



دانشکده فیزیک

گروه هسته‌ای

پایان‌نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک

عنوان

مطالعه اثر دانسیته الکترونی مواد روی شدت و توزیع زاویه ای فوتونهای پراکندگی کامپتون

استاد راهنما

دکتر صالح اشرفی

استاد مشاور

دکتر حسین متولی

پژوهشگر

رقیه بداقی حسین آبادی

بهمن ۱۳۹۰

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

كَلَّمَكَ ١٤١٧

سپاس خدایی را که سخنورا ز در ستود ز او بمانند و شمار گرا ز شمرد ز نعمت‌های او ندانند، و کوشندگان، حقّ او را گزارد ز نتوانند. خدایی که پای اندیشه تیز گام در راه شناسایی او لنگ است، و سرّ فکرت ژر فُ رو به دریای معرفتش بر سنگ. صفت‌های او تعریف ناشدنی است و به وصف در نیامدنی، و در وقت ناگنجیدنی، و به زمانی مخصوص نابودنی. به قدرتش خلاق را بیافرید، و به رحمتش بادها را بپراکنید، و با خرسنگها لرزه زمین را در مهار کشید. گواهی می‌دهم که خدا یکتاست، انباز ی ندارد و بی‌همتا است. گواهیی از رو ی اعتقاد و ایمان، و گواهی می‌دهم که محمد(ص) بنده او و پیامبر اوست. او را بفرستاد با دینی آشکار، و با نشانه‌هایی پدیدار، و قرآنی نبشته در علم پروردگار. که نور ی است رخشان، و چراغی است فروزا ن، و دستورهایش روشن و عیان. تا گردِ دودلی از دلها بزداید، و با حجّت و دلیل مُلزم فرماید. پاک خدایا! چه بزرگ است آنچه می‌بینم از خلقت تو؛ و چه خُرد است، بزرگی آ ز در کنار قدر تو؛ و چه با عظمت است آنچه می‌بینم از ملکوت تو، و چه ناچیز است برابر آنچه بر ما نهان است از سلطنت تو، و چه فراگیر است نعمت تو در این جهان؛ و چه اندک است در کنار نعمتهای آ ز جهان. خدایا! اگر در پرسش خود درمانم یا راهِ پرسیدن را ندانم، صلاح کارم را به من نما و دلم را بدانچه رستگار ی من در آ ز است متوجه فرما!

از فرمایشات حضرت علی (ع)

تقديم به:

پدر و مادر عزيزم

ابتدا وظیفه شاگرد ی خود می‌دانم از زحمات بی دریغ استاد راهنمای بزرگوارم، جناب آقای دکتر صالح اشرفی صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم که قطعاً بدو ن راهنمایی- های ارزنده ایشان این مجموعه به انجام نمی‌رسید. از جناب آقای دکتر حسین متولی که زحمت مشاوره و مطالعه این پایان نامه را تقبل فرمودند و اینجانب را مورد راهنمایی قرار دادند، کمال امتنان را دارم. همینطور از جناب آقای دکتر صمد سبحانیان که داور ی این پایان‌نامه را با نهایت دقت و صرف وقت زیاد انجام دادند، تشکر می‌نمایم.

در پایان از کلیه اعضای خانواده‌ام که همواره یار و مشوق من بوده‌اند، و از دوستان خویم سرکار خانم نگار خیاط عالی و جناب آقای اختای جهان بخش سپاسگزار ی می‌کنم.

نام خانوادگی: بدای حسین آبادی	نام: رقیه
اساتید راهنما: دکتر صالح اشرفی استاد مشاور: دکتر حسین متولی	
عنوان پایان نامه: مطالعه اثر دانسیته الکترونی مواد روی شدت و توزیع زاویه ای فوتونهای پراکندگی کامپتون	
مقطع: کارشناسی ارشد	رشته: فیزیک
دانشگاه: تبریز	دانشکده: فیزیک
تعداد صفحه: ۹۶	تاریخ فارغ التحصیلی: بهمن ۱۳۹۰
کلید واژه: پراکندگی کامپتون، پس پراکندگی پرتوهای گاما، توموگرافی کامپیوتری، چشمه گاما، شبیه سازی مونت کارلو، تست غیر مخرب	
<p>چکیده</p> <p>اگر باریکه موازی شده فوتونهای گامای 662 keV گسیل شده از چشمه ^{137}Cs به یک ورقه تابانده شود، می توان با اندازه گیری شدت و توزیع زاویه ای فوتونهای پراکندگی کامپتون به ساختار تشکیل دهنده قطعه پی برد. یکی از روش های مهم در انجام تست های غیر مخرب (NDT)، استفاده از توموگرافی کامپیوتری است. اطلاعات بدست آمده در خصوص اثر دانسیته الکترونی مواد روی پراکندگی کامپتون گاما، توموگرافی کامپیوتری (CT) قطعات صنعتی را امکان پذیر می سازد. قدرت چشمه، ضخامت حفاظ سربی، فاصله چشمه و آشکارساز از نمونه و زاویه نسبی بین آشکارساز و موازی ساز چشمه از عوامل موثر بر طیف بدست آمده می باشند. در این پایان نامه، حالت بهینه این شرایط را با استفاده از کد شبیه سازی MCNP4C بدست آورده ایم. اثرات وجود هر گونه غیر یکنواختی یک قطعه پلی اتیلنی شامل دو حفره را، از بررسی پس پراکندگی کامپتون فوتونهای گاما شبیه سازی نموده ایم. سپس نمونه هایی از مس، آهن، تیتانیوم، آلومینیوم، شیشه، گرافیت و پلی اتیلن با ترکیب و ابعاد معلوم را تحت زاویه پراکندگی ۹۰ درجه شبیه سازی کرده و طیف تجربی هر یک از قطعات را توسط آشکارساز سوسوزن NaI(Tl) ثبت کردیم، برای نمونه -هایی با $\rho < 7.86 \text{ gr/cm}^3$ به علت افزایش دانسیته الکترونی، شدت فوتونهای پراکنده شده نیز افزایش خواهد یافت و به ازای $\rho > 7.86 \text{ gr/cm}^3$ به علت افزایش عدد اتمی میزان تضعیف فوتونهای پراکنده شده افزایش یافته و در نتیجه شدت فوتونهای ثبت شده در آشکارساز کاهش می یابد. در آزمایش دیگر به منظور نشان دادن قدرت تشخیص دو ماده با چگالی های مختلف، از یک هدف چهار لایه شامل قطعات آلومینیومی و پلی اتیلنی به صورت متناوب استفاده نمودیم. طیف تجربی بدست آمده مبنی بر قابل تمییز بودن این دو ورقه از همدیگر می باشد.</p>	

فهرست مطالب

i.....	مقدمه
۲.....	۱-۱ بر همکنشهای پرتوهای γ و X
۳.....	۱-۲ اثر فوتوالکتریک
۴.....	۱-۳ اثر تولید زوج
۵.....	۱-۴ اثر کامپتون
۱۴.....	۱-۴-۱ پس پراکندگی کامپتون
۱۶.....	۱-۵ آشکارسازهای سوسوزن
۱۷.....	۱-۵-۱ سوسوزنهای گازی
۱۸.....	۱-۵-۲ سوسوزنهای آلی
۱۸.....	۱-۵-۳ سوسوزنهای غیر آلی (سوسوزنهای بلوری)
۲۱.....	۱-۶ روشهای تصویر برداری هسته ای
۲۶.....	۱-۷ بررسی منابع
۳۰.....	اثر پس پراکندگی کامپتون پرتوهای گاما
۳۲.....	۲-۱ مقدمهای بر روش مونت کارلو
۳۲.....	۲-۱-۱ تاریخچه
۳۳.....	۲-۱-۲ روش مونت کارلو
۳۴.....	۲-۲ کد MCNP
۳۶.....	۲-۲-۱ تخمین خطای روش مونت کارلو کد MCNP
۳۷.....	۲-۲-۲ چگونگی بکارگیری کد MCNP
۳۹.....	۲-۲-۳ سطح مقطعها و دادههای هستهای در MCNP
۳۹.....	۲-۲-۴ چگونگی تعریف هندسه در MCNP
۴۰.....	۲-۲-۴-۱ تعریف سلول
۴۱.....	۲-۲-۵-۲ تعریف سطوح

۴۲ ۲-۲-۵ کارتهای اطلاعات
۴۴ ۲-۲-۶ معرفی خروجی
۴۷ ۲-۲-۷ چگونگی تعریف چشمه در MCNP
۵۲ ۲-۲-۹ دستور خاتمه دهنده مسئله
۵۵ ۲-۳ سیستم آشکارسازی
۵۵ ۲-۳-۱ ساختمان اسپکترومتر گاما- بتا (AT1315)
۵۷ ۲-۳-۲ بکارگیری عملی اسپکترومتر
۵۸ ۲-۳-۳ توصیف اجزای اسپکترومتر
۶۲ ۲-۴-۱ روشن کردن اسپکترومتر
۶۳ ۲-۴-۲ کنترل اولیه پارامترهای دستگاه
۶۴ ۲-۴-۳ تنظیم اسپکترومتر
۶۶ ۳-۱ شبیه سازی سازی
۶۶ ۳-۱-۱ طراحی هندسه آشکارساز
۶۶ ۳-۱-۲ شبیه سازی ذرات و فرآیندها
۶۷ ۳-۱-۲-۱ مواد بکار رفته در شبیه سازی
۶۸ ۳-۱-۲-۲ معرفی چشمه
۶۹ ۳-۱-۲-۳ معرفی نوع مسئله
۷۰ ۳-۱-۲-۴ تعیین نوع خروجی خواسته شده
۷۰ ۳-۲ توموگرافی کامپیوتری به روش پراکندگی کامپتون
۷۱ ۳-۲-۱ مطالعه اثر چگالی مواد روی شدت فوتونهای گامای پس پراکنده شده
۷۹ ۳-۲-۲ بررسی پراکندگی کامپتون فوتونها در زاویه ۹۰
۸۰ ۳-۲-۲-۱ نتایج تجربی و شبیه سازی آزمایش در زاویه پراکندگی ۹۰ درجه
۹۲ پیشنهادات
۹۳ منابع

فهرست شکل ها

- شکل ۱-۱: پدیده فوتو الکترونیک ۴
- شکل ۱-۲: اثر تولید جفت ۵
- شکل ۱-۳: اثر کامپتون ۸
- شکل ۱-۴: مقطع دیفرانسیلی الکترونهاي پراکنده شده طی پراکندگی کامپتون توسط معادله کلین-نشینا ۱۵
- شکل ۱-۵: طیف پرتوها گامای Cs-137 که پیک پس پراکندگی و پیک اشعه X را نشان می دهد ۱۵
- شکل ۱-۶: طیف اندازه گیری شده پرتوهای گاما حاصل از Cs-137 شامل پیک پس پراکندگی و اشعه X در انرژی 58.0 keV و 59.3 keV ۱۷
- شکل ۱-۷: یک نمونه از آشکارساز NaI(Tl) ۲۲
- شکل ۱-۸: شمایی از فوتونهای عبوری و پراکنده شده از نمونه هدف ۲۵
- شکل ۲-۱: تغییر انرژی پرتو گامای پراکنده شده بر حسب زاویه ۳۲
- شکل ۲-۲: نمایی از سوزن بوفون و دو خط موازی ۳۴
- شکل ۲-۳: اسپکترو متر گاما-بتا ۵۷
- شکل ۲-۴: جزئیات GDU ۱- آشکارساز ۲- case ۳- فوتومولتی پلایر ۴- تقسیم کننده ولتاژ ۵- ۵۸
- آمپلی فایر ۶- شماره سریال ۷- پایانه زمین ۵۸
- شکل ۲-۵: بلوک دیاگرام اسپکترومتر ۶۰
- شکل ۲-۶: بلوک دیاگرام GDU ۶۱
- شکل ۲-۷: بلوک دیاگرام DPU ۶۳
- شکل ۲-۸: اعمال ولتاژ ۶۴
- شکل ۲-۹: تراشه 468133XXX ۶۶
- شکل ۳-۱: طرح واپاشی برای ^{137}Cs ۶۳
- شکل ۳-۲: نمودار حالت بهینه ۶۷
- شکل ۳-۳: نمودار حالت بهینه زاویه دید آشکار ساز نسبت به فوتونهاي فرودی ۶۹
- شکل ۳-۴: چیدمان هندسی شبیه سازی شده در حالت بهینه ۷۶

- شکل ۳-۵: شدت فوتونهای پس پراکنده شده بر حسب مکان ۷۶
- شکل ۳-۶: شبیه‌سازی شده فوتون‌های پراکنده شده از نمونه پلی اتیلنی بدون حفره ۷۷
- شکل ۳-۷: شبیه‌سازی شده فوتون‌های پراکنده شده از نمونه پلی اتیلنی با حفره ۷۷
- شکل ۳-۸: اسکن نمونه حفره‌دار پلی اتیلن ۷۸
- شکل ۳-۹: چیدمان تجربی طیف تجربی زمینه ۷۸
- شکل ۳-۱۰: تغییر شدت فوتونهای پراکنده شده در زمانهای مختلف ۷۹
- شکل ۳-۱۱: طیف تجربی فوتون‌های پراکنده شده از نمونه آهنی تحت زاویه ۹۰ ۷۹
- شکل ۳-۱۲: طیف تجربی شدت فوتون‌های پراکنده شده از نمونه مسی تحت زاویه ۹۰ ۸۳
- شکل ۳-۱۳: طیف تجربی فوتونهای پراکنده شده از نمونه تیتانیوم تحت زاویه ۹۰ ۸۶
- شکل ۳-۱۴: طیف تجربی فوتونهای پراکنده شده از نمونه آلومینیومی تحت زاویه ۹۰ ۹۰ ۸۷
- شکل ۳-۱۵: طیف تجربی فوتونهای پراکنده شده از نمونه گرافیتی تحت زاویه ۸۷
- شکل ۳-۱۶: طیف تجربی فوتونهای پراکنده شده از نمونه شیشه‌ای تحت زاویه ۹۰ ۹۰ ۸۸
- شکل ۳-۱۷: طیف تجربی فوتونهای پراکنده شده از نمونه پلی اتیلنی تحت زاویه ۸۹
- شکل ۳-۱۸: طیف تجربی و شبیه‌سازی از نمونه آلومینیوم ۹۰
- شکل ۳-۱۹: تغییرات شدت فوتونهای پراکنده شده در ۹۰ درجه ۹۱
- شکل ۳-۱۹: اسکن طولی نمونه ۹۲

مقدمه

تابش‌های الکترومغناطیسی با انرژی بیش از 100 keV می‌توانند در ماده نفوذ کرده و در اثر پراکندگی کامپتون اطلاعاتی در باره ساختار داخلی آن به ما بدهند. مثال‌هایی از این نوع تصویر برداری عبارتند از: رادیوگرافی با استفاده از اشعه ایکس یا اشعه گاما که در آنها از امواجی با فرکانس‌های بالاتر از نور مرئی استفاده می‌شود. دلیل بکارگیری پرتوهای گاما، قدرت نفوذ بالای آنها در ماده است. درانجام تست‌های غیر مخرب (NDT)، معمولاً از اشعه ایکس و روش عبور¹ اشعه از ماده استفاده می‌شود که در آن چشمه و آشکارساز در دو طرف ماده قرار می‌گیرند و میزان جذب فوتونهای چشمه در ماده اندازه‌گیری می‌شود. در این حالت شدت پرتو عبوری دارای اطلاعاتی مربوط به ترکیب نمونه می‌باشد. در مواردیکه دسترسی به دوطرف ماده امکان پذیر نیست این روش نمی‌تواند کاربرد داشته باشد. در مواقعی که جسم مورد مطالعه خیلی بزرگ باشد و تمامی فوتونها در آن جذب می‌شوند و عملاً هیچ فوتونی به آشکارساز در آن سوی جسم نمی‌رسد، در این حالت نیز این روش عملی نخواهد بود. می‌توان از روش پراکندگی به عنوان جایگزینی برای روش عبور استفاده نمود. در این روش آشکارساز و چشمه در یک طرف جسم قرار می‌گیرند، لذا آشکارساز به جای فوتون‌های عبوری فوتونهای پراکنده شده را ثبت می‌کند. می‌توان با تنظیم زاویه دید آشکارساز و چشمه، اطلاعاتی از هر نقطه از ماده بدست آورد. توموگرافی کامپیوتری (CT) بوسیله پراکندگی کامپتون یک شیوه موفق برای شناسایی مواد می‌باشد زیرا اندرکنش

¹ -Transmission

فوتونها شدیداً به چگالی ماده پراکنده بستگی دارد لذا اطلاعات بدست آمده از این روش مستقیماً به چگالی ماده بستگی دارد و می‌توان هرگونه عدم یکنواختی در چگالی ماده را تعیین نمود.

در سیستمهای مرسوم توموگرافی، برای محدود کردن حجم اسکن شده، در مقابل آشکارساز و چشمه موازی‌ساز سربی قرار می‌دهند. بدین ترتیب حتی کوچکترین عیوب در هدف تحت بررسی قابل تشخیص است. هر چند در این حالت آهنگ شمارش (پالسهای آشکار شده) کم است برای افزایش آن می‌توان چشمه‌ای با اکتیویته بالا بکار برد، ولی استفاده از این چشمه‌ها برای کاربر خطرناک بوده و نیازمند بکارگیری حفاظهای سربی ضخیم می‌باشد که این مسئله سبب سنگین تر و غیر قابل حمل شدن دستگاه می‌شود. با بکار بردن چشمه‌ای با اکتیویته پایین و حذف موازی‌ساز مقابل آشکارساز ضمن افزایش راندمان، می‌توان این مشکل را رفع نمود. ولی در این حالت آشکارساز از هر قسمت نمونه فوتون دریافت می‌کند که این عمل موجب می‌شود که کنترل روی حجم اسکن شده کاهش یافته و در نتیجه قدرت تفکیک فضایی تقلیل یابد. لذا برای افزایش بازده سیستم آشکارسازی، باید یک حالت بهینه در این چیدمان انتخاب شود. قدرت چشمه، ضخامت حفاظ سربی، فاصله چشمه و آشکارساز از نمونه و زاویه نسبی بین آشکارساز و موازی‌ساز چشمه از عوامل موثر بر طیف بدست آمده می‌باشند.

یکی از اهداف این پژوهش بررسی روش مبتنی بر انرژی پس پراکندگی کامپتون در تعیین عیبهای موجود در یک نمونه است. در این تحقیق با استفاده از کد شبیه‌سازی MCNP و مقایسه نتایج آن با نتایج تجربی شرایط بهینه بکارگیری چشمه، موازی‌ساز و آشکارساز را بدست می‌آوریم. علاوه بر این یک سیستم توموگرافی به روش پراکندگی کامپتون در زاویه پراکندگی ۹۰ درجه را به عنوان یک روش تست غیر

مخرب معرفی نموده‌ایم. با استفاده از کد شبیه‌سازی MCNP4C سیستم مورد نظر را شبیه‌سازی کرده و به مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی این سیستم با داده‌های تجربی پرداخته‌ایم.

فصل اول

پیشینه تحقیق و بررسی منابع

۱-۱ بر همکنش‌های پرتوهای γ و X

پرتوهای γ یا X تابش الکترومغناطیسی هستند. اگر آنها را به صورت ذره در نظر بگیریم، وقتی با سرعت نور حرکت می‌کنند، جرم سکون و بار سکون آنها صفر است. نام مشترک برای پرتوهای γ و پرتوهای X، وقتی به صورت ذره در نظر گرفته شوند، فوتون است. رابطه بین انرژی، بسامد و طول موج λ عبارت است از [۱]:

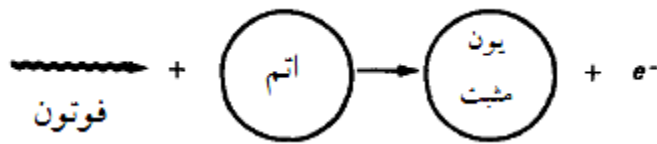
$$E = hv = h \frac{c}{\lambda} \quad (۱.۱)$$

تمایز روشنی بین پرتوهای γ و پرتوهای X وجود ندارد. عموماً، فوتونهای با انرژی $E < 100 \text{ keV}$ را پرتو X می‌نامند. γ ها، فوتونهایی با انرژی $E \geq 100 \text{ keV}$ هستند. مهمترین تفاوت پرتوهای گاما با اشعه ایکس در این است که اولاً منشأ تولید اشعه ایکس یک واکنش اتمی است در حالی که پرتوهای گاما از گذارهای هسته‌ای گسیل می‌شوند و دوم اینکه طیف اشعه گاما نسبت به اشعه ایکس هم‌دوس تر می‌باشد. [۳و۲]. انرژی این فوتونها طی سه برهمکنش عمده جذب ماده می‌شود، که عبارتند از جذب فوتوالکتریک، اثر کامپتون و تولید جفت. علاوه بر این فرآیندها تولید اشعه X و پدیده برمشرانگ نیز رخ می‌دهد.

اهمیت هر یک از این برهمکنش‌ها به انرژی فوتون و عدد اتمی ماده مورد برخورد، بستگی دارد. ویژگی مهم برهمکنش پرتو X یا γ با ماده از طریق سه ساز و کار فوق، تولید ذره باردار پرنرزی (الکترون و پوزیترون) است که انرژی خود را در برخورد با ماده، با تولید یونسازی و برانگیختگی از دست می‌دهند. به همین دلیل گاهی اوقات پرتو X یا γ را پرتوهای یونساز غیر مستقیم می‌نامند [۱].

۲-۱ اثر فوتوالکتریک

در اثر فوتوالکتریک، یک فوتون جذب می‌شود و یکی از الکترونهای اتمی، که در این مورد فوتو-الکترون خوانده می‌شوند، آزاد می‌گردد.



شکل ۱-۱: پدیده فوتوالکتریک

انرژی جنبشی ماکزیمم الکترون در این پدیده برابر است با:

$$T_e = E_\gamma - B_e \quad (1.2)$$

که E_γ انرژی فوتون فرودی و B_e انرژی بستگی الکترون است.

احتمال برهمکنش فوتوالکتریک در اتم، به شدت به دو عامل انرژی فوتون E_γ و عدد اتمی، اتم مورد برخورد (Z)، وابسته است. احتمال وقوع برهمکنش فوتوالکتریک یا به عبارت دیگر وابستگی سطح مقطع

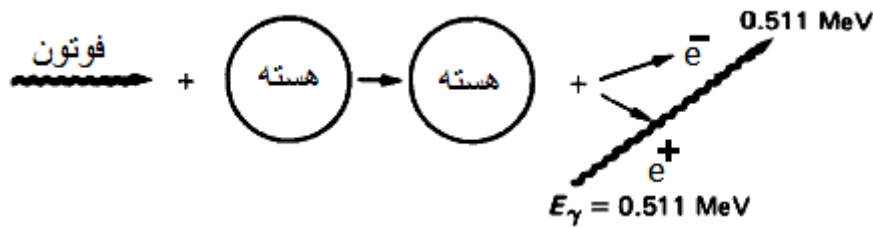
فوتوالکتریک به عدد اتمی ماده و انرژی فوتونهای γ به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma_{ph} \sim Z^n, \quad \sigma_{ph} \sim \frac{1}{E_\gamma^n}, \quad 3 \leq n \leq 5 \quad (1.3)$$

لذا اثر فوتوالکتریک در انرژی‌های پایین فوتون قابل ملاحظه است.

۳-۱ اثر تولید زوج

در اثر تولید زوج با ناپدید شدن یک فوتون، یک زوج الکترون-پوزیترون به وجود می‌آید. وقوع این برهمکنش، نیازمند پرتوی γ با انرژی بیش از 1.02 MeV است. با عبور پرتوی γ با انرژی بیش از این مقدار، از میدان الکتریکی هسته، یک الکترون و یک پوزیترون تولید می‌شود (بخشی از انرژی پرتوی γ به ماده تبدیل می‌شود). انرژی مازاد پرتو گاما به صورت انرژی جنبشی بین e^- و e^+ تقسیم می‌شود.



شکل ۱-۲: اثر تولید جفت. گاما ناپدید و یک زوج الکترون-پوزیترون آفریده می‌شود. بر اثر نابودی پوزیترون دو فوتون 0.511 MeV تولید می‌شود.

$$E_{\gamma} - 1.02 = T_{-} + T_{+} \quad (1.4)$$

در مورد این پدیده نیز، احتمال وقوع یا به عبارت دیگر وابستگی سطح مقطع تولید زوج به عدد اتمی

ماده و انرژی فوتون‌های γ به صورت زیر بیان می‌شود [۱]:

$$\sigma \sim Z^n, \quad \sigma \sim \frac{1}{E_{\gamma}^n}, \quad n = 2 \quad (1.5)$$

۱-۴ اثر کامپتون

پراکندگی کامپتون در سال ۱۹۲۲ توسط آرتور کامپتون^۱ با پراکندگی اشعه X از عناصر سبک کشف شد. وی در همان سال نتایج تئوری و تجربی خود را گزارش داد و در سال ۱۹۲۷ موفق به دریافت جایزه نوبل گردید [۴]. فرآیند پراکندگی کامپتون برهمکنشی است ما بین فوتون و یک الکترون آزاد. در این واکنش فوتون فرودی قسمتی از انرژی خود را به الکترون داده و فوتون جدیدی با انرژی کمتر و در مسیر متفاوتی ایجاد می‌شود [۵].

تئوری پراکندگی کامپتون به دو دلیل از مکانیک نسبیتی استفاده می‌کند: اولاً فوتون‌ها بدون جرمند، ثانیاً انرژی انتقال یافته به الکترون قابل مقایسه با انرژی سکون آن است. بنابراین نتایج انرژی و اندازه حرکت فوتونها باید بر حسب مقادیر نسبیتی بیان شوند.

جسمی به جرم سکون m_0 و سرعت حرکت v دارای جرم نسبیتی m می‌باشد که با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (1.6)$$

اندازه حرکت نسبیتی \vec{p} با $m\vec{v}$ تعریف می‌شود بطوریکه از حاصل ضرب مجذور طرفین رابطه (۱.۶) در c^4 خواهیم داشت:

$$m^2 - m^2(v/c)^2 = m_0^2 \quad (1.7)$$

$$m^2 c^4 - m^2 v^2 c^2 = m_0^2 c^4, \quad (1.8)$$

¹ Arthur H. Compton

$$(mc^2)^2 - (pc)^2 = (m_0c^2)^2, \quad (1.9)$$

$$E^2 - E_0^2 = (pc)^2. \quad (1.10)$$

معادله (۱.۱۰) بزرگی اندازه حرکت نسبیته \vec{p} را به انرژی نسبیته E مربوط می‌کند. از این معادله نتیجه می‌-

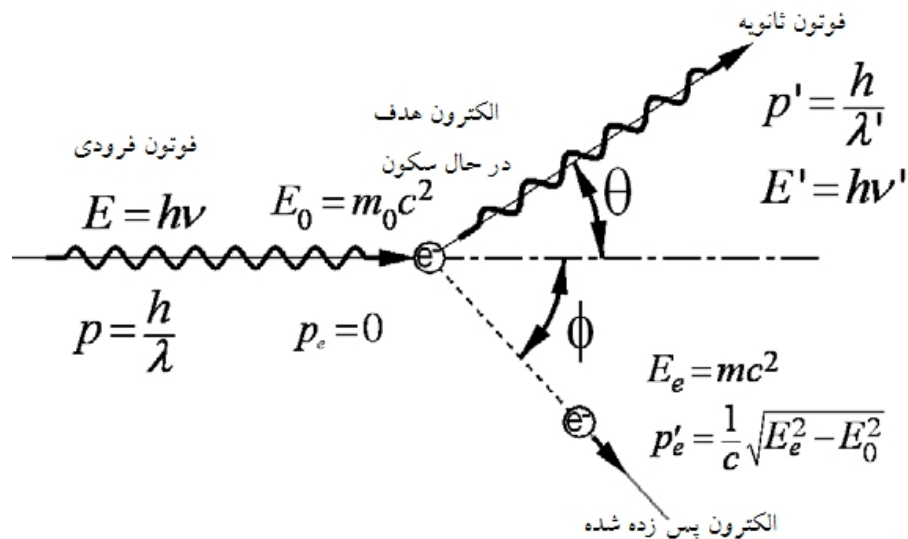
شود که اندازه حرکت و انرژی یک ذره با جرم در حال سکون صفر مانند فوتون از رابطه زیر بدست می‌-

آید:

$$pc = E, \quad E_0 = 0 \quad (1.11)$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (1.12)$$

شکل (۱-۳) پراکندگی فوتونهای فرودی با انرژی $E = h\nu$ را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۳: اثر کامپتون [۴]

مطابق پایستگی انرژی، انرژی پرتو گامای فرودی $h\nu$ و انرژی سکون الکترون E_0 قبل از پراکندگی با انرژی گامای پراکنده شده $h\nu'$ و انرژی کل الکترون پراکنده شده E_e برابر است:

$$h\nu + E_0 = h\nu' + E_e \quad (1.13)$$

از معادله (۱.۱۰) رابطه بین انرژی کل E_e و انرژی الکترون بعد از پراکندگی و اندازه حرکت نسبی \vec{p}_e با رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$E_e = \sqrt{(p_e c)^2 + E_0^2}. \quad (1.14)$$

با جایگذاری معادله (۱.۱۴) در معادله (۱.۱۳) داریم:

$$h\nu + E_0 = h\nu' + \sqrt{(p'_e c)^2 + E_0^2} \quad (1.15)$$

با استفاده از رابطه مابین انرژی فوتون و اندازه حرکت از رابطه (۱.۱۲) داریم:

$$pc + E_0 = p'c + \sqrt{(p'_e c)^2 + E_0^2}. \quad (1.16)$$

$$(p - p')c + E_0 = \sqrt{(p'_e c)^2 + E_0^2} \quad (1.17)$$

$$(p - p')^2 c^2 + E_0^2 + 2(p - p')cE_0 = (p'_e c)^2 + E_0^2 \quad (1.18)$$

که جمله زیر از قانون بقای انرژی حاصل می‌گردد:

$$p^2 + p'^2 - 2pp' + \frac{2(p-p')E_0}{c} = p_e^2. \quad (1.19)$$

این معادله مربوط به اندازه حرکت الکترون p_e می‌باشد که توسط پرتوهای گامای پراکنده شده با اندازه حرکت اولیه p و نهایی p' است. الکترون در ابتدا ساکن فرض شده بطوری که امکان کافی بکارگیری