حلقه‌های ماتریسی به طور قوی تمیز روی حلقه‌های موضعی جابجایی

توسط

محبوبه رستم زاده

رسالهٔ ارائه شده به عنوان بخشی از ملزومات برای دریافت درجهٔ

محض (جبر) کارشناسی ارشد ریاضی

زیر نظر

دکتر محمد حسین حسینی

استاد مشاور

دکتر حسین فضایلی مقیمی

۲ شهریور ۱۳۹۰

دانشکدهٔ ریاضی

دانشگاه بیرجند

تقدیم به نازنین مادرم

به خاطر همه ی همدلی ها و عاشقانه هایش

و به پدر مهربانم

به پاس دلگرمی ها و همراهی هایش

قدردانی و تشکر

حمد و سپاس بیکران خداوند مهربانی را که سزاست که هر آنچه دارم از لطف و عنایت بی پایان اوست. خداوند بزرگ را شاکرم که یاریم نمود تا انجام این کار با تمام فراز و نشیب هایش به پایان رسد. پس از حمد و سپاس خداوند، از زحمات و بزرگواری های بهترین و دوست داشتنی ترین فرد زندگیم که همواره برای من الگوی مجسم انسانیت و بزرگ منشی هستند، صمیمانه تشکر و قدردانی می نمایم.

بر خود لازم می دانم از راهنمایی ها و همکاری های همیشگی استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر محمد حسین حسینی که تمام سختی ها و مشکلات را برای پیشرفت و شکوفایی اینجانب تحمل می کنند و هم چنین جناب آقای دکتر حسین فضایلی مقیمی به خاطر انتقادها و پیشنهادهای سازنده شان تشکر و قدردانی نمایم. از جناب آقای دکتر حسین اقدامی به خاطر صبر و حوصله و دقتشان و از جناب آقای دکتر محمد مهدی نصرآبادی که با وجود مشغله های فراوان، وقت گرانبهایشان را، برای داوری این پایان نامه قرار دادند کمال تشکر و امتنان را دارم.

فهرست مطالب

حلقه‌های ماتریسی به طور قوی تمیز روی حلقه‌های موضعی جابجایی

چکیده

یک عنصر از یک حلقه به طور قوی تمیز نامیده می شود، اگر بتوان آن را به صورت جمع یک یکه و خودتوان نوشت که با هم جابجا می شوند و یک حلقه به طور قوی تمیز نامیده می شود، اگر هر عنصر آن به طور قوی تمیز باشد. در این پایان نامه نشان می دهیم چه موقع حلقه‌ی ماتریسی $n \times n$ روی یک حلقه‌ی موضعی جابجایی به طور قوی تمیز می شود. هم‌چنین شرایط معادلی برای اینکه یک ماتریس به طور قوی تمیز باشد، ارائه می‌دهیم. عنصر $a \in R$، π-به طور قوی منظم نامیده می شود، اگر زنجیرهای $aR \supseteq aR^2 \supseteq \cdots$ و $Ra \supseteq R^2a \supseteq \cdots$ ایستا باشد. یک حلقه به طور قوی π-منظم نامیده می شود اگر هر عنصر آن به طور قوی π-منظم باشد.

واژه‌های کلیدی: *حلقه‌ی تمیز، حلقه‌ی به طور قوی تمیز، حلقه‌ی به طور قوی π-منظم*

پیشگفتار

در این پایان نامه نشان می‌دهیم که برای حلقه‌ی موضعی و جابجایی R و $n \geq ۱$ گزاره های زیر معادلند:

۱. $M_n(R)$ به طور قوی تمیز است؛

۲. ، $M_n(R)$ به طور قوی تمیز است اگر و فقط اگر هرماتریس همراه در $M_n(R)$ به طور قوی تمیزاست اگر و فقط اگر R یک حلقه‌ی $n-SRC$ باشد و برای هر $n < ۶$، R یک حلقه‌ی $n-SR$ است اگر وفقط اگر R یک حلقه‌ی $n-SRC$ باشد.

هم‌چنین نشان می‌دهیم برای حلقه‌ی موضعی جابجایی R، $J(R)$ پوچ است اگر و فقط اگر R به طور قوی π-منظم باشد.

حلقه های تمیز و به طور قوی تمیز توسط نیکلسون معرفی شده اند و توسط چندین نویسنده از جمله چن و یانگ، زو مورد مطالعه قرار گرفته شده است.

این پایان نامه که بیشتر در آن به حلقه های به طور قوی تمیز و به طور قوی π-منظم می پردازیم، در سه فصل تدوین شده است. فصل اول یا فصل پیشنیازها شامل سه بخش بوده که در آن به ترتیب تعاریف و مفاهیم اولیه مربوط به حلقه ها و توسیع ها و مدول‌ها آورده شده است. فصل دوم در دو بخش به حلقه های تمیز

و به طور قوی تمیز و حلقه های منظم و π-منظم اختصاص دارد. فصل سوم نیز شامل پنج بخش است. بخش اول مربوط به مقدمات و فاکتورگیری در $R[t]$ است و بخش دوم به فاکتورگیری SRC و به طور قوی تمیزی در $M_n(R)$ می پردازد. در بخش سوم مثال هایی از حلقه های SRC را بیان می‌کنیم و در بخش چهارم، نوع دیگری از فاکتورگیری را معرفی می‌کنیم و بالاخره در بخش پنجم مطالب مربوط به حلقه های ماتریسی به طور قوی π-منظم را مطرح می‌کنیم.

فصل ۱

پیشنیازها

۱.۱ حلقه ها

تعریف ۱.۱.۱. عنصر a در حلقه‌ی یکدار R را معکوس پذیر چپ (راست) گوییم اگر $c \in R$ ای ($b \in R$ای) وجود داشته باشد که $ca = 1_R$ ($ab = 1_R$). عنصر c (b) معکوس چپ (راست) a نامیده می شود. عنصر $a \in R$ که معکوس پذیر چپ و راست باشد معکوس پذیر یا یکه نامیده می شود.

تبصره ۲.۱.۱. معکوس های چپ و راست یکه ی a در حلقه‌ی یکدار R لزوما یکی هستند (زیرا $ab = 1_R = ca$ ایجاب می کند که $b = 1_R b = (ca)b = c(ab) = c1_R = c$).

تعریف ۳.۱.۱. فرض کنید R یک حلقه باشد عنصر $x \in R$ را یک مقسوم علیه صفر راست نامیم هرگاه $0 \neq y \in R$ موجود باشد به طوری که $yx = 0$. مشابها

عنصر $x \in R$ را یک مقسوم علیه صفر چپ می نامیم هرگاه $0 \neq y \in R$ موجود باشد به طوری که $xy = 0$. عنصر $x \in R$ را یک مقسوم علیه صفر می خوانیم هرگاه مقسوم علیه صفر راست و چپ باشد.

تبصره ۴.۱.۱. اگر R یک حلقه‌ی جابجایی باشد آن‌گاه هر مقسوم علیه صفر راست یک مقسوم علیه صفر چپ نیز است و بالعکس.

تعریف ۵.۱.۱. حلقه‌ی جابجایی و یکدار R با خاصیت $1_R \neq 0$ و فاقد مقسوم علیه‌های صفر، یک دامنه ی صحیح نامیده می شود. حلقه‌ی یکدار D با خاصیت $1_D \neq 0$ که در آن هر عنصر ناصفر یکه باشد یک حلقه‌ی بخشی نام دارد. هر میدان یک حلقه‌ی بخشی تعویض پذیر است.

براحتی ثابت می شود که حلقه‌ی یکدار R یک حلقه‌ی بخشی است اگر و فقط اگر عناصر ناصفر R تحت ضرب گروه تشکیل دهند.

تعریف ۶.۱.۱. فرض کنید R و S دو حلقه‌ی جابجایی و یکدار باشند. تابع $f : R \to S$ یک همریختی حلقه‌هاست. مشروط بر اینکه به ازای هر $a, b \in R$ داشته باشیم

(الف) $f(ab) = f(a)f(b)$؛

(ب) $f(a+b) = f(a) + f(b)$؛

(ج) $f(1_R) = 1_S$.

یک تکریختی (بروریختی، یکریختی) از حلقه‌ها یک همریختی از حلقه‌هاست که نگاشتی یک به یک (پوشا، یک به یک و پوشا) باشد.
هسته‌ی همریختی $f : R \longrightarrow S$ از حلقه ها هسته‌ی آن به عنوان نگاشت گروه های جمعی است، یعنی $Kerf = \{r \in R|\ f(r) = ۰\}$. به همین نحو نقش f، که با Imf نموده می شود، عبارت است از $\{s \in S|s = f(r)\ \ \forall r \in R\}$.

تعریف ۷.۱.۱. فرض کنید R یک حلقه باشد. زیرمجموعه ی ناتهی I از R یک ایده‌آل چپ (راست) R نامیده می شود هرگاه به ازای هر $a, b \in I$ و هر $r \in R$، $ra \in I$ و $a - b \in I$ ($ar \in I$ و $a - b \in I$).
زیرمجموعه‌ی ناتهی I از حلقه‌ی R را یک ایده‌آل (دو طرفه) R می‌نامند هرگاه I یک ایده‌آل چپ و راست R باشد.

مثال ۸.۱.۱. فرض کنید $n \in \mathbb{Z}$ و $I = \{nk|\ k \in \mathbb{Z}\}$. I یک زیر حلقه است. هم‌چنین به ازای هر $r \in \mathbb{Z}$، $(nk)\,r = n\,(kr) \in I$ و $r\,(nk) = n\,(rk) \in I$. از این رو I ایده‌آلی از $\mathbb{Z}$ است.

قضیه ۹.۱.۱. فرض کنید R یک حلقه و I ایده‌آلی از R باشد. در این‌صورت گروه خارج قسمتی جمعی R/I حلقه‌ای است که در آن ضرب به صورت زیر داده می شود:

$$(a + I)(b + I) = ab + I$$

هرگاه R تعویض پذیر یا یکدار باشد، همین امر برای R/I نیز درست است.

برهان. به صفحه‌ی ۱۹۴ از [۱۱] مراجعه کنید. $\square$

تعریف ۱۰.۱.۱. عنصر x از حلقه‌ی R را پوچ توان نامیم هرگاه $n \in \mathbb{N}$ موجود باشد به طوری که $x^n = 0$.

تعریف ۱۱.۱.۱. فرض کنید I ایده‌آلی از حلقه‌ی R باشد.

(الف) I یک ایده‌آل پوچ نامیده می شود هرگاه هر عنصر آن عنصری پوچ توان باشد.

(ب) I یک ایده‌آل پوچ توان نامیده می شود هرگاه به ازای عدد صحیح مثبت nای ، $I^n = \{0\}$.

تعریف ۱۲.۱.۱. در حلقه‌ی R مجموعه‌ی عناصر پوچ توان تشکیل یک ایده‌آل می دهند. این ایده‌آل را پوچ رادیکال R می‌نامیم و با $Nil\,(R)$ نمایش می‌دهیم.

تعریف ۱۳.۱.۱. حلقه‌ی R را کاهشی می‌نامیم هرگاه عضو پوچ توان غیر صفر نداشته باشد.

مثال ۱۴.۱.۱. هر دامنه ی صحیح، یک حلقه‌ی کاهشی است. هم‌چنین هر میدان نیز کاهشی می‌باشد.

مثال ۱۵.۱.۱. در حلقه‌ی $\mathbb{Z}_8$، ایده‌آل $I = \{\bar{0}, \bar{4}\}$ یک ایده‌آل پوچ و نیز پوچ توان است.

تعریف ۱۶.۱.۱. ایده‌آل I از حلقه‌ی R را به طور متناهی تولید شده گوییم هرگاه عناصر $a_1, a_2, \cdots, a_n \in R$ موجود باشد به طوری که $I =< a_1, a_2, \cdots, a_n >$. هم‌چنین اگر $I =< a >$ که $a \in R$ آن‌گاه I را یک ایده‌آل اصلی می نامیم.

تعریف ۱۷.۱.۱. فرض کنید R حلقه‌ای تعویض پذیر یکدار باشد. اگر هر ایده‌آل R یک ایده‌آل اصلی باشد، آن‌گاه R حلقه‌ی ایده‌آل اصلی نامیده می شود.

حوزه ی صحیحی را که حلقه‌ی ایده‌آل اصلی نیز باشد حوزه ی ایده‌آل اصلی (PID) می نامند.

مثال ۱.۱.۱۸. هر حلقه‌ی بخشی یک PID است. $\mathbb{Q}$ یک حلقه‌ی بخشی است پس PID است.

ایده‌آل سره‌ی P از حلقه‌ی R را یک ایده‌آل اول نامیم هرگاه برای هر $a, b \in R$ که $ab \in P$ داشته باشیم $a \in P$ یا $b \in P$. همچنین ایده‌آل سره ی M از حلقه‌ی R را یک ایده‌آل ماکسیمال نامیده می شود هرگاه برای هر ایده‌آل $M \subseteq N \triangleright R$ داشته باشیم $N = M$ یا $N = R$.

مثال ۱.۱.۱۹. به ازای هر عدد اول p، ایده‌آل $M =< p >$ در حلقه‌ی $\mathbb{Z}$ یک ایده‌آل ماکسیمال است.

قضیه ۱.۱.۲۰. در حلقه‌ی ناصفر و یکدار R همواره ایده‌آل های (چپ) ماکسیمال وجود دارند. در واقع، هر ایده‌آل (چپ) در R (جز خود R) مشمول یک ایده‌آل (چپ) ماکسیمال است.

برهان. به [۱۱] صفحه‌ی ۱۹۸ مراجعه کنید. $\square$

تعریف ۱.۱.۲۱. یک حلقه‌ی موضعی حلقه‌ی تعویض پذیر یکداری است که ایده‌آل ماکسیمال منحصر بفرد دارد.

تعریف ۱.۱.۲۲. حلقه‌ی R را نیمه موضعی می نامیم اگر تنها دارای تعدادی متناهی ایده‌آل ماکسیمال باشد.

تبصره ۲۳.۱.۱. چون هر ایده‌آل در یک حلقه‌ی یکدار مشمول ایده‌آل ماکسیمال است. ایده‌آل ماکسیمال منحصر بفرد حلقه‌ی موضعی R باید هر ایده‌آل R (البته غیر از خود R) را شامل باشد.

مثال ۲۴.۱.۱. هرگاه p اول بوده و $n \geq 1$، آن‌گاه $\mathbb{Z}_{p^n}$ یک حلقه‌ی موضعی با ایده‌آل ماکسیمال منحصر به فرد (p) است.

تعریف ۲۵.۱.۱. حلقه‌ی R را نشاینده در حلقه‌ی S گویند هرگاه یک تکریختی از R به داخل S موجود باشد.

از تعریف فوق نتیجه می شود که حلقه‌ی R قابل نشاندن در حلقه‌ی S است هرگاه زیر حلقه‌ی T ای از S موجود باشد به طوری که $R \cong T$.

قضیه ۲۶.۱.۱. هر حلقه‌ی R را می‌توان در حلقه‌ی یکدار S نشاند به طوری که R یک ایده‌آل S باشد. اگر R تعویض پذیر باشد، آن‌گاه S نیز تعویض پذیر است.

برهان. به [۱۸] صفحه‌ی ۳۹۸ مراجعه کنید. □

قضیه ۲۷.۱.۱. فرض کنید R حلقه‌ای تعویض پذیر و فاقد مقسوم علیه صفر باشد. در این‌صورت می‌توان R را در یک حوزه ی صحیح نشاند.

برهان. به [۱۸]صفحه‌ی ۳۹۹ مراجعه کنید. □

تعریف ۲۸.۱.۱. فرض کنید R یک حلقه باشد. اگر $f(t) = a_0 + a_1 t + \ldots + a_n t^n$ که $a_n \neq 0$ ، یک چندجمله ای در $R[t]$ باشد، آن‌گاه n را درجه‌ی $f(t)$ نامیده و آن را با $deg\ f(t)$ نمایش می دهند، هم‌چنین a_n را ضریب پیشرو $f(t)$ می نامند. اگر R یکدار باشد و $a_n = 1$ ، آن‌گاه $f(t)$ یک چندجمله‌ای تکین نامیده می شود.

تعریف ۲۹.۱.۱. فرض کنید R یک حلقه‌ی تعویض پذیر یکدار باشد و داشته باشیم $f(t) = a_0 + a_1 t + \ldots + a_n t^n \in R[t]$. به ازای هر $r \in R$، تعریف کنید

$$f(r) = a_0 + a_1 r + \ldots + a_n r^n$$

وقتی $f(r) = 0$ ، r را یک ریشه یا صفر $f(t)$ می نامند.

تعریف ۳۰.۱.۱. حلقه‌ی R در شرط زنجیر نزولی (DCC) برای ایده‌آل های چپ (راست) صدق می کند هرگاه به ازای هر دنباله از ایده‌آل های چپ (راست) I_1، I_2، $\cdots$ از R به صورت $I_1 \supseteq I_2 \supseteq \cdots$ ، عدد صحیح مثبت n (وابسته به دنباله) موجود باشد به طوری که

$$I_n = I_{n+1} = \cdots$$

تعریف ۳۱.۱.۱. حلقه‌ای که در شرط DCC برای ایده‌آل های چپ (راست) صدق می کند یک حلقه‌ی آرتینی چپ (راست) می نامند.
حلقه‌ای که آرتینی چپ و آرتینی راست باشد یک حلقه‌ی آرتینی نامیده می شود.

تعریف ۳۲.۱.۱. حلقه‌ی R در شرط زنجیر صعودی (ACC) برای ایده‌آل های چپ (راست) صدق می کند هرگاه به ازای هر دنباله از ایده‌آل های چپ (راست) I_1، I_2، ... از R به صورت $I_1 \subseteq I_2 \subseteq \cdots$، عدد صحیح مثبت n (وابسته به دنباله) موجود باشد به طوری که

$$I_n = I_{n+1} = \cdots$$

تعریف ۳۳.۱.۱. حلقه‌ای که در شرط ACC برای ایده‌آل های چپ (راست) صدق می کند یک حلقه‌ی نوتری چپ (راست) می نامند.
حلقه‌ای که نوتری چپ (راست) باشد یک حلقه‌ی نوتری می شود.

تعریف ۳۴.۱.۱. فرض کنید R یک حلقه باشد، در این‌صورت کوچکترین عدد طبیعی n را که برای هر $x \in R$ داشته باشیم $nx = ۰$ ، مشخصه‌ی حلقه‌ی R می نامیم. در صورتی که چنین nای موجود نباشد، R را از مشخصه‌ی صفر می نامیم. مشخصه‌ی حلقه‌ی R را با $Char(R)$ نشان می‌دهیم.

مثال ۳۵.۱.۱. حلقه های $\mathbb{Z}$، $\mathbb{Q}$ و $\mathbb{R}$ از مشخصه‌ی صفر هستند.

مثال ۳۶.۱.۱. هرگاه x مجموعه ای غیرتهی باشد، آن‌گاه مشخصه‌ی حلقه‌ی $(P(X), \triangle, \cap)$ برابر ۲ است. زیرا برای هر $A \subseteq X$ داریم:

$$A \triangle A = (A - A) \cup (A - A) = \emptyset \qquad \Longleftrightarrow \qquad ۲A = A \triangle A = \emptyset$$

تعریف ۳۷.۱.۱. عنصر x از حلقه‌ی R را خودتوان نامیم هرگاه داشته باشیم $x^۲ = x$.

مثال ۳۸.۱.۱. عناصر خودتوان حلقه‌ی $(\mathbb{Z}_۸, \oplus, \odot)$ عبارتند از ۰ و ۱.

تعریف ۳۹.۱.۱. فرض کنید B یک حلقه، A یک زیرحلقه از B و C مجموعه عناصری از B باشد که روی A صحیح هستند، در این‌صورت C را بستار صحیح A در B می نامند. اگر $C = A$ آن‌گاه A به طور صحیح بسته در B نامیده می شود و اگر $C = B$ آن‌گاه حلقه B یک حلقه‌ی صحیح روی A نامیده می شود.

تعریف ۴۰.۱.۱. فرض کنید I یک ایده‌آل از حلقه‌ی R باشد. عنصر $r \in R$ را روی I صحیح گویند هرگاه عدد صحیح n و عناصر $a_i \in I^i$ برای $i = ۱, ۲, \cdots, n$ موجود باشند به طوری که

$$r^n + a_۱ r^{n-۱} + a_۲ r^{n-۲} + \ldots + a_{n-۱} r + a_n = ۰$$

مجموعه‌ی تمام عناصری را که روی I صحیح باشد بستار صحیح I نامیده می شود.

تعریف ۴۱.۱.۱. فرض کنید F یک میدان باشد، چندجمله‌ای $p(x) \in F[x]$ را تحویل ناپذیر گوییم هرگاه نتوان آنرا به صورت $p(x) = f(x)g(x)$ نوشت که در آن $f(x)$ و $g(x)$ چندجمله ای های غیرثابت از $F[x]$ باشند.

تعریف ۴۲.۱.۱. برای هر دو ماتریس A و B روی حلقه‌ی R جمع قطری آن‌ها را با $A \oplus B$ نمایش می‌دهیم و به شکل زیر تعریف می شود

$$A \oplus B = \begin{pmatrix} A & ۰ \\ ۰ & B \end{pmatrix}$$

تعریف ۴۳.۱.۱. p را یک عدد اول ثابت در نظر بگیرید، یک عدد صحیح p-ادیک می‌تواند به روش های مختلفی بیان شود.

یک طرز نمایش آن از طریق سری‌های

$$x = a_۰ + a_۱ p + a_۲ p^۲ + \ldots \quad , a_i \in \mathbb{Z} \quad (۱)$$

می باشند. مجموع‌های جزئی عبارتست از $x_n = a_0 + a_1 p + \ldots + a_n p^n$. بنابراین $x_n - x_{n-1} = a_n p^n$.

یک عدد صحیح p-ادیک می‌تواند به عنوان یک دنباله از اعداد صحیح $x = \{x_0, x_1, \cdots\}$ تعریف شود که در شرط زیر صدق کند

$$x_n \equiv x_{n-1} \ (mod P^n) \ , \quad n = 1, 2, \cdots \quad (2)$$

فرض کنید یک دنباله در (۲) صدق کند می‌توانیم ضرایب سری (۱) را بیابیم با

$$a_0 = x_0 \quad , \quad a_1 = \frac{x_1 - x_0}{p} \quad , a_2 = \frac{x_2 - x_1}{p^2} \quad , \cdots$$

دنباله های x و y، یک عدد صحیح p-ادیک یکسان تعریف می کنند اگر و فقط اگر

$$x_n \equiv y_n (mod p^{n+1}) \ , \quad n = 0, 1, \cdots$$

جایگزین کردن هر x_n با کوچکترین عدد صحیح نامنفی هم نهشت با آن به کالبد p^{n+1} معادل است با محدود کردن a_i در (۱) به $\{0, 1, \cdots, p^{n-1}\}$ [اینرا نمایش استاندارد می نامیم].

با استفاده از (۱) جمع و ضرب اعداد صحیح p-ادیک همان جمع و ضرب چندجمله ای ها تعریف می شود. با نمایش (۲) در نظر می‌گیریم

$$x + y = \{x_n + y_n\} \quad , \quad xy = \{x_n y_n\}$$

با جمع و ضرب تعریف شده، مجموعه‌ی اعداد صحیح p-ادیک یک حلقه است که آن را با θ_p نشان می‌دهیم. اعداد صحیح گویای $\mathbb{Z}$ تشکیل زیرحلقه از θ_p از طریق $x = \{x, x, x, \cdots\}$ می‌دهد.

۲.۱ توسیع‌ها

تعریف ۱.۲.۱. فرض کنید F یک میدان و K زیر میدانی از آن باشد. میدان F را یک توسیع K نامند، که آن را با F/K نشان می‌دهیم. F/K یک توسیع میدان یا میدان توسیع نامیده می شود.

تعریف ۲.۲.۱. فرض کنید F/K یک توسیع میدان باشد. عنصر $a \in F$ را روی K جبری گویند هرگاه عناصر $k_0, k_1, \cdots, k_n \in K$ (که همه صفر نیستند) موجود باشند به طوری که $k_0 + k_1 a + \ldots + k_n a^n = 0$.

فرض کنید F/K یک توسیع میدان باشد و $a \in F$. در این‌صورت a روی K جبری است اگر و فقط اگر a ریشه ی یک چندجمله‌ای ناصفر با ضرایب در K باشد.

مثال ۳.۲.۱. عنصر $\sqrt{2}$ در $\mathbb{R}$ روی $\mathbb{Q}$ جبری است. زیرا به طور واضح $\sqrt{2}$ ریشه‌ی چندجمله ای$x^2 - 2 \in \mathbb{Q}$ است.

تعریف ۴.۲.۱. فرض کنید K میدانی دلخواه باشد. میدان $K \subseteq F$ را بستار جبری K نامند هرگاه

۱. F/K جبری باشد ؛