



دانشکده مکانیک

گروه طراحی کاربردی

رساله دکتری

## محاسبه پارامترهای شکست در صفحات مستطیلی ساخته شده از مواد

### مرکب تابعی تحت بار مکانیکی و حرارتی

محمدباقر نظری

اساتید راهنما

دکتر محمود شریعتی

دکتر محمدرضا اسلامی

استاد مشاور

دکتر بهروز حسنی

رساله دکتری جهت اخذ درجه دکتری

اسفند ۱۳۸۹

## تشکر و قدردانی

در ابتدا لازم می‌دانم از اساتید محترم جناب آقای دکتر شریعتی و جناب آقای دکتر اسلامی که در طول مدت تحصیل از راهنمایی‌های ایشان بهره‌مند شدم، صمیمانه تشکر نمایم. همچنین، از جناب آقای دکتر حسنی نیز بخاطر زحمات و راهنمایی‌های بیدریغشان کمال تشکر را دارم.

از بحث‌های جالب و مفید زمانهای استراحت با دانشجویان دوره دکتری آقایان دکتر رشیدی، دکتر نوروزی، دکتر عباس‌نژاد و آقای مهدیزاده بسیار آموختم؛ از تمامی آنان سپاسگزارم. کمک‌های دوست عزیزم آقای جواد شاه‌حسینی و خانواده محترم‌ش اقامت در تهران را برای من بسیار آسان نمود؛ از آنان نیز کمال تشکر و سپاس را دارم.

از روشنی‌بخش راه زندگی‌ام، پدر و مادر عزیزم، که همواره مشوق من هستند و در ایام تحصیل متحمل رنج فراوان شدند؛ خالصانه تشکر می‌کنم و خاضعانه دستشان را می‌بوسم. تلاشها و مشقتهای همسرم در به سرانجام رسیدن این رساله نقش حیاتی دارد؛ از وی و فاطمه کوچولو - که این رساله بخشی از خاطرات کودکی‌اش است - صمیمانه سپاسگزارم. در پایان از برادران، خواهرم و خانواده‌اش و همچنین خانواده همسرم تشکر می‌نمایم.

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج در این رساله نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این رساله متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد.

## چکیده

از آنجایی که بسیاری از سازه‌ها و ماشین‌ها تحت گرادیان دما و یا دمای بالا قرار می‌گیرند؛ تحلیل تنش‌های حرارتی یکی از مهمترین موضوع‌های مهندسی است. طبق تحقیقات، شکست تحت بارهای حرارتی یکی از مرسوم‌ترین و پیچیده‌ترین حالت‌های گسیختگی در سازه‌ها می‌باشد. موضوع اصلی مورد بحث، بررسی رفتار ترک در مواد مرکب تابعی بصورت محاسبه پارامترهای شکست (ضرایب شدت تنش و تنش  $T$ ) با استفاده از روش بدون‌المان گلرکین می‌باشد. برای محاسبه پارامترهای شکست حرارتی، علاوه بر اینکه روش انتگرال برهم کنش توسعه یافته است؛ روش‌های انتگرال  $L$  و همبستگی تغییر مکان‌ها نیز بکار رفته‌اند. مدلسازی ترک شامل فرآیند غنی‌سازی حوزه نوک ترک برای رصد مناسب تکنیکی میدان‌های ترموالاستیک و اعمال ناپیوستگی متغیر میدان در سطح ترک با استفاده از مجموعه بردارهای مرتبه‌ای انجام شده است. در مسائل ترموالاستیک که بصورت خطی در نظر گرفته شده؛ معادله هدایت گرمایی گذرا بصورت نیمه‌تحلیلی حل شده است. ابتدا این معادله با اعمال روش بدون‌المان گلرکین بصورت یک دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول خطی در فضا در آمده است. سپس با استفاده از روش تحلیلی تجزیه مودی، حل دستگاه مذکور نسبت به زمان بدست آمده است. در مثالهای عددی، صفحات مستطیلی در نظر گرفته شده است که در آنها تغییر خصوصیات فیزیکی هم با استفاده از توابع پیوسته مثل تابع نمایی مدل شده است و هم با استفاده از مدل‌های میکرومکانیک مواد مرکب بیان شده که در مراجع مختلف برای مواد مرکب تابعی توسعه یافته‌اند. همچنین اثر تغییر خصوصیات فیزیکی، روی ضریب شدت تنش مود  $I$  حرارتی برای توابع پیوسته مورد بحث قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** مواد مرکب تابعی، روش بدون‌المان گلرکین، ضرایب شدت تنش، تنش  $T$ ، انتگرال پایستار، تنش حرارتی.

## فهرست مطالب

### فصل اول: مواد مرکب تابعی

۲	۱-۱- مقدمه
۴	۲-۱- روشهای بدون المان
۸	۳-۱- مرور انجام شده مطالعات در شکست حرارتی FGM
۱۵	۴-۱- نتیجه گیری
۱۵	۵-۱- موضوع پایان نامه
۱۶	۶-۱- ساختار پایان نامه

### فصل دوم: روش بدون المان گلرکین

۱۸	۱-۲- مقدمه
۱۹	۲-۲- فرمولبندی و گسسته سازی معادلات در روش EFG
۲۷	۳-۲- ملاحظات عددی
۳۰	۴-۲- فرمولبندی مسائل الاستیسیته در روش بدون المان گلرکین مقید
۳۴	۵-۲- توابع شکل حداقل مربعات متحرک (MLS)
۴۰	۶-۲- انتقال حرارت در پیوستار جامد
۴۲	۷-۲- حل عددی معادله هدایت گرمایی
۴۶	۸-۲- هدایت گرمایی گذرا
۴۸	۹-۲- مثالهای عددی

### فصل سوم: مکانیک شکست مواد مرکب تابعی

۵۸	۱-۳- مقدمه
۵۸	۲-۳- روشهای عددی در مکانیک شکست
۶۴	۳-۳- مدلسازی ترک با روش بدون المان گلرکین
۶۷	۴-۳- روش مجموعه بردارهای مرتبه ای
۷۴	۵-۳- روشهای عددی محاسبه ضریب شدت تنش
۸۳	۶-۳- مکانیک شکست FGM
۸۷	۷-۳- مثالهای عددی

### فصل چهارم: شکست حرارتی مواد مرکب تابعی

۱۰۳	۱-۴- مقدمه
۱۰۳	۲-۴- بررسی ترک در میدان ترموالاستیک
۱۰۷	۳-۴- انتگرال ناحیه ای برای شکست حرارتی

۱۱۱	۴-۴- مثال‌های عددی
	<b>فصل پنجم: انتگرال برهم‌کنش برای تحلیل شکست حرارتی مواد مرکب هدفمند</b>
۱۴۳	۱-۵- مقدمه
۱۴۸	۲-۵- میدان‌های کمکی
۱۵۰	۳-۵- فرمولبندی انتگرال برهم‌کنش
۱۶۳	۴-۵- استخراج ضرایب شدت تنش
۱۶۳	۵-۵- استخراج تنش T
۱۶۶	۶-۵- مدل‌های میکرومکانیک توسعه‌یافته برای FGM
۱۶۹	۷-۵- مثال‌های عددی
	<b>فصل ششم: نتیجه‌گیری و پیشنهاد</b>
۱۸۷	۱-۶- مقدمه
۱۸۸	۲-۶- نتایج
۱۸۹	۳-۶- پیشنهادها
	<b>ضمائم</b>
۱۹۲	ضمیمه الف: چند مدل میکرومکانیک FGM
۲۱۲	ضمیمه ب: توابع زاویه‌ای حوزه نوک ترک
۲۱۴	<b>مراجع</b>

## فهرست شکل‌ها

صفحه

## فصل اول: مواد مرکب تابعی

- شکل ۱-۱- نمای کلی از یک FGM با تغییر پیوسته ساختار میکروسکوپی ۳
- شکل ۱-۲- ترک‌های ایجاد شده در سطح سرامیکی FGMS تحت شوک حرارتی ۴
- شکل ۱-۳- مدل گسسته هندسه در روش المان محدود و روشهای بدون المان ۶
- شکل ۱-۴- فرآیند حل مساله با روش‌های بدون المان و روش المان محدود ۷

## فصل دوم: روش بدون المان گلرکین

- شکل ۱-۲- نمایش ناحیه حل با گره‌ها و شبکه‌بندی زمینه در روشهای بدون مش ۲۱
- شکل ۲-۲- پارامترهای گرهی  $u_i$  و تابع تقریبی  $u^h(x)$  حاصل از فرایند MLS ۳۶
- شکل ۲-۳- نمایش ناحیه تکیه‌گاهی یک نقطه ۳۹
- شکل ۲-۴- یک صفحه FGM تحت بار مکانیکی ۴۹
- شکل ۲-۵- میدان تغییر مکان در مواد ایزوتروپیک تحت بارگذاری کرنش ثابت ۵۰
- شکل ۲-۶- اثر ارتوتروپی روی مولفه‌های تغییر مکان در بارگذاری کرنش معین ۵۰
- شکل ۲-۷- اثر تغییر ضریب غیرهمگنی مدول الاستیسیته روی توزیع تنش ۵۱
- شکل ۲-۸- میدان تنش حاصل تحت بارگذاری کششی ۵۲
- شکل ۲-۹- میدان تنش تحت بارگذاری خمشی ۵۳
- شکل ۲-۱۰- توزیع تنش حرارتی برای تغییر دمای یکنواخت ۵۴
- شکل ۲-۱۱- توزیع تنش حرارتی برای دمای ثابت لبه چپ و تغییر دمای لبه راست ۵۶
- شکل ۲-۱۲- توزیع تنش حرارتی برای دمای ثابت لبه چپ و تغییر دمای لبه راست ۵۶
- شکل ۲-۱۳- اثر مقادیر مختلف ضریب غیرهمگنی ضریب هدایت گرمایی روی میدان دما ۵۷

## فصل سوم: مکانیک شکست مواد مرکب تابعی

- شکل ۳-۱- نمای کلی کوپل تقریبهای غنی شده و خطی ۶۳
- شکل ۳-۲- محدود شدن ناحیه تکیه‌گاهی با کاربرد معیار دید ۶۴
- شکل ۳-۳- کاربرد روش پراش برای تصحیح ناحیه تکیه‌گاهی ۶۵
- شکل ۳-۴- کاربرد روش شفافیت برای تصحیح ناحیه تکیه‌گاهی ۶۷

- شکل ۳-۵- بیان یک فصل مشترک با استفاده از LSM ۶۹
- شکل ۳-۶- نمایش توابع  $\varphi$  و  $\psi$  بصورت مؤلفه‌های بردار موقعیت نقطه  $x$  ۷۰
- شکل ۳-۷- توابع مجموعه مرتبه‌ای برای اعمال معیارهای مرسوم در مدل‌سازی ترک ۷۲
- شکل ۳-۸- مجموعه گره‌های  $N^c$  ۷۳
- شکل ۳-۹- مجموعه گره‌های  $N^{tip}$  ۷۳
- شکل ۳-۱۰- کاربرد روش همبستگی تغییرمکان برای یک نقطه همبستگی ۷۴
- شکل ۳-۱۱- برونمایی ضریب شدت تنش در روش همبستگی تغییرمکانها ۷۷
- شکل ۳-۱۲- منظور کردن اثر رشد مجازی ترک در میدان تغییرمکان ۷۹
- شکل ۳-۱۳- مختصات محلی نوک ترک و کانتور برای محاسبه انتگرال  $J$  ۸۰
- شکل ۳-۱۴- نواحی انتگرالگیری برای محاسبه فرم سطحی انتگرال  $J$  ۸۲
- شکل ۳-۱۵- نمای کلی صفحه غیرهمگن تحت بارگذاری دوردست صفحه‌ای ۸۴
- شکل ۳-۱۶- هندسه و بارگذاری FGP حاوی ترک لبه‌ای ۸۸
- شکل ۳-۱۷- نمای کلی از هندسه، گره‌بندی کامل و گره‌بندی نوک ترک برای FGP ۸۹
- شکل ۳-۱۸- شرایط مرزی و ناحیه انتگرال  $J$  برای نصف مدل ۸۹
- شکل ۳-۱۹- مقایسه بازشدگی سطح ترک برای توابع پایه خطی و غنی‌شده ۹۰
- شکل ۳-۲۰- بازشدگی سطح ترک برحسب  $E(W)/E(0)$  ۹۰
- شکل ۳-۲۱- صفحه همگن تحت برش ۹۸
- شکل ۳-۲۲- هندسه و تغییرشکل یافته صفحه محدود FGM حاوی یک ترک مایل ۹۹
- شکل ۳-۲۳- ناحیه انتگرالگیری بدون سلولهای نوک ترک ۱۰۰
- شکل ۳-۲۴- ناحیه انتگرالگیری شامل سلولهای نوک ترک ۱۰۰
- فصل چهارم: شکست حرارتی مواد مرکب تابعی**
- شکل ۴-۱- موقعیت ترک نسبت به خط ناپیوستگی ضعیف. ۱۰۵
- شکل ۴-۲- صفحه FGM حاوی ترک نمایش کانتور  $C$  حول نوک ترک ۱۰۸
- شکل ۴-۳- نمایش کانتور  $D$  و سطح  $A$  ۱۱۰
- شکل ۴-۴- هندسه صفحه تحت بارگذاری، گره‌بندی کل ناحیه و نوک ترک ۱۱۲



- شکل ۴-۵- ضرایب شدت تنش برحسب طول ترک و دمای سرمایش ۱۱۵
- شکل ۴-۶- ضرایب شدت تنش برحسب طول ترک و دمای سرمایش ۱۱۵
- شکل ۴-۷- ضرایب شدت تنش برحسب طول ترک و دمای سرمایش ۱۱۶
- شکل ۴-۸- ضرایب شدت تنش برحسب طول ترک و دمای سرمایش ۱۱۶
- شکل ۴-۹- ضرایب شدت تنش برحسب طول ترک و دمای سرمایش ۱۱۷
- شکل ۴-۱۰- ضرایب شدت تنش برحسب طول ترک و دمای سرمایش ۱۱۷
- شکل ۴-۱۱- توزیع دمای پایا برحسب ضریب غیرهمگنی ضریب هدایت گرمایی ۱۱۸
- شکل ۴-۱۲- ضرایب شدت تنش برحسب طول ترک و دمای لبه بدون ترک ۱۱۹
- شکل ۴-۱۳- ضرایب شدت تنش برحسب طول ترک و دمای لبه بدون ترک ۱۱۹
- شکل ۴-۱۴- توزیع دمای گذرا در FGP برحسب زمان نرمالیزه شده ۱۲۰
- شکل ۴-۱۵- ضرایب شدت تنش در صفحه  $ZrO_2/Ti-6Al-4V$  -حالت کرنش صفحه‌ای ۱۲۰
- شکل ۴-۱۶- ضرایب شدت تنش در صفحه  $ZrO_2/Ti-6Al-4V$  -حالت تنش صفحه‌ای ۱۲۱
- شکل ۴-۱۷- ضرایب شدت تنش گذرا برحسب ضریب غیرهمگنی  $P_E$  ۱۲۲
- شکل ۴-۱۸- ضرایب شدت تنش گذرا برحسب ضریب غیرهمگنی  $P_V$  ۱۲۲
- شکل ۴-۱۹- ضرایب شدت تنش گذرا برحسب ضریب غیرهمگنی  $P_\alpha$  ۱۲۳
- شکل ۴-۲۰- ضرایب شدت تنش گذرا برحسب ضریب غیرهمگنی  $P_k$  ۱۲۴
- شکل ۴-۲۱- ضرایب شدت تنش گذرا برحسب ضریب غیرهمگنی  $P_{pc}$  ۱۲۵
- شکل ۴-۲۲- ضرایب شدت تنش گذرا برحسب دمای لبه بدون ترک ۱۲۵
- شکل ۴-۲۳- تغییرات کسر حجمی سرامیک در FGP برحسب توان  $p$  ۱۲۶
- شکل ۴-۲۴- توزیع دمای گذرا در FGP برحسب زمان نرمالیزه شده ۱۲۷
- شکل ۴-۲۵- تغییرات زمانی SIF برای حالت کرنش صفحه‌ای  $p=5$  ۱۲۸
- شکل ۴-۲۶- تغییرات زمانی SIF برای حالت تنش صفحه‌ای  $p=5$  ۱۲۸
- شکل ۴-۲۷- تغییرات زمانی SIF برای حالت کرنش صفحه‌ای  $p=1$  ۱۲۸
- شکل ۴-۲۸- تغییرات زمانی SIF برای حالت تنش صفحه‌ای  $p=1$  ۱۲۹
- شکل ۴-۲۹- تغییرات زمانی SIF برای حالت کرنش صفحه‌ای  $p=0.2$  ۱۳۰

- شکل ۴-۳۰- تغییرات زمانی SIF برای حالت تنش صفحه‌ای  $p=0.2$  ۱۳۰
- شکل ۴-۳۱- اثر تغییر توان پروفیل مدول الاستیسیته (PE) روی ضریب شدت تنش ۱۳۱
- شکل ۴-۳۲- اثر تغییرات توان پروفیل ضریب پواسون  $\nu$  روی ضریب شدت تنش ۱۳۱
- شکل ۴-۳۳- تغییرات SIF گذرا برحسب مقادیر مختلف توان ضریب انبساط حرارتی ۱۳۲
- شکل ۴-۳۴- اثر تغییرات ضریب هدایت گرمایی روی مقدار SIF ۱۳۲
- شکل ۴-۳۵- تغییرات SIF نسبت به زمان و پارامتر غیرهمگنی  $p_c$  ۱۳۳
- شکل ۴-۳۶- توزیع دمای گذرا در صفحه  $ZrO_2/Ti-6Al-4V$  برای  $p=1$  ۱۳۳
- شکل ۴-۳۷- تغییرات زمانی SIF در صفحه  $ZrO_2/Ti-6Al-4V$  برای کرنش صفحه‌ای ۱۳۴
- شکل ۴-۳۸- تغییرات زمانی SIF در صفحه  $ZrO_2/Ti-6Al-4V$  برای تنش صفحه‌ای ۱۳۴
- شکل ۴-۳۹- تغییرات زمانی SIF برای اعمال شرایط مختلف دمایی به لبه بدون ترک ۱۳۵
- شکل ۴-۴۰- مدل‌سازی لایه مرکب با سه لایه و تغییرات تابع تانژانت هیپربولیک ۱۳۶
- شکل ۴-۴۱- توزیع دمای گذرا در صفحه مرکب ۱۳۷
- شکل ۴-۴۲- تغییرات زمانی SIF برای حالت کرنش صفحه‌ای ۱۳۸
- شکل ۴-۴۳- تغییرات SIF برحسب زمان برای حالت تنش صفحه‌ای ۱۳۸
- شکل ۴-۴۴- توزیع دمای گذرا در FGP با مدل خودسازگار ۱۴۰
- شکل ۴-۴۵- تغییرات زمانی SIF برای طولهای مختلف ترک و حالت کرنش صفحه‌ای ۱۴۰
- فصل پنجم: انتگرال برهم‌کنش برای تحلیل شکست حرارتی مواد مرکب هدفمند**
- شکل ۵-۱- تفاوت تانسورهای ساختاری  $C_{tip}$  و  $C(x)$  ۱۴۸
- شکل ۵-۲- پیوستار دوبعدی FGM شامل ترک و میدانهای کمکی ضریب شدت تنش ۱۴۹
- شکل ۵-۳- میدانهای کمکی تنش  $T$  ۱۵۰
- شکل ۵-۴- تبدیل فرم کانتوری انتگرال  $J$  به فرم ناحیه‌ای ۱۵۱
- شکل ۵-۵- هندسه و بارگذاری صفحه ایزوتروپیک حاوی ترک لبه‌ای ۱۷۵
- شکل ۵-۶- صفحه ایزوتروپیک تغییرشکل یافته تحت کشش یکنواخت. ۱۷۸
- شکل ۵-۷- هندسه و بارگذاری صفحه همگن تحت برش. ۱۷۹
- شکل ۵-۸- هندسه و بارگذاری صفحه محدود FGM حاوی یک ترک مایل ۱۸۰

- ۱۸۲ شکل ۵-۹- نمای کلی از هندسه و گره‌بندی FGP
- ۱۸۲ شکل ۵-۱۰- توزیع دمای گذرا در صفحه FGM برحسب زمان نرمالیزه شده
- ۱۸۴ شکل ۵-۱۱- تغییرات زمانی TSIF I برای فرمولبندیهای مختلف انتگرال برهم کنش
- ۱۸۴ شکل ۵-۱۲- تغییرات زمانی TSIF I برای حالت کرنش صفحه‌ای و  $a/W=0.5$
- ۱۸۴ شکل ۵-۱۳- تغییرات زمانی TSIF I برای حالت تنش صفحه‌ای و  $a/W=0.5$
- ۱۸۵ شکل ۵-۱۴- تغییرات زمانی تنش T برای حالت کرنش صفحه‌ای و  $a/W=0.3$
- ۱۸۶ شکل ۵-۱۵- تغییرات زمانی B حالت کرنش صفحه‌ای و  $a/W=0.3$
- ۱۸۸ شکل ۵-۱۶- تغییرات زمانی B برای حالت‌های تنش و کرنش صفحه‌ای،

## فهرست جدولها

## فصل اول

جدول ۱-۱- مقایسه قابلیت‌های مختلف روش‌های بدون المان و روش المان محدود ۸

## فصل سوم: مکانیک شکست مواد مرکب تابعی

جدول ۱-۳- ضریب شدت تنش مود I برای FGP تحت کرنش ثابت ۹۱

جدول ۲-۳- ضریب شدت تنش مود I برای FGP تحت بار غشایی یکنواخت ۹۲

جدول ۳-۳- ضریب شدت تنش مود I برای FGP تحت بار خمشی خالص ۹۳

جدول ۴-۳- انتگرال J برای طولهای مختلف ناحیه انتگرالگیری و بارگذاری کششی ۹۵

جدول ۵-۳- انتگرال J برای طولهای مختلف ناحیه انتگرالگیری و بارگذاری خمشی ۹۶

جدول ۶-۳- مقایسه نتایج صفحه همگن تحت برش با مقادیر گزارش شده ۹۷

جدول ۷-۳- مقایسه نتایج صفحه ایزوتروپیک با مقادیر گزارش شده ۹۸

جدول ۸-۳- نتایج ضرایب شدت تنش برای FGP با تغییر نمایی مدول الاستیسیته ۹۹

## فصل چهارم: شکست حرارتی مواد مرکب تابعی

جدول ۱-۴- خصوصیات فیزیکی  $ZrO_2$  و Ti-6Al-4V ۱۱۴

جدول ۲-۴- ضرایب شدت تنش برای سرمایش یکنواخت ۱۱۵

جدول ۴-۴- مقادیر نرمالیزه شده ضریب شدت تنش برای سرمایش غیریکنواخت پایا ۱۱۸

جدول ۵-۴- مقایسه ضریب شدت تنش حرارتی پایا در صفحه مرکب ۱۳۷

## فصل پنجم: انتگرال برهم‌کنش برای تحلیل شکست حرارتی مواد مرکب

## هدفمند

جدول ۱-۵- چگونگی انتخاب میدانهای کمکی برای فرمولبندیهای مختلف ۱۴۷

جدول ۲-۵- مقایسه نتایج صفحه ایزوتروپیک تحت کشش با مقادیر گزارش شده ۱۷۲

جدول ۳-۵- نتایج SIF و تنش T در یک صفحه ایزوتروپیک تحت برش ۱۷۳

جدول ۴-۵- مقایسه نتایج صفحه ایزوتروپیک حاوی یک ترک مایل ۱۷۴

جدول ۵-۵- نتایج ضرایب شدت تنش برای FGP حاوی یک ترک مایل ۱۷۴

جدول ۶-۵- مقایسه نتایج ضرایب شدت تنش و تنش T برای FGP ۱۷۷

## علائم اختصاری

a	طول ترک
<b>a</b>	ضرایب مجهول در تقریب MLS
<b>A</b>	ماتریس moment در تقریب MLS
<b>B</b>	ماتریس ضرایب در تقریب MLS
<b>b</b>	نیروی کالبدی
c	گرمای ویژه
$\tilde{C}$	تانسور ساختاری
<b>C, C<sub>ij</sub></b>	ماتریس نرمی هدایت گرمایی
<b>D</b>	تانسور ساختاری دو بعدی
<b>E</b>	مدول یانگ
<b>F</b>	ضریب در رابطه ساختاری ترموالاستیسیته. کرنش صفحه‌ای: $F=1+v$ و تنش صفحه‌ای: $F=1$
<b>F</b>	بردار نیرو در معادلات گسسته
<b>h</b>	ضریب همرفت
<b>H</b>	فضای سوبولوف
<b>I</b>	ماتریس همانی
<b>J</b>	انتگرال مستقل از مسیر J
<b>k, k</b>	ضریب هدایت گرمایی
<b>K</b>	ضریب شدت تنش
<b>K</b>	ماتریس سختی در معادلات گسسته
<b>L</b>	فرم مرتبه دو
<b>M</b>	ماتریس مودی
<b>n, n</b>	بردار یکه و عمود رو به خارج روی کانتور یا مرز
<b>p</b>	بردار پایه
<b>P</b>	پارامتر غیرهمگنی خصوصیات ماده
<b>P</b>	ماتریسی که بردارهای پایه گره‌ها سطرهای آن می‌باشند
<b>q</b>	تابع وزنی تعریف شده روی ناحیه انتگرالگیری
<b>Q</b>	منبع حرارت در پیوستار جامد
<b>r</b>	مختصه شعاعی در مختصات قطبی، فاصله تا نوک ترک
<b>s</b>	پارامتر کاهنده مودی
<b>S</b>	ماتریس برای اعمال شرایط مرزی اساسی
<b>t</b>	زمان

T	بردار دمای گرهی در معادلات گسسته
u	میدان تغییر مکان
U	پارامتر گرهی تغییر مکان
w	تابع وزنی در تقریب MLS
W	عرض صفحه
W	تابع چگالی انرژی کرنشی
W	ماتریس تابع وزنی در تقریب MLS
$\mathbf{x}, \mathbf{x}_i$	مختصات دکارتی عمومی، $i=1, 2$
$\alpha$	ضریب انبساط حرارتی
$\beta$	پارامتر خصوصیات ماده: $\beta = \alpha / (1 - 2\nu)$
$\gamma$	ضریب پناستی
$\Gamma$	کانتور انتگرال J
$\delta_{ij}$	تابع دلتای کرونکر
$\varepsilon, \varepsilon_{ij}$	میدان کرنش
$\eta$	تابع آزمون
$\theta$	میدان کلی دما
$\theta$	مختصه زاویه‌ای در مختصات قطبی
$\kappa$	پارامتر خصوصیات ماده. کرنش صفحه‌ای: $\kappa = 3 - 4\nu$ و تنش صفحه‌ای: $(3 - \nu) / (1 + \nu)$
$\lambda$	ضریب لامه
$\Lambda$	طرف راست معادلات غیر کوپل هدایت گرمایی
$\mu$	مدول برشی
$\nu$	نسبت پواسون
$\rho$	چگالی
$\sigma, \sigma_{ij}$	میدان تنش
$\tau$	زمان نرمال شده
$\varphi, \Phi$	تابع شکل MLS
$\Phi$	مقادیر گرهی تابع شکل MLS
$\psi$	متغیر زمان در معادلات غیر کوپل هدایت گرمایی
$\Omega$	قسمتی از فضا که توسط جسم اشغال شده

بالانویسها

مقدار معلوم

—

.	مشتق گیری نسبت به زمان
aux	میدان کمکی
h	متغیر تقریبی
m	بخش مکانیکی
T	ترانهاده
th	بخش حرارتی
$\gamma$	پارامتر پنالته
	<b>زیر نویسها</b>
0	مقدار مرجع
$\infty$	مقدار محیطی
A	مساحت
c	همرفتی
cor	همبستگی
e	الاستیک
ess	شرط مرزی اساسی
i, j, k	شمارنده
I	تابع آزمون در فرم ضعیف
$\theta$	دما

## فصل اول

### مواد مرکب تابعی



## ۱-۱- مقدمه

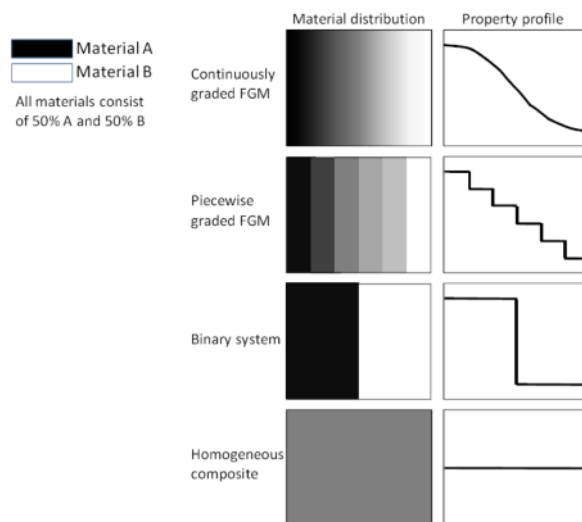
امروزه در بسیاری از موارد، اجزای سازه‌ها و ماشین‌ها علاوه بر نیروهای مکانیکی در معرض بارگذاری حرارتی نیز قرار می‌گیرند. مخازن تحت فشار و لوله‌ها در راکتور نیروگاه‌های هسته‌ای، اجزای داخلی راکتورهای شیمیایی و بدنه هواپیماهای فوق‌سریع در دماهای بالا، تحت گرادیان شدید و تغییر نوسانی دما قرار می‌گیرند. بررسی‌های عددی نشان می‌دهد؛ در یک فضایما که با سرعت ۸ ماخ مسافت ۲۶۸۰۰ متر را طی می‌کند، دما در نوک دماغه به ۲۰۶۶ K و در وسط آن به ۱۰۳۳ K می‌رسد، [۱] به نقل از [۲]. با توجه به محدودیت خصوصیات مواد همگن در دماهای بالا، انتخاب مواد با خواص مکانیکی و حرارتی قابل قبول از مهمترین چالشهای طراحی در این زمینه می‌باشد. برای مثال، در این شرایط موادی نیاز است که علاوه بر مقاومت سایشی و حرارتی، از چقرمگی مکانیکی و قابلیت هدایت گرمایی بالایی نیز برخوردار باشند. برای ساخت چرخنده‌ها و یاتاقانها، ماده همگنی یافت نمی‌شود که در دماهای بالا چقرمگی و مقاومت سایشی کافی داشته باشد.

در سالهای اخیر، استفاده از پوششهای سرامیکی برای قطعات از جنس سوپرآلیاژها گسترش یافته است؛ تا بتوان از خصوصیات مطلوب حرارتی سرامیکها به‌مراه خصوصیات مکانیکی ویژه سوپرآلیاژها بهره برد. اما کاربرد مواد همگن با پوشش ضدحرارتی، دارای مشکلاتی مانند ایجاد تنشهای حرارتی پسماند بالا در قطعه و جدا شدن پوشش از ماده همگن بخاطر استحکام نسبی پایین اتصال می‌باشد [۳]. برای رفع این نقایص بجای استفاده از پوشش همگن، ترکیب پیوسته پوشش و فلز همگن پیشنهاد شده است. بطوریکه در پوشش جدید ترکیب ماده از ۱۰۰ درصد فلز روی سطح اولیه بطور پیوسته تا ۱۰۰ درصد سرامیک روی سطح پوشش تغییر می‌کند. این مواد جدید، مواد مرکب تابعی<sup>۱</sup> نامیده می‌شوند.

---

<sup>۱</sup> - Functionally Graded Materials- FGMs

اولین بار مفهوم FGM توسط نینو<sup>۱</sup> و همکارانش در آزمایشگاه ملی هوافضای سندای<sup>۲</sup> در ژاپن بعنوان مواد ضدحرارت<sup>۳</sup> معرفی شد [۲]. هدف نینو تولید پوششی با مقاومت حرارتی بسیار بالا برای بدنه هواپیماهای فوق‌سریع بود که کاهش تنش حرارتی و افزایش مقاومت در برابر گرما را در پی داشته باشد. اما امروزه FGM کاربردهای وسیعتری یافته است. مهمترین مختصه FGM تغییر پیوسته خصوصیات فیزیکی است که بخاطر تغییر پیوسته ترکیب، ساختار کلی، ریزساختار و یا ساختار کریستالی از یک سطح تا سطح دیگر ماده اتفاق می‌افتد. معمولاً FGM بصورت ترکیب پیوسته دو ماده مختلف در نظر گرفته می‌شود (مطابق شکل (۱-۱)). یک سرامیک صنعتی برای مقاومت در برابر بارگذاری حرارتی و یک فلز سبک برای تامین خصوصیات مکانیکی مثل چقرمگی و صلبیت در ساخت FGM بکار می‌رود. بطور کلی، خواص FGM علاوه بر پروفیل ترکیب، تابع خواص فلز و سرامیک انتخابی نیز می‌باشد. خصوصیات FGM که از مخلوط شدن سرامیک و فلز بدست می‌آیند؛ با استفاده از قوانین اختلاط<sup>۴</sup> و مدل‌های میکرومکانیک بیان می‌شوند.



شکل ۱-۱- نمای کلی از یک FGM با تغییر پیوسته ساختار میکروسکوپی و تفاوت آن با مواد مرکب چند لایه و مواد همگن [۵]

<sup>1</sup>- Niino

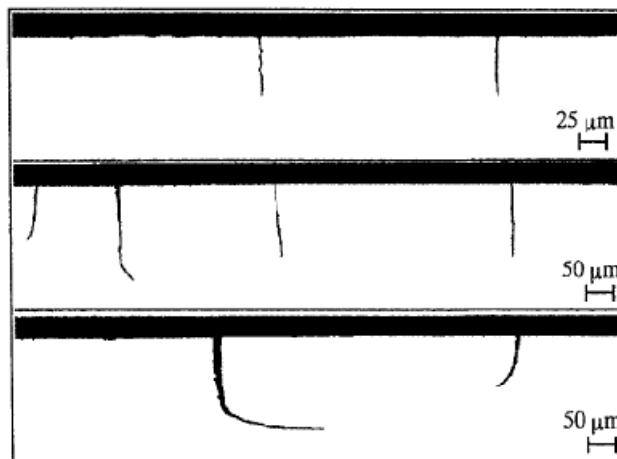
<sup>2</sup>- Sendai

<sup>3</sup>- Thermal Barrier Materials

<sup>4</sup>- mixture laws

تحلیل‌ها و آزمایش‌ها نشان می‌دهند؛ وقتی سطح سرامیکی FGM تحت شوک حرارتی قرار گیرد؛ ترک‌هایی در سطح سرامیکی ایجاد می‌شود. چنانکه معمولترین مود گسیختگی در FGM ایجاد این ترک‌ها می‌باشد. آزمایش‌های کاواساکی<sup>۱</sup> و واتانابه<sup>۲</sup> نشان می‌دهد؛ وقتی سطح سرامیکی FGM تحت شوک حرارتی قرار گیرد، در مرحله سرد شدن، ممکن است ترک‌هایی در سطح سرامیکی ایجاد شود [۴] و [۵] به نقل از [۲]. این ترک‌ها می‌تواند عمود بر سطح و یا به‌صورت منحنی باشند (شکل (۱-۲)). ترک‌های سطحی لبه‌ای طی فرایندهای گرمایش با اشعه لیزر (گرمایش لیزری<sup>۳</sup>) و گرمایش کوره‌ای<sup>۴</sup> نیز مشاهده شده است [۶-۹] به نقل از [۲].

در مطالعه اجسام دارای ترک، مکانیک شکست یکی از ابزارهای بسیار مهم است. داشتن اطلاعاتی در مورد ترک اهمیت ویژه‌ای در ارزیابی ایمنی و عمر قطعات و سازه‌ها دارد.



شکل ۱-۲- ترک‌های ایجاد شده در سطح سرامیکی FGM تحت شوک حرارتی [۴]

## ۲-۱- روش‌های بدون المان<sup>۵</sup>

محدودیت‌های روش‌های تحلیلی و تجربی در حل مسایل عملی منجر به گسترش روز افزون کاربرد روش‌های عددی شده است. در بسیاری از مسایل مکانیک جامدات، شامل گرا دیپان شدید تغییر

<sup>۱</sup>- Kawasaki

<sup>۲</sup>- Watanabe

<sup>۳</sup>- laser heating

<sup>۴</sup>- burner heating

<sup>۵</sup>- Meshless/Meshfree Methods

شکل، رشد ترک یا ناپیوستگی و غیره نیاز به روشهایی است که علاوه بر سادگی بتواند مسایل را با دقت مناسب مدلسازی کنند.

امروزه روشهای عددی متداولی مثل روش المان محدود در تحلیل مکانیک شکست سازه‌ها بکار می‌روند. اگر چه روش المان محدود با توجه به قابلیت‌های آن بطور گسترده در بررسی مسایل شامل تغییر پیوسته هندسه بکار می‌رود؛ اما دارای محدودیتهای جدی در این رابطه می‌باشد. تحلیل رشد ترک یکی از مواردی است که استفاده از روش المان محدود در آن نیازمند مش‌بندی مجدد هندسه می‌باشد. در اینگونه موارد استفاده از روشهای بر پایه مش مشکل، پرهزینه و زمانبر است. علاوه بر این، منطبق نبودن گره‌ها در مش‌بندیهای مجدد باعث زیاد شدن خطا و حتی واگرایی حل در رشد ترک می‌شود و مشکلاتی در بیان تاریخچه حل از ابتدا پدید می‌آورد. در سالهای اخیر دسته‌ای از روشهای بدون المان به شرح زیر گسترش یافته‌اند:

- ۱- Smooth Particle Hydrodynamics (SPH)
- ۲- Diffuse Element Method (DEM)
- ۳- Element Free Galerkin Method (EFG)
- ۴- h-p clouds
- ۵- Reproducing Kernel Particle Method (RKPM)
- ۶- Meshless Local Petrov-Galerkin Method (MLPGM)
- ۷- Local Boundary Integral Equation Method (LBIEM)

این روشها توانایی قابل قبولی در حل مسایل شامل مرزهای متغیر مثل رشد ترک دارند. طبق تعریف لیو<sup>۱</sup> [۱۰] یک روش بدون مش، روشی است که بدون ریز کردن ناحیه حل با مش‌های از پیش تعریف شده، بتواند دستگاه معادلات جبری را برای کل ناحیه حل بنا کند. هر چند عملاً در بسیاری از روشهای بدون مش برای انتگرال‌گیری عبارتهای حاصل از اعمال شکل ضعیف<sup>۲</sup> لازم است از مش‌بندی ساده ناحیه حل استفاده نمود.

---

<sup>۱</sup> - Liu

<sup>۲</sup> - weak formation