتفاع چاه پتانسیل می باشند. برای یک چاه با دیواره نامتناهی، سطوح انرژی و توابع موج به صورت زیر بدست می‌آیند :

$$E_n = \frac{\mathbf{h}^2}{2m}\left(\frac{np}{L_z}\right)^2 \qquad (4\text{-}0)$$

$$y_n = \begin{cases} A\sin(\dfrac{npz}{L_z}) & \text{درون چاه} \\ 0 & \text{خارج چاه} \end{cases} \qquad (5\text{-}2)$$

که در آن n عدد طبیعی و A ثابت نرمالیزاسیون می باشد. اگر L_z مقداری بزرگ داشته باشد معادله بالا منجر به حالتهای پیوسته می شود و هیچ اثر کوانتومی از خود نشان نمی‌دهد.

برای یک چاه متناهی، سطوح انرژی و توابع موج را می توان از شرایط مرزی y و dy/dz که در $z = 0$ و $z = -L$ باید پیوسته باشند، بدست آورد. در این حالت حل معادله برابر است با :

$$y = \begin{cases} A\exp(k_1 z) & (z \le 0) \\ B\sin(k_2 z + d) & (0 \le z \le L_z) \\ C\exp(-k_1 z) & (z \ge L_z) \end{cases} \qquad (6\text{-}2)$$

در این رابطه

$$k_1 = \left[\frac{2m(V-E)}{\mathbf{h}^2}\right]^{1/2} \qquad k_2 = \left[\frac{2mE}{\mathbf{h}^2}\right]^{1/2} \qquad (7\text{-}2)$$

کمیت های A, B, C و d ثابت هستند. از حل معادلات فوق به روش تحلیلی یا عددی می‌توان مقادیر ویژه (انرژی) و توابع ویژه (توابع موج) را بدست آورد.

2-1-2- فرایندهای بازترکیب در نیمه هادی‌ها

فرایند های بازترکیب به طور کلی به دو گروه تقسیم می شوند، تشعشعی و غیر تشعشعی. بازترکیب تشعشعی هنگامی‌اتفاق می افتد که یک الکترون در باند هدایت با یک حفره در باند ظرفیت ترکیب می شود و انرژی تولیدی به شکل فوتون ایجاد می شود. بنابراین بازترکیب های تشعشعی، انتقالات تشعشعی الکترون از

باند هدایت به جای خالی (حفره) در باند ظرفیت می باشد. فرایند های نوری مرتبط با انتقالات نوری عبارتنداز :

نشر خودبخودی [1]

جذب یا بهره

نشر برانگیخته[2]

نشر برانگیخته که در آن فوتون تشعشعی دارای انرژی و مومنتوم مشابه با فوتون های دیگر دارد، اساس کار لیزر را تشکیل می دهد. مفهوم نشر برانگیخته به کار انشتین در سال 1917 برمی گردد.

در تعادل حرارتی،نیمه هادی های با شکاف باند مستقیم مانند ایندیم فسفر یا گالیم آرسناید تعداد الکترون و حفره به ترتیب در باند هدایت و ظرفیت کم می باشد. هنگامیکه یک فوتون با انرژی بزرگتر از باند شکاف از یک چنین نیمه هادی عبور می‌کند، در این حالت جذب فوتون خیلی زیاد است، انرژی‌اش را به الکترون در باند ظرفیت می دهد و باعث می شود الکترونها به باند هدایت بروند. در اصل، یک همچنین فوتونهایی می توانند نشر فوتونهای مشابه را از طریق انتقال الکترون از باند هدایت به باند ظرفیت، برانگیخته کنند. فوتونهای تشعشعی انرژی خود را از الکترونهایی که انرژی خود را از دست داده اند، بدست می‌آورند. در شرایط تعادلی حرارتی، تعداد الکترونها در باند هدایت بسیار کم است (مثلا 10^{-6}برای گالیوم آرسناید) بنابراین احتمال نشر برانگیخته در مقایسه با احتمال جذب بسیار کم است. تحریک خارجی می تواند به طور کافی تعداد الکترونها را در باند هدایت افزایش دهد به گونه‌ای که احتمال نشر برانگیخته به طور ناگهانی از احتمال جذب بیشتر شود. این وضعیت متناظر است با وارونگی جمعیت[3] در ناحیه اکتیو که برای تولید بهره ضروری است. تحریک خارجی که باعث افزایش چگالی جفت الکترون- حفره در نیمه هادی می‌شود معمولاً با تزریق جریان بدست می‌آید.

در بازترکیب های غیرتشعشعی، فوتون های تشعشعی در طول فرایند بازترکیب تولید نمی شوند. در نیمه هادی با باند شکاف غیر مستقیم مانند گالیوم یا سلیسیوم ، احتمال بازترکیب غیرتشعشعی چندین برابر بیشر از بازترکیب تشعشعی می باشد. یکی از بازترکیب های غیر تشعشعی بر روی لیزرهای تزریقی، افزایش جریان آستانه لیزر می باشد.

فرایند های بازترکیبی غیرتشعشعی که روی عملکرد لیزرهای نیمه هادی با طول موج بلند اثر می‌گذارند عبارتنداز بازترکیب اوژه، بازترکیب سطحی و بازترکیب در جاهای نامناسب.

بازترکیب اوژه مهمترین بازترکیب غیر تشعشعی در دماهای بالا برای لیزرهای با طول موج بلند است.

2-1-2-1- بازترکیب تشعشعی

نشر خودبخودی، بهره یا جذب و نشر برانگیخته از فرایندهای مرتبط با بازترکیبهای تشعشعی جفت الکترون حفره در لیزرهای نیمه هادی هستند. نرخ این فرایند ها با استفاده از رابطه انشتین به یکدیگر مرتبط

[1] Spontaneous Emission
[2] Stimulated Emission
[3] Population Inversion

می شوند. این روابط ابتدا برای انتقالات الکترونیکی بین دو سطح انرژی مجزا (مثلا در محیط گازی) بدست آورده شده اند. مشابه آن روابط، برای لیزرهای نیمه هادی نیز بدست می‌آیند.

- نشر خودبخودی

نرخ نشر خودبخودی و نرخ جذب برای یک لیزر نیمه هادی را می توان با استفاده از تئوری اغتشاش وابسته به زمان و جمع تمامی‌موقعیت های الکترون و حفره، بدست آورد. برای یک سیستم دو سطحی، الکترون با انتقال از تراز با انرژی اولیه E_e به تراز نهایی با انرژی E_h، موجب تشعشع فوتونی با انرژی $E = E_e - E_h$ می شود. احتمال انتقال یا نرخ نشر W برای همچنین فرایندی از قانون طلایی فرمی بدست می‌آید.

$$W = \frac{2p}{\mathbf{h}} \left| H'_{eh} \right|^2 r(E_h) d(E - E_e + E_h) \tag{8-2}$$

در این رابطه $\left| H'_{eh} \right|$عنصر ماتریس $\langle e|H'|h\rangle$ قسمت مستقل از زمان‌هاملتونین اغتشاش H_I بین حالت اولیه $|e\rangle$ و حالت نهایی $|h\rangle$ می باشد. در بدست آوردن معادله بالا ،هاملتونین اغتشاش به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$H_I = 2H' \sin(wt) \tag{9-2}$$

در نهایت می توان نرخ نشر خودبخودی را برای یک فوتون با انرژی Eاز رابطه زیر تعیین کرد.

$$r_{sp}(E) = \frac{4pq^2 \overline{m} E}{m_0^2 e_0 c^3 h^2} \left| M_{eh} \right|^2 d(E_e - E_h - E) \tag{10-2}$$

که در آن $\overline{m}$ ضریب شکت محیط، m_0 جرم الکترون آزاد و $M_{eh} = \langle e|\hat{e}.p|h\rangle$، عنصر ماتریس مومنتوم بین حالت های اولیه و نهایی می باشد. با انتگرال گیری از رابطه بالا بر روی تمام ترازها، نرخ تشعشع خودبخودی کل بدست می آید:

$$R(E) = \frac{4pq^2 \overline{m} E}{m_0^2 e_0 c^3 h^2} \int_{-\infty}^{\infty} r_c(E') r_v(E'') f_c(E') f_v(E'') \left| M_{if}{}^2 \right| dE' \tag{11-2}$$

$r(E)$ چگالی فوتون با انرژی Eمی باشد. f_c و f_v به ترتیب احتمال اشغال الکترون و حفره می‌باشند. در اینجا $E'' = E' - E$ است. نرخ کل تشعشع خودبخودی را می توان به صورت زیر تقریب زد:

$$R = Bnp \tag{12-2}$$

Bضریب بازترکیب تشعشعی می باشد. n و p نیز به ترتیب برابر با چگالی الکترون و حفره می‌باشند.

- بهره نوری