بسم الله الرحمن الرحيم

پردیس دانشگاهی

علوم ریاضی – کاربردی

طراحی کنترل کننده PID مرتبه کسری بهینه سازی شده برای سیستمهای چند ورودی چند خروجی

از :

محمد رضایی حسن آبادی

اساتید راهنما :

دکتر محمد کیانپور

دکتر حامد مجللی

اسفند ۹۳

تقدیـــم

این پایان نامه را ضمن تشکر و سپاس بیکران و در کمال افتخار و امتنان تقدیم می‌نمایم به:

- **محضر ارزشمند پدر و مادر عزیزم به خاطر همه تلاشهای محبت آمیزی که در دوران مختلف زندگی‌ام انجام داده اند و بامهربانی چگونه زیستن را به من آموخته‌اند.**
- **به همسر با وفا و مهربانم به پاس قدر دانی از قلبی آکنده از عشق و معرفت که محیطی سرشار از سلامت و امنیت و آرامش و آسایش برای من فراهم آورده است و در تمام طول تحصیل همراه و همگام و مشوق من بوده است.**
- **به همسفران مهربان زندگیم ، سینا و علی دو فرشته ای که از سوی خداوند بخشنده و مهربان به من هدیه شده‌اند تا در آسمان زندگی ام بدرخشند.**
- **به استادان فرزانه و فرهیخته‌ای که در راه کسب علم و معرفت مرا یاری نمودند.**
- **به آنان که نفس خیرشان و دعای روح پرورشان بدرقه‌ی راهم بود.**
- **به آنان که در راه کسب دانش راهنمایم بودند**
- **الهی به من کمک کن تا بتوانم ادای دین کنم و حسن عاقبت ، سلامت و سعادت را برای عزیزانم مقدر نما.**

تقدیر و تشکر

سپاس و ستایش مر خدای را جل و جلاله که آثار قدرت او بر چهره روز روشن، تابان است و انوار حکمت او در دل شب تار، درفشان. آفریدگاری که خویشتن را به ما شناساند و درهای علم را بر ما گشود و عمری و فرصتی عطا فرمود تا بدان، بنده ضعیف خویش را در طریق علم و معرفت بیازماید.

جایگاه و منزلت معلم بدون شک ، اجّل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی شائبه ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم. اما از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین می‌کند و سلامت امانت هایی را که به دستش سپرده اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب " من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر اللّه عزّ و جلّ" لذا از اساتید با کمالات و شایسته؛ جناب آقای دکتر کیانپور و جناب آقای دکتر مجللی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتند و از اساتید فرزانه و دلسوز؛ سرکار خانم دکتر نصیری و دکتر باقریان که زحمت داوری این رساله را متقبل شدند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

کلیات تحقیق و مروری بر تحقیقات انجام شده ۱

۱- مقدمه ۱

۱-۱ مروری بر تحقیقات گذشته ۲

۱-۲ نوآوری ۴

۱-۳ ساختار پایان نامه ۴

کنترل کننده *PID* ۶

۲- کنترل کننده ها ۶

۲-۱ کنترل کننده تناسبی *P* ۷

۲-۲ کنترل کننده انتگرالی I ۱۰

۲-۳ کنترل کننده تناسبی –انتگراگیر (*PI*) ۱۲

۲-۴ کنترل کننده مشتق گیر D ۱۳

۲-۵ کنترل کننده تناسبی – مشتق گیر *PD* ۱۴

۲-۶ کنترل کننده تناسبی - انتگرالی - مشتق گیر (*PID*) ۱۴

۲-۷ تنظیم پارامترهای کنترل کننده ۱۵

۳- *PID* مرتبه کسری ۲۰

مقدمه ۲۰

۳-۱ حساب دیفرانسیل و انتگرال مرتبه کسری ۲۱

۳-۲ سیستم کنترل کننده مرتبه کسری ۲۷

۴- *PSO* آشوبگونه ۴۰

مقدمه ۴۰

۴-۱ الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات *PSO* ۴۱

۴-۲ همگرایی *PSO* ۴۲

۴-۳ معایب الگوریتم *PSO* ۴۵

۴-۴ نظریه آشوب ۴۵

۵- نتایج عددی و تحلیل آن ۴۹

۵-۱ نتیجه گیری ۵۷

منابع ..... ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.

پیوست ۱ : لیست برنامه کامپیوتری ۶۰

فهرست جدول‌ها

عنوان **صفحه**

جدول ۲-۱ . الگوی تنظیم پارامترهای کنترل به روش کوهن ۱۶
جدول ۲-۲ . الگوی تنظیم پارامترهای کنترلر به روش اول زیگلر- نیکولس ۱۷
جدول ۳-۱ . انواع مختلف کنترل کننده مرتبه کسری ۲۰
جدول ۳ ۱. پایداری و پاسخ حوزه زمان سیستم مرتبه کسری بر اساس آرگومان φ ۳۷
جدول ۵-۱ . پارامترهای کنترلر مرتبه کسری استخراج شده ۵۴
جدول ۵-۲ . نتایج حاصل از روش PSO برای کنترلر مرتبه کسری تبدیل یافته بروش استالوپ تصحیح شده ۵۴
جدول ۵-۳ . نتایج حاصل از روش PSO برای کنترلر PID کلاسیک از بکار گیری کنترلر بصورت منفرد و همزمان ۵۵
جدول ۵-۴ . پارامترهای کنترلر مرتبه کسری استخراج شده به روش آشوبگونه ۵۶
جدول ۵-۵ . نتایج حاصل از روش PSO برای کنترلر مرتبه کسری تبدیل یافته به روش استالوپ تصحیح شده آشوبگونه ۵۶

فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل ۲-۱ . دیاگرام عمومی سیستم کنترل	۶
شکل ۲-۲ . نحوه تغییرات خروجی با تغییرات تابع خطا	۷
شکل ۲-۳. پاسخ پله واحد به ازای مقادیر مختلف ضریب بهره	۸
شکل۲-۴ . پاسخ پله سیستم مرتبه دو به ازای مقادیر مختلف ضریب بهره	۱۰
شکل ۲- ۵. دیاگرام نحوه اثر کنترلر انتگرالی	۱۱
شکل ۲-۶ . دیاگرام کنترل کننده تناسبی – انتگرالی	۱۲
شکل۲-۷ . منحنی پاسخ پله با کنترلر تناسبی –انتگرالی به ازای مقادیر مختلف بهره انتگرالی	۱۳
شکل۲-۸ . دیاگرام اثر کنترل کننده تناسبی - مشتقی	۱۴
شکل ۲-۹ . دیاگرام اثر کنترل کننده سه جزئی PID	۱۵
شکل ۲-۱۰. منحنی پاسخ سیستم مرتبه اول با زمان تاخیر t_d	۱۶
شکل ۳-۱ حوزه پایداری سیستم مرتبه کسری متناسب در صفحه S وW	۳۶
شکل ۳-۲ .منحنی پاسخ پله با توجه به حوزه پایداری	۳۷
شکل ۴-۱. منحنی توابع SH-SHUBER، RA-RASTRIGIN ،GP-GOLDSTEIN-PRICE	۴۲
شکل ۴-۲. منحنی بهینه یابی الگوریتم PSO برای توابع GP-GOLDSTEIN-PRICE، -RA	۴۳
شکل ۴-۳ . دیاگرام الگوریتم PSO ساده	۴۴
شکل ۴-۴. نمایش از رفتار آشوبناک و تصادفی جستجوی اعداد بین صفر و یک در ۳۰۰ مرحله تکرار	۴۷
شکل ۵-۱ . دیاگرام سیستم دو ورودی، دو خروجی بدون جداکننده	۵۱
شکل ۵-۲ . دیاگرام سیستم دو ورودی، دو خروجی با جداکننده D	۵۲
شکل ۵-۳ . دیاگرام سیستم کنترل با جدا کننده D	۵۴
شکل ۵-۴. مقایسه منحنی پاسخ پله حاصل از بکارگیری PID با استفاده از الگوریتم PSO	۵۵
شکل ۵-۵ . منحنی پاسخ پله حاصل از بکارگیری PID با استفاده از الگوریتم آشوبگونه PSO	۵۶

چکیده فارسی

عنوان :طراحی کنترل کننده *PID* مرتبه کسری بهینه سازی شده برای سیستمهای چند ورودی چند خروجی

نام دانشجو : محمد رضایی حسن آبادی

در این پایان نامه سیستمهای مرتبه صحیح و کسری چند ورودی، چند خروجی (*MIMO*) را مورد مطالعه قرار داده و با استفاده از روش بهینه یابی آشوبناک *PSO*، پارامترهای کنترلر *PID* مرتبه صحیح و مرتبه کسری را برای سیستمهای مرتبه صحیح و مرتبه کسری *MIMO* تعیین می‌کنیم. عملکرد این کنترل کننده بر پایه مینمم کردن شاخص‌هایی نظیر *Overshoot*، *RiseTime* سیستم و مینمم کردن انتگرال قدر مطلق خطا (*IAE*) بوده که منجر به تنظیم بهینه پارامترهای کنترلر *PID* مرتبه کسری می‌گردد. نتایج عددی نشان می‌دهد که این روش طراحی می‌تواند بطور موثری در طراحی و تنظیم پارامترهای کنترلر های مرتبه کسری مورد استفاده قرار گیرد.

واژگان کلیدی: کنترل کننده *PID*- مشتق مرتبه کسری- انتگرال مرتبه کسری- *PID* مرتبه کسری - بهینه یابی ازدحام ذرات *PSO*- نظریه آشوب.

فصل اول

کلیات تحقیق و مروری بر تحقیقات انجام شده

۱– مقدمه

۱–۱ مروری بر تحقیقات گذشته

۱–۲ نوآوری

۱–۳ ساختار پایان نامه

کلیات تحقیق و مروری بر تحقیقات انجام شده

۱- مقدمه

آسیاب بالمیل[۱] یکی از بزرگترین و مهمترین تجهیزات کمکی در صنایع بزرگ بشمار میرود، که ایمنی و کارکرد بهینه آن بسیار مهم است. کاربرد آن در صنایع معدنی، سیمان، چینی و کاشی سازی می‌باشد. آسیاب بالمیل دارای چندین مولفه غیر خطی، با تاخیر زیاد، حجم بزرگ ، اتصالات سخت و نیرومند و اختلالات نامعلومی است. کنترلرهای *PID* کلاسیک به سادگی نمی‌توانند تنظیم و کنترل موثری بر آن داشته باشند. در حال حاضر کنترل آن وابستگی زیادی به تنظیمات دستی و افراد خبره در این زمینه دارد. سیستم کنترل اغلب ناکارآمد و غیر اقتصادی است، در نتیجه یافتن یک روش کنترل نتیجه بخش و موثر، چالشی بزرگ در این صنعت بشمار میرود. محققان سعی دارند تا با استفاده از تئوریهای کنترل مدرن و کنترل‌های هوشمند در آسیاب های بالمیل عملکرد آنرا بهبود و اقتصادی نمایند.

به جرأت می‌توان گفت که کنترل کننده تناسبی، انتگرالی، مشتقی یا به اختصار کنترل کننده *PID*، شناخته شده ترین مکانیزم کنترلی در میان سایر روش‌های کنترل می‌باشد. همچنین کنترل کننده *PID* پر کاربرد ترین کنترل کننده در صنعت است، تا جایی که اگر این کنترل کننده و خویشاوندان آن را از صنعت کنونی حذف کنیم، عملاً بسیاری از صنایع و کارخانه ها تعطیل خواهند شد.

درکنار قدرت، محبوبیت و سادگی این ساختار کنترلی، مشکلی وجود دارد که تا کنون راه حل دقیق و مطمئنی برای آن ارائه نشده است و آن تعیین مقادیر مناسب ضرایب و ثابت‌های مربوط به این کنترل کننده است، هر چند روش های مختلفی برای حل این مشکل ارائه شده‌اند، اما تقریبا هیچ یک از روش های مذکور، دارای حوزه اثر کامل نیستند و نمی‌توان کارایی آن ها را در تمام موارد تضمین کرد.

همچنین یکی از مسائل مهم و پیچیده در علم کنترل، تجزیه و تحلیل سیستم‌های چند متغیره و طراحی کنترل کننده مقاوم برای آنها می‌باشد. مشکلات و پیچیدگیهای این سیستمها باعث شد، که در دهۀ پنجاه برخی از محققان، تئوری کنترل کلاسیک را کنار گذاشته و به دنبال ابداع روش دیگری بنام تئوری کنترل مدرن بروند. یکی از مهمترین مشکلات در سیستمهای چند ورودی چند خروجی[۲]، وجود مسئلۀ تداخل در آنها است، که این مشکل با افزوده شدن نامعینی به سیستم پیچیده‌تر نیز می‌شود و باعث شده که این شاخه از علم کنترل یکی از مسائل باز روز باشد.

هم اکنون مهندسین و محققین زیادی بر روی این سیستم‌ها کار می‌کنند و همگی به دنبال ارائه روشهای جدید، مناسب و اقتصادی و یا تکمیل پیشنهادات قبلی و ساده‌تر کردن آنها جهت استفاده در مسائل صنعتی و کاربردی هستند. تا کنون در مقالات و کتاب های مختلف، از الگوریتم های بهینه سازی هوشمند (مانند الگوریتم ژنتیک و الگوریتم *PSO*) برای تنظیم کنترل کننده *PID* استفاده شده است. اما استفاده از روش *PSO* این احتمال را نیز در بردارد که به هنگام جستجوی نقاط بهینه در دام بهینه های محلی گرفتار شود و یا کنترلر بدست آمده انعطاف لازم را نداشته باشد.

به همین منظور در این پایان نامه به بررسی روش بهینه یابی *PSO* برای یافتن پارامترهای *PID* و کاربرد حساب مرتبه کسری در سیستم های کنترلی پرداخته و بدنبال روشی جهت فرار از به دام افتادن در بهینه های محلی هستیم، تا بتوانیم کنترلری مقاوم تر و منعطف تر طراحی کنیم .

---

[۱] Ball mill

[۲] Multiple inputs Multiple outputs(MIMO)

۱-۱ مروری بر تحقیقات گذشته

سیستم کنترل به مجموعه ابزار و تمهیداتی اطلاق می‌شود، که جهت کنترل و تحت مدیریت قرار دادن رفتار فرآیندها و سیستمها مورد استفاده قرار می‌گیرد. چهار دلیل عمدهٔ استفاده از سیستمهای کنترل را می‌توان نحوه عملکرد، مسائل اقتصادی و سودآوری تولید، امنیت کاربر و قابلیت اطمینان نام برد. بسیاری از سیستمها به عملکرد مناسب نخواهند رسید، مگر از سیستم کنترل مناسب در آنها استفاده گردد. عملکرد مناسب هواپیماهای مسافربری در حمل و نقل انسان و هواپیماهای جنگی در ایجاد مانورهای مختلف، مدیون سیستم کنترل خود می‌باشند. دقت عملکرد یک روبات، کلیهٔ پروسه‌های تولیدی، نیروگاهی و پالایشگاهی، توسط سیستمهای کنترل، منجر به کیفیت مناسب محصولات می‌گردند.

شرط اساسی یک سیستم کنترل، پایداری آنست، همچنین باید علاوه بر پایداری مطلق، خطای نسبی قابل قبولی داشته باشد، یعنی پاسخ باید بطور معقولی سریع و میرا باشد. سیستم کنترلی باید بتواند خطاها را تا صفر یا مقادیر نسبتاً کمی کاهش دهد. شرط پایداری نسبی معقول و شرط دقت در حالت ماندگار در طراحی سیستمهای کنترل PID ناسازگارند و باید میان این دو شرط موثرترین مصالحه را برقرار کرد.

روشهای تنظیم کنترل کننده PID اولین بار توسط زیگلر و نیکولس[۱] در سال ۱۹۴۲ میلادی مطرح گردید و در سالهای گذشته تحقیقات کاربردی وسیعی بر روی ریاضیات مرتبه کسری در علوم و مهندسی شده است؛ بخصوص در ساخت کنترلهای که بمنظور دستیابی به عملکرد و نتایج قدرتمندتر در آنها مشتق و انتگرال مرتبه کسری بیشتر مورد استفاده قرار گرفته است.

حساب مرتبه کسری را می‌توان از علوم دوران معاصر نامید، چرا که تا سالهای گذشته اکثر محققان از چنین علمی آگاه نبوده و به تازگی از این علم در تحقیقات خود استفاده می‌برند. ریاضی‌دانان زیادی سعی در بسط و توسعه این علم نمودند، که از جمله می‌توان به تحقیقات اویلر[۲] در سال ۱۷۳۰ و لاپلاس[۳] در سال ۱۸۱۲ میلادی اشاره کرد، لیویل[۴] و ریمان[۵] از دیگر ریاضی‌دانانی بودند که تحقیقاتی را بر روی حساب مرتبه کسری انجام داده و تعاریفی را که در ادامه خواهیم دید ارائه دادند. در سال ۱۹۹۳ میلادی کنت میلر[۶] و راس[۷] کتاب مقدمه ای بر حساب دیفرانسیل و انتگرال و معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری را ارائه دادند که مطالب خوبی را برای محققان و ریاضی‌دانان که در جستجوی مقدمه‌ای بر این موضوع هستند ارائه میدهد.

اوستالوپ[۸]مطالعاتی در خصوص الگوریتم های مرتبه کسری و روشهایی برای تنظیم آن ارائه کرده است. پودلابنی[۹] اولین شخصی بود کنترل‌های مرتبه کسری را پیشنهاد داد و کنترل های PID مرتبه کسری را $PI^{\lambda}D^{\mu}$ نامید، که در آن مرتبه انتگرال و مرتبه مشتق کسری تعریف می‌شوند، او همچنین نشان داد که وقتی از این نوع کنترل $PI^{\lambda}D^{\mu}$ استفاده می‌شود، پاسخ بهتری نسبت به PID کلاسیک دارد، گسترش مشتق و انتگرال گیری به مرتبه کسری توانایی زیادی در تنظیم کنترل یک سیستم را دارد و موجب طراحی قوی تر سیستم می‌گردد. البته اینکار همیشه ساده نیست و چندین روش برای طراحی ($FOPID(Fractional\ Order\ PID$ ارائه شده است.

ویناگری[۱۰] نیز در سال ۲۰۰۰ تحقیقاتی در خصوص استفاده از کنترل های مرتبه کسری داشته است. [۱] در سال ۲۰۰۳ اولین کنفرانس با موضوع حساب کسری در شیکاگو برگزار گردید، که بخشی از این کنفرانس به تکنیک طراحی مهندسی بود، پس از این سمپوزیوم، کنفرانسها و سمپوزیوم های متعددی در زمینه دیفرانسیل مرتبه کسری و کاربردهای آن

---

۱ Ziegler-Nichols
۲ Euler
۳ Laplace
۴ Liouville
۵ Riemann
۶ Miller
۷ Ross
۸ Oustaloup
۹ Podlubny
۱۰ Viangre

برگزار گردیده که از آن میان می‌توان به اولین کنفرانس *IFAC* در زمینه دیفرانسیل مرتبه کسری و کاربردهای آن در شهر بوردو فرانسه در سال ۲۰۰۴ و دومین سپوزیوم *FDTA* در شهر آیندهوون هلند در سال ۲۰۰۵ اشاره کرد. [۲]

دکتر ما چنگبین[۱] روشی مرحله ای یا ترکیبی را ارائه کرده که بر اساس آن ابتدا کنترل مرتبه صحیح بدست آمده و سپس نسبت به بهبود طراحی کنترل سیستم با اضافه کردن کنترل مرتبه کسری می‌پردازد، در حقیقت طراحی *FOPID* به یک مسئله بهینه سازی پارامترهای کنترل تبدیل می‌شود.

یکی از مهم ترین الگوریتم‌های بهینه سازی هوشمند که در حوزه هوش ازدحامی[۲] جای می‌گیرد، الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات[۳] است. این الگوریتم، با الهام از رفتار اجتماعی حیواناتی چون ماهی ها و پرندگان که در گروه‌هایی کوچک و بزرگ کنار هم زندگی می‌کنند، طراحی شده است. اولین بار الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات (*PSO*) ، در سال ۱۹۹۵ میلادی توسط کندی[۴] و ابرهارت[۵] معرفی شد. [۳] در الگوریتم *PSO*، اعضای جمعیت جواب ها، به صورت مستقیم با هم ارتباط دارند و از طریق تبادل اطلاعات با یکدیگر و یادآوری خاطرات خوب گذشته، به حل مسأله می‌پردازند. الگوریتم *PSO* برای انواع مسائل پیوسته و گسسته مناسب است و پاسخ های بسیار مناسبی برای مسائل بهینه سازی مختلف داده است.

قدرت نهفته در ساختار الگوریتم‌های بهینه سازی هوشمند، می‌تواند به عنوان راه چاره‌ای برای تعیین ضرایب کنترل کننده *PID* در نظر گرفته شود. تا کنون در مقالات و کتاب های مختلف، از الگوریتم‌های بهینه سازی هوشمند (مانند الگوریتم ژنتیک و الگوریتم *PSO*) برای تنظیم کنترل کننده *PID* استفاده شده است.

به منظور بالا بردن دقت و سرعت در یافتن بهینه عمومی، افزایش نرخ همگرایی الگوریتم و فرار از به دام افتادن در بهینه های محلی، رویکردی جدید از نگاشت آشوب بر روی ویژگی بی‌نظمی ارائه شده است، که به وسیله تولید اعداد آشوبی در عوض اعداد تصادفی در الگوریتم کلاسیک ایجاد می‌شود. الگوریتم حاصل، الگوریتم بهینه سازی آشوبی نامیده می‌شود. کاربرد این تئوری در صنایع است و محققان در مسئله های کاربردی مهم مورد استفاده قرار می‌دهند.

بطور اخص در تئوری کنترل، رمز گذاری و در بیش‌تر الگوریتم های بهینه یابی سراسری هنگامی که بجای استفاده از اعداد تصادفی از اعداد آشوبی استفاده شده، نتایج بهتری بدست آمده است. وابستگی حساسیت به تعیین شرایط اولیه و تصادفی بودن از جمله خواص این الگوریتم می‌باشد. [۳] نتایج حاصل از ارزیابی ترکیب های جدید بر روی توابع ارزیابی، نشان دهنده کارآیی این روش در یافتن جوابهای نزدیک به بهینه عمومی با دقت و سرعت بالاتر است.

---

[۱] Ma Chengbin
[۲] Swarm Intelligence
[۳] Particle Swarm Optimization (PSO)
[۴] Kennedy
[۵] Eberhart

۱-۲ نوآوری

در این پایان نامه، با تلفیق روش بهینه یابی *PSO* و اســـتفاه از کاربرد حســـاب مرتبه کســـری در کنترل، که امکان دســـتیابی به کنترلی با درجه انعطاف بیشتر را به ما میدهد، نسبت به طراحی کنترلی مقاوم‌تر و منعطف تر اقدام نموده و جهت فرار از خطر گرفتار شـــدن در بهینه های محلی از نظریه آشـــوب نیز بهره برده‌ایم. همچنین در این پایان نامه نحوه اســـتفاده و تبدیل سیستم های مرتبه کسری به مرتبه صحیح با درجه بالا و کاربرد آن در طراحی کنترلر های منعطف تر پرداخته ایم.

۱-۳ ساختار پایان نامه

در فصل دوم به بررسی انواع کنترلر ها از جمله کنترلر *PID* پرداخته و در فصل سوم به معرفی و کاربرد حساب مرتبه کسری در کنترل سیستم ها و شرایط پایداری سیستم ها پرداخته و در فصل چهارم به ارائه روش *PSO* و تلفیق آن با روش آشوب میپردازیم و در انتها با طرح مسئله و ارائه نتایج عددی کارایی شیوه معرفی شده می‌پردازیم .

فصل دوم

کنترل کننده PID

۲– کنترل کننده ها

۲–۱ کنترل کننده تناسبی P

۲–۲ کنترل کننده انتگرالی I

۲–۳ کنترل کننده تناسبی –انتگراگیر (PI)

۲–۴ کنترل کننده مشتق گیر D

۲–۵ کنترل کننده تناسبی – مشتق گیر PD

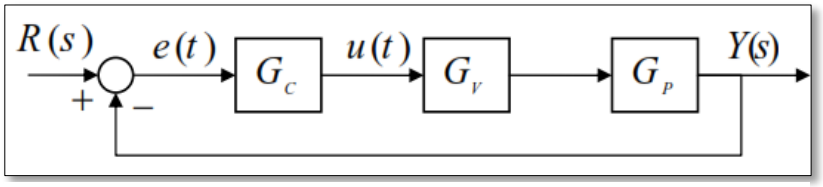
۲–۶ کنترل کننده تناسبی – انتگرالی – مشتق گیر (PID)

۲–۷ تنظیم پارامترهای کنترل کننده

کنترل کننده *PID*

۲-کنترل کننده ها

در بسیاری از موارد اگر بخواهیم کمیتی فیزیکی را نزدیک به مقدار مطلوبی نگهداریم، نیاز به سیستم کنترل اتوماتیک خواهیم داشت، اگر مقدار مطلوب ثابت باشد، هدف سیستم کنترل تنظیم[۱] نامیده می شود و اگر این مقدار مطلوب با زمان تغییر کند این هدف کنترلی را تعقیب[۲] می نامیم، به عنوان مثال کنترل دور چرخش هارد دیسک کامپیوتر، میزان رطوبت موجود در مخلوط خمیر کاغذ در صنایع کاغذ سازی و یا غلظت مواد خروجی از یک رآکتور شیمیائی مثالهای صنعتی از سیستمهای کنترلی تنظیم می‌باشند. از طرف دیگر حرکت بازو یک کنترل پرواز هواپیما، روبات برای طی کردن مسیر مشخصی در فضا به منظور جوشکاری موشک در مسیر مورد نظر و یا تعقیب هدف متحرک توسط رادار یا تلسکوپ، مثالهایی از سیستمهای کنترل تعقیب یا سیستمهای سرو می‌باشد. [۴]



شکل ۲-۱ . دیاگرام عمومی سیستم کنترل

$R(s)$ مقدار ورودی مطلوب یا تعیین شده می‌باشد.

$Y(s)$ مقدار خروجی واقعی می‌باشد.

G_p نشان دهنده تابع تبدیل فرایند است.

G_c نشان دهنده تابع تبدیل کنترل کننده است.

G_v نشان دهنده تابع تبدیل المان کنترل کننده است.

تابع تبدیل از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$\begin{aligned}
&\left(R(s)-Y(s)\right)\left(G_pG_cG_v\right)=Y(s)\\
&R(s)\left(G_pG_cG_v\right)=Y(s)\left(1+\left(G_pG_cG_v\right)\right)\\
&G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_pG_cG_v}{1+\left(G_pG_cG_v\right)}
\end{aligned} \qquad (۱-۲)$$

کنترل کننده G_c باید طوری طراحی شود، تا با هر ورودی تعیین شده قادر به تنظیم وضعیت کار فرایند باشد، به نحوی که خروجی سیستم در محدوده قابل قبولی باقی بماند، همچنین در صورت بروز اغتشاش باید قادر به حفظ خروجی در نقطه تنظیم شده باشد. شکل بهینه‌ی کنترل کننده به میزان قابل توجهی به خصوصیات سیستم بستگی دارد. یک نوع به‌خصوص آن به نام کنترل کننده سه جزئی[۳] شناخته می‌شود که برای بسیاری از سیستم های کنترل عمومی مناسب و از سه عامل مجزا تشکیل شده است [۴].

---

[۱] Tune
[۲] Tracking
[۳] Triplex Controller

۲-۱ کنترل کننده تناسبی[۱] *P*

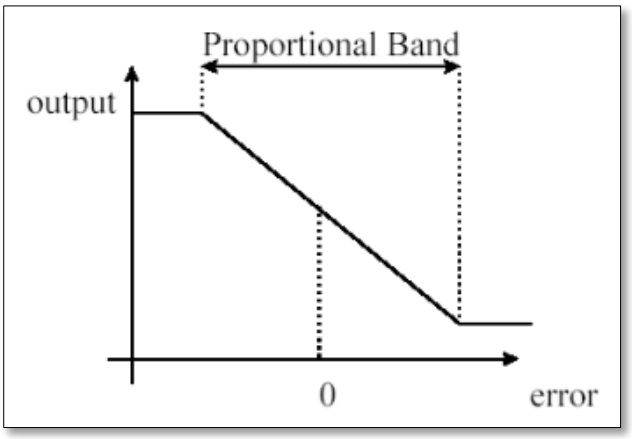
ساده ترین نوع کنترل کننده، کنترل کننده پسخور[۲] است که در آن سیگنال خروجی یعنی $u(t)$ متناسب با سیگنال خطا می‌گردد.

$$u(t) = K_p \times e(t) \qquad (۲-۲)$$

تابع تبدیل کنترل کننده برابر خواهد بود با :

$$G_c = K_p$$

خطای بزرگ موجب سیگنال بزرگ خروجی کنترل کننده خواهد شد و خطای کوچک سیگنال خطای کوچک را موجب خواهد شد، شکل زیر نشان دهنده نحوه تغییرات خروجی با تغییرات تابع خطا است:



شکل ۲-۲ . نحوه تغییرات خروجی با تغییرات تابع خطا

باید توجه نمود که تابع همواره بصورت خط راست نخواهد بود، چون در حالت واقعی تمایل به محدود نمودن خروجی کنترل کننده را داریم.

مثال ۲-۱. پاسخ سیستم مرتبه یک با تابع تبدیل $G_p = \frac{K}{Ts+1}$ تحت کنترل کننده تناسبی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$G_v = 1,\ G_c = K_p$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_p G_c G_v}{1 + \left(G_p G_c G_v\right)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{KK_p}{Ts+1}}{1 + \frac{KK_p}{Ts+1}} = \frac{\frac{KK_p}{Ts+1}}{\frac{Ts+1+KK_p}{Ts+1}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KK_p}{KK_p + Ts + 1} \qquad (۲-۳)$$

---

[۱] Proportional Controller

[۲] Feedback

که می‌توان آن را بصورت زیر مرتب نمود :

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\left(\frac{KK_p}{1+KK_p}\right)}{\left(\frac{T}{1+KK_p}\right)s+1} \qquad (۴-۲)$$

براحتی دیده می‌شود، چنانچه بهره[۱] کنترل کننده تناسبی افزایش یابد، بهره کلی سیستم به سمت ۱ میل نموده و ثابت زمانی کوچک و کوچکتر می‌شود.

افزودن کنترل کننده تناسبی معادله مشخصه سیستم را نیز متاثر می‌کند که نشان دهنده تغییر پاسخ سیستم است. ثابت زمانی سیستم نیز با افزایش بهره سیستم کاهش یافته و موجب تسریع پاسخ سیستم می‌شود.

۲-۱-۱ خطای حالت ماندگار[۲] کنترل تناسبی

هدف از کنترل کننده، نگهداری خروجی سیستم کنترل در محدوده تعیین شده است، برای تعیین آنکه کنترل کننده تناسبی قابل دست یابی است یا خیر، تعیین مقدار خروجی یا پاسخ حالت دائم (وقتی که زمان به بی‌نهایت میل می‌کند) سیستم پس از آنکه تغییری در ورودی ایجاد می‌شود، ضروری است، این محاسبه با استفاده از قضیه مقدار نهایی و تبدیل لاپلاس بدست می‌آید :

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) \qquad (۵-۲)$$

از دیاگرام سیستم در شکل (۲-۱) داریم :

$$E(s) = R(s) - Y(s),\ G_v = 1$$
$$\left(R(s) - Y(s)\right)\left(G_p G_c G_v\right) = Y(s)$$
$$E(s) G_p G_c = Y(s)$$

در نتیجه خواهیم داشت :

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - E(s) G_p G_c$$
$$E(s) = \frac{1}{1+G_p G_c} R(s)$$

که به ازاء ورودی پله واحد $R(s)=1$ خواهیم داشت :

$$\ell(R(s)) = \frac{1}{s} \Rightarrow \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{1+K_p \frac{K}{Ts+1}} \times \frac{1}{s} = \frac{1}{1+KK_p} \qquad (۶-۲)$$

مشاهده می‌شود که همواره مقداری خطا وجود خواهد داشت، مگر اینکه مقدار K_p برابر بی‌نهایت شود. در نتیجه اندازه خطا بصورت معکوس با مقدار بهره متناسب است.

---

[۱] Gain

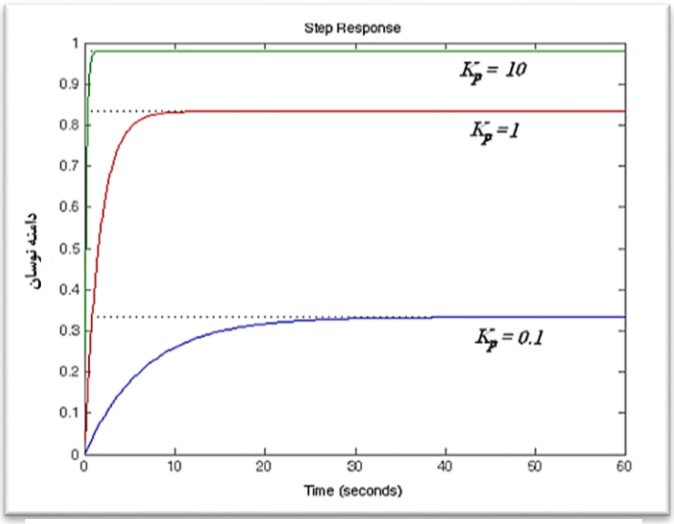
[۲] Steady State Error

مثال ۲-۲. پاسخ سیستم مرتبه یک زیر با تغییر ورودی پله در نقطه تنظیم یا ورودی به ازای مقادیر مختلف ضریب بهره بصورت زیر است :

$$G_p = \frac{5}{10s+1}$$

$$G_p = \frac{K}{Ts+1} \quad \Rightarrow K=5,\ T=10$$

$$\Rightarrow \quad G = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\left(\frac{KK_p}{1+KK_p}\right)}{\left(\frac{T}{1+KK_p}\right)s+1} \quad \Rightarrow \begin{cases} if \quad K_p = 0.1 & \Rightarrow G = \dfrac{0.5}{10s+1.5} \\ if \quad K_p = 1 & \Rightarrow G = \dfrac{5}{10s+6} \\ if \quad K_p = 10 & \Rightarrow G = \dfrac{50}{10s+51} \end{cases}$$



شکل ۲-۳ . پاسخ پله واحد به ازای مقادیر مختلف ضریب بهره

۲-۱-۲ کنترل تناسبی سیستم های مرتبه دو

در کنترل کننده تناسبی خروجی کنترل کننده، ضریبی از خطای سیستم می‌باشد، این ضریب را ضریب تناسب می‌گوییم و با K_p نمایش می دهیم. کنترل کننده های تناسبی برای رفع مشکل قطع و وصل‌های مکرر در کنترل کننده‌های دو وضعیتی ساخته شده اند، بهره کنترل کننده‌های تناسبی قابل تنظیم می باشد.

تابع تبدیل سیستم مرتبه دو:

شکل عمومی تابع تبدیل سیستم مرتبه دو بصورت زیر است :

$$G_p = \frac{K}{s^2+\alpha s+b} \qquad (۲-۷)$$

که با شرط مدار پسخور واحد و کنترل کننده تناسبی داریم :

$$G = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KK_p}{s^2+\alpha s+(b+KK_p)} \qquad (۲-۸)$$

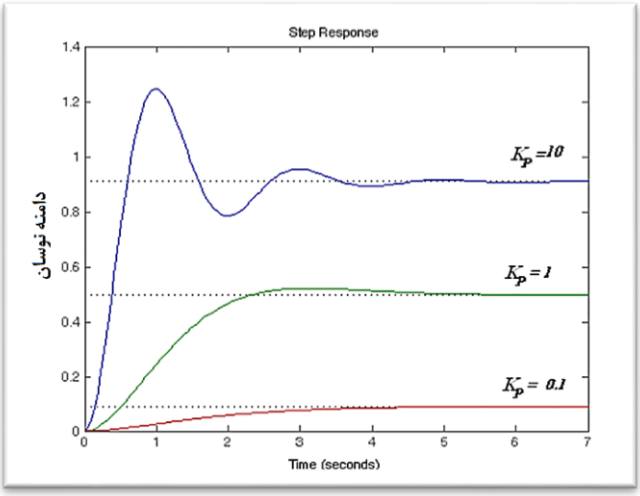
فرکانس طبیعی و ضریب میرائی سیستم عبارتند از :

$$\omega_n = \sqrt{b + KK_p} \quad , \quad \zeta = \frac{\alpha}{2\sqrt{b + KK_p}} \qquad (۹-۲)$$

مثال ۲-۳. منحنی پاسخ سیستم مرتبه دو با تابع تبدیل $G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$ به روش زیر بدست می‌آید :

$$\left.\begin{array}{l} G_p(s) = \dfrac{1}{s^2 + 2s + 1} \\ \alpha = 2,\ b = 1, K = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow G_p = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KK_p}{s^2 + \alpha s + (b + KK_p)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_p = 0.1 \Rightarrow & G = \dfrac{0.1}{s^2 + 2s + 1.1} \\ K_p = 1 \Rightarrow & G = \dfrac{1}{s^2 + 2s + 2} \\ K_p = 10 \Rightarrow & G = \dfrac{10}{s^2 + 2s + 11} \end{cases}$$



شکل ۲-۴ . پاسخ پله سیستم مرتبه دو به ازای مقادیر مختلف ضریب بهره

۲-۲ کنترل کننده انتگرالی[۱] *I*

در این حالت خروجی کنترل کننده متناسب با انتگرال سیگنال خطا می‌باشد.

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t)dt \qquad (۱۰-۲)$$

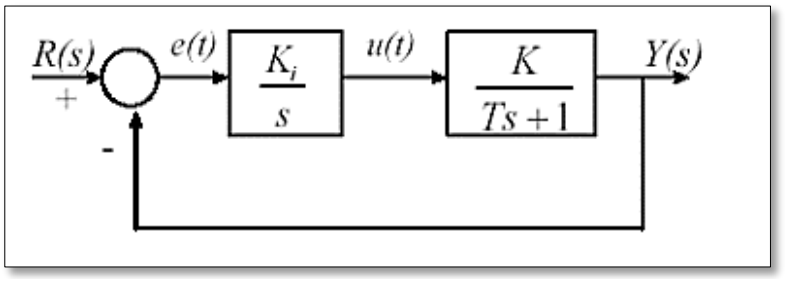
$$G_c = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

کنترل انتگرالی یک کنترل حافظه دار است، یعنی خروجی آن در هر لحظه تحت تاثیر خطاهای سیستم در زمان‌های گذشته است. T_i را زمان انتگرال گیری می‌گویند و آن مقدار زمانی است، که طول می‌کشد تا خروجی انتگرال‌گیر هنگامی که ورودی آن پله واحد است از صفر به مقدار واحد برسد. کنترل کننده‌های انتگرالی معمولاً به تنهایی مورد استفاده قرار نمی‌گیرند

[۱] Integral Control

و معمولاً به صورت تناسبی– انتگرالی استفاده می‌شوند. مزیت کنترل کننده‌های انتگرالی توانایی آنها در کاهش خطای حالت ماندگار می‌باشد و عیب آنها کند بودن و ایجاد تأخیر در پاسخ دهی است که احتمال ناپایداری را به دنبال دارد.

مثال ۲-۴. مقدار خطای حالت ماندگار سیستم زیر به تغییر ورودی پله از رابطه زیر بدست می‌آید :



شکل ۲-۵ . دیاگرام نحوه اثر کنترلر انتگرالی

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{KK_i}{s(Ts+1)}}{1+\frac{KK_i}{s(Ts+1)}} = \frac{KK_i}{Ts^2+s+KK_i}$$

$$E(s) = R(s) - Y(s) \Rightarrow E(s) = R(s)\left[1 - \frac{KK_i}{Ts^2+s+KK_i}\right]$$

$$E(s) = R(s)\left[\frac{Ts^2+s+KK_i - KK_i}{Ts^2+s+KK_i}\right]$$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = s\,\frac{1}{s}\left[\frac{Ts^2+s}{Ts^2+s+KK_i}\right] = 0$$

نتیجه :

می‌توان از عامل انتگرالی برای حذف خطای حالت ماندگار استفاده نمود، ولی در استفاده از عامل انتگرالی میرائی ضعیفی وجود خواهد داشت که موجب نوسانی شدن بیش‌تر پاسخ سیستم می‌گردد، برای پیشگیری از این مسئله غالباً ترکیبی از کنترل کننده‌های تناسبی و انتگرالی استفاده می‌شود، که به نام کنترل دو بخشی شناخته می‌شوند.