بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

دانشگاه سمنان

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

مطالعه رفتار ترمودینامیکی سیاه چاله

توسط:

راضیه مسرور باب اناری

استاد راهنما

حسین غفار نژاد

خرداد ۱۳۹۰

دانشگاه سمنان

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک

تحت عنوان

مطالعه رفتار ترمودینامیکی سیاه چاله

ارائه شده توسط:

راضیه مسرور باب اناری

در تاریخ ۹۰/۳/۱۷ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت:

۱- استاد راهنما	دکتر حسین غفارنژاد
۲- استاد داور	دکتر گوهر رستگارزاده
۳- استاد داور	دکتر نصرت الله جعفری سنبل‌آبادی

تقدیم به

اسطوره های زندگیم,پناه خستگیم وامید بودنم

پدر مادرو عزیزم

تشکر و قدردانی

خداوند را شاکر و سپاسگزارم که نعمت های بیکرانش را همواره در زندگی ام جاری داشته است.بسیار خوشحالم که تحصیل در زمینه گرانش و کیهانشناسی مرا بیش از پیش با قدرت بی پایان و حکمت نامتناهی پروردگار عالم آشنا کرده است.در این فرصت مایلم که از همه دوستان و همراهانم در طول دوران زندگی تشکر و قدردانی نمایم.به این منظور پیش از هرچیز لازم می دانم که در پیشگاه بزرگ ترین موهبت های زندگی ام یعنی پدرو مادر بزرگوار و مهربانم عرض ادب نمایم.شکی ندارم که زحمات ایشان تنها انگیزه تلاش من در جهت کسب تحصیل بوده است تا شاید قدری موجبات خرسندی خاطر ایشان را فراهم نمایم.از تک تک اعضای خانواده ام به خاطر پشتیبانی ها و حمایت های عاطفی شان سپاسگزارم.

شاگردی در محضر جناب آقای دکتر غفارنژاد ،استاد راهنمای عزیزم،بزرگ ترین افتخار دوره تحصیلم بوده است.توان علمی شایان ذکر،عنایات و تلاش های خستگی ناپذیر استاد بزرگوار همواره موجب تقویت روحیه و تلاش بیشتر من در امر تحقیق و پژوهش بوده است.امید دارم که مراتب سپاس و تشکر این شاگرد کوچک خود را پذیرا باشند.در آرزوی روزی هستم که بتوانم قدری از زحمات همه این بزرگواران را جبران نمایم.

مطالعه رفتار ترمودینامیکی سیاه چاله

چکیده

در این پایان نامه،ابتدا به طور مختصر به بررسی سیاه چاله ها و قوانین ترمودینامیک در سیاه چاله ها می پردازیم.سپس در ادامه آنسامبل آماری مجموعه ای از سیاه چاله های شوارتزشیلد ، سیاه چاله های شوارتزشیلد دوسیته و سیاه چاله های رایسنر نوردستروم فرینه آماری را در نظر گرفته و کمیتهای ترمودینامیکی همچون دما،تانسور انرژی–تکانه،ظرفیت گرمایی،افق های سیاه چاله این آنسامبل ها را به دست می آوریم.محاسبات نتیجه می دهند که سیاه چاله های شوارتزشیلد که حل خلا معادله اینشتین است اما آنسامبل آن ها حل خلا نیست بلکه چشمه مربوط دارای چگالی غیر صفر است.همچنین برای سیاه چاله رایسنر نوردستروم فرینه نشان می دهیم که هر آنسامبل واقعا یک سیاه چاله با دمای محدود و غیر صفر نشان می دهد. و نشان می دهیم که گرچه کمیتهای فیزیکی چون دما ،تانسور انرژی تکانه ،بار االکتریکی و چگالی جرمی نسبت به مقادیر متناظرشان در یک سیاه چاله غیر اماری رایسنر نوردستروم از برای سیاه چاله میانگین حاصل از انسامبل سیاه چاله های رایسنر نوردستروم غیر اماری متفاوت است اما هنوز بقای بار و جرم حفظ می شد.

واژه های کلیدی:سیاه چاله،آنسامبل آماری

فهرست مندرجات

٤.آنسامبل آماری سیاه چاله شوارتزشیلد

۵.انسامبل آماری سیاه چاله شوارتزشیلد-دوسیته

٦.آنسامبل آماری سیاه چاله فرینه رایسنر نوردستروم

فهرست شکل ها

فصل ۱

مقدمه

مطالعه ترمودینامیکی سیاه چاله در پیشرفت نظری میدان کوانتوم در فضازمان خمیده نقش مهمی را ایفا می کند.بنابر تعریف از نظرتئوری هندسی اینشتین[۱] (نسبیت عام) یک سیاه چاله همه چیز را در خود فرو می برد ولی نمی تواند چیزی به بیرون پرتاب کند،بنابراین در نگاه اول بی فایده است که یک دمای غیر صفر به آن نسبت دهیم.در سال ۱۹۷۴ هاوکینگ نشان داد که با در نظر گرفتن اثرات گرانش کوانتومی در فضازمان خمیده ،سیاه چاله ها می توانند ذراتی را گسیل کنند.اهمییت این پدیده خیلی کاربرد نداشت. خیلی زود این تردید را که گرانش و ترمودینامیک و کوانتوم در جهان عملا به هم وابسته هستند را تایید کرد.ارتباط بین خصوصیات هندسی افق رویداد و کمییتها ی ترمودینامیکی دلالت دارد به اینکه یک رابطه دقیقی بین خصوصیات هندسه فضازمان و فیزیک کوانتوم وجود دارد.رفتارهای ترمودینامیکی باید یک تفسیر آماری در گرانش کوانتوم داشته باشد.

متریک سیاه چاله ها به عنوان جواب هایی از معادله گرانشی اینشتین می باشند. اولین بار در سال ۱۹۱۶ یک فیزیکدان به نام کارال شوارتزشیلد[۲] نشان داد که هندسه سیاه چاله شوارتزشیلد فضازمان یک سیاه چاله

[۱] Einstein

[۲] Karal schwarzschild

با تقارن کروی و ساکن است.در یک مقاله مشهور ،وار[۳] و روبرت اوپنهاینر[۴] و هارال اسنایدر[۵] اثبات کردند که جواب شوارتزشیلد ،حالت نهایی یک ستاره بزرگ کروی در حال رمبش را توصیف می کند.در آن مقاله به سیاه چاله به عنوان یک پدیده مرکزی در فیزیک نجومی نگاه کردند . اما زیاد مورد توجه قرار نگرفت. بعدها به سرعت به سیاه چاله ها به عنوان یک حالتی از میدان گرانشی نگاه کردند و فیزیکدانان به آن علاقه مند شدند.در سال ۱۹۶۰ از طریق جواب سیاه چاله عمومی به سیاه چاله باردار الکتریکی چرخشی در حالت ایستا پی بردند.و در سال ۱۹۶۲ روی کر[۶] حالت $Q = 0$ را کشف کرد و سیاه چاله بی بار چرخشی را سیاه چاله کر نامیدند. در فصل دوم این پایان نامه به طور مختصر به بررسی سیاه چاله می پردازیم و در مورد آنتروپی[۷] سیاه چاله و افق رویداد[۸] و گرانش سطحی[۹] و دمای هاوکینگ به طور مختصر توضیح می دهیم. و همچنین به بررسی ترمودینامیک استاندارد سیاه چاله ها می پردازیم[۱].

نسبیت عام می گوید که نظریه گرانشی غیر کوانتومی وجود دارد. فضا زمان فیزیکی ،با یک متریک معین نشان داده می شود.درنظریه اینشتین فرض می شود که این متریک با تانسور انرژی تکانه در فضا زمان که درمعادله اینشتین می باشد، پیوند یافته است . بنابراین میدان گرانشی در نسبیت عام واقعا یک متریک روی منیفولد فضازمان مشخص می کند.

نظریه میدان متوسط[۱۰] یک نقش تقریبا مهم درهر شاخه ای از فیزیک بازی میکند .روش میدان متوسط گرانشی یک موضوعی در جهت تحقیقات علمی موثربرای بیشتر از یک دهه می باشد. اخیرا این موضوع به طور مفهومی حل شده است . این نشان می دهد که ، یک آنسامبل[۱۱] آماری Σ در تقسیم یک وضعیت عام در فضازمان، باعث مفهوم فیزیکی و ریاضیات میشود که فضا زمان متوسط وابسته به این آنسامبل به عنوان یک فضا زمان با وضعیت یکسان تعیین میشود،اما میدان گرانشی با یک متریک ظاهر می شود که به سادگی متریک میانگین متناسب با اعضای فضازمان Σ است.

---

[۳] War II.J

[۴] Robert Oppenheiner

[۵] Haral Snyder

[۶] Roy Kerr

[۷] entropy

[۸] Event horizons

[۹] Surface gravity

[۱۰] Mean field theory

[۱۱] Ensembel

میدان گرانشی باید به عنوان یک کمییت آماری رفتار کند و باید قادر باشد که میانگین روی انحنای فضازمان های گوناگون به خوبی در حالت های متفاوتی از مواد در فضازمان نشان دهد.اشکال اصلی به خاطر غیر خطی بودن معادلات اساسی نسبیت عام است[۳].

قبلا راههای مختلفی درباره میانگین هندسی فضا زمان پیشنهاد شده بود ، اما هیچ یک از آنها به نظر کاملا رضایت بخش نبود. در فصل سوم یک راه حل معنی دار فیزیکی و طبیعی برای میانگین میدان گرانشی اینشتین وجود دارد و این روش تضمین می کند که میدان متوسط از معادله نسبیت عام به دست می آید .در آن فصل به بررسی بعضی تعاریف اساسی و نتایج آن درباره آنسامبل آماری فضازمان و میدن گرانشی متوسط می پرازد.و همچنین به طور خلاصه به بررسی کارکرد روش متوسط گیری در فضازمان می پردازیم[۲, ۳].

مطالعات اخیر نشان می دهد که کاربرد فیزیک آماری در نظریه گرانشی نسبیت عام مباحث جالبی را در حوزه فیزیک نظری پیشگویی می کند.یک روش واقع بینانه برای بسیاری از مسائل کیهانشناسی یا نجومی خواستار یک رفتار آماری از گرانش است،و این اثر متقابل بین فیزیک آماری و گرانش به طور طبیعی با گرانش کوانتوم و نظریه ریسمان[۱۲] به واسطه ترمودینامیک سیاه چاله ارتباط دارد .با این فرض در فصل چهارم جزییات تجزیه و تحلیل آنسامبل آماری سیاه چاله های شوارتزشیلد را از نظر مکانیک آماری کلاسیک مورد تحلیل قرار می دهیم.این آنسامبل ها نسبتا ساده هستند و به طور دقیق محاسبه می شوند.اما آنها می توانند در تجزیه و تحلیل از لحاظ کیفییت اثرات نتایج در مشاهدات حاضر و بعدی در سیاه چاله فیزیک نجومی کاربرد داشته باشند.ما ثابت می کنیم که شعاع افق یک سیاه چاله شوارتزشیلد و توزیع انرژی در فضازمان کمی تغییر می کند.و همچنین نشان می دهیم که فضا زمان خلا نیست و سیاه چاله با یک ماده احاطه می شود.این ماده اثر ماکروسکوپی از در جه آزادی گرانشی میکروسکوپی نشان می دهد .ما همچنین نشان می دهیم که انرژی کل یک سیاه چاله تغییر نمی کند .سرانجام،ما دمای وابسته با آنسامبل آماری را محاسبه می کنیم[٤].

در فصل پنجم آنسامبل آماری سیاه چاله های شوارتزشیلد دوسیته[۱۳] را در نظر می گیریم و کمییتهای ترمودینامیکی همچون دما ،افق هایی سیاه چاله و ظرفیت گرمایی این آنسامبل ها را به دست می آوریم.در این فصل نشان می دهیم که در بازه خاصی سیاه چاله ها از لحاظ ترمودینامیکی ناپایدارند .

خصوصیات ترمودینامیکی با بررسی کردن سیاه چاله کلاسیکی به عنوان آنسامبل آماری از درجه آزادی وابسته با گرانش کوانتومی و نظریه ریسمان تعیین می شود.در فصل ششم ما از سیاه چاله فرینه[۱۴] کلاسیک که دمای آن صفر است شروع می کنیم و آنسامبل آماری جدیدی از این سیاه چاله را معرفی می کنیم و نشان

---

[۱۲] String theory

[۱۳] Schwarzschild-de sitter

[۱۴] extrem

می دهیم که هر آنسامبل واقعا یک سیاه چاله کلاسیکی با دمای محدود و غیر صفر نشان میدهد.فضازمان متوسط یا میانگین با توزیع جرم و بار مشخص می شود.سیاه چاله متوسط یا میانگین با یک میدان الکترو مغناطیسی متوسط احاطه می شود و یک ماده ظاهری نامیده میشود.و همچنین جرم کل و بار کل فضازمان متوسط با روش میانگین تغییر نمی کند[۵].

فصل ۲

مروری بر فیزیک سیاه چاله وترمودینامیک سیاه چاله

۲ — ۱ آشنایی با سیاه چاله

در سال ۱۷۸۳ ایده فرار نکردن نور از میدان گرانشی قوی،توسط یک زمین شناس به نام میشل[۱] مطرح شد.در سال ۱۷۹۹ ،لاپلاس[۲] با محاسبه ساده ای این ایده را فرمولبندی کرد و نشان داد اگر جرمM را در کره ای به شعاع کمتراز $r = \frac{۲GM}{c^۲}$ (در واحدهای SI)متراکم کنیم،میدان گرانشی داخل این سطح و بیرون جرم چنان قوی می شود که هیچ جسمی از داخل این سطح که آن را افق رویداد می نامیم،نمی تواند بیرون رود،حتی اگر سرعتی به اندازه سرعت نور داشته باشد..با این حال جالب است که جواب دقیق هم که بعدها توسط شوارتزشیلد ارائه شد،دقیقا همین مقدار را برای شعاع افق رویداد پیش بینی می کند.به این ترتیب شوارتزشیلد جواب دقیقی برای معادله اینشتین نشان داد:

$$G_{\mu v} = ۸\pi T_{\mu v} = R_{\mu v} - \frac{۱}{۲} R g_{\mu v} \qquad (۱ - ۱ - ۲)$$

که در آن $G_{\mu v}$ تانسور اینشتین و $T_{\mu v}$ تانسور انرژی تکانه[۳] و$R_{\mu v}$ تانسور ریچی[۴] است.بیرون جرم کروی متقارن وجود دارد که این جواب ،فضای داخلی سطحی نور گونه به شعاع $r_s = ۲GM$ را به عنوان سیاهچاله معرفی می کند.

[۱] Michell

[۲] Laplace

[۳] energy-momentum tensor

افق رویداد سیاهچاله که جداکننده فضای داخل و خارج آن است دارای ویژگی های جالبی است از جمله آن که برای مثال جرم و تکانه زاویه ای سیاهچاله با انتگرال هایی روی سطح افق رویداد تعریف میشوند.

علاوه بر حل شوارتزشیلد ،بعدها به حالتهای دیگری نیز توجه شد.سیاه چاله ای که متقارن و کروی است و دارای ثابت کیهانی است وهمچنین سیاهچاله ای که بار الکتریکی دارد و همچنان فضازمان را متقارن کروی نگه می دارد وتوسط رایسنر و نوردستروم[۵] معرفی شد.ویژگی جالب این سیاهچاله وجود دو افق برای آن است که البته تنها افق خارجی آن ویژگی افق رویداد را دارد.همین طور کر به جوابی برای معادله اینشتین که دارای تکانه زاویه ای است رسید و سپس متریک سیاه چاله باردار چرخان توسط کرو نیومن ارائه شد.در این حالت با صفر قرار دادن پارامتر دوران و بار الکتریکی،جواب شوارتزشیلد به دست می آید و نیز اگر در هر کدام از این موارد در فاصله دور از توزیع جرم قرار گیریم،با فضازمان تخت با انحنای صفر مواجه می شویم.

در حالت کلی ،فضازمان دارای تقارن کروی،با متریک زیر توصیف می کنیم:

$$ds^{2} = B(r,t)dt^{2} - A(r,t)dr^{2} - r^{2}d\theta^{2} - r^{2}\sin^{2}\theta\, d\varphi^{2} \qquad (۲-۱-۲)$$

به این ترتیب در بسیاری از حل ها با این متریک شروع می کنیم و به دنبال یافتن توابع $A(r,t)$و$B(r,t)$ هستیم.

در این فصل به طور مختصر سیاهچاله شوارتزشیلد،سیاهچاله باردار و سیاهچاله شوارتزشیلد دوسیته را معرفی می کنیم[۶, ۷] .

۲ – ۱ – ۱ سیاهچاله شوارتزشیلد

یک وضعیت ساده که منجربه تقارن کروی فضازمان می شود این است که تنها توزیع جرمی کروی ساکن داشته باشیم.حل معادله اینشتین خارج چنین جرمی توسط شوارتزشیلد در سال ۱۹۱۶،تنها اندکی بعد از معرفی معادلات نسبیت عام ،ارائه شد.برای چنین توزیع جرمی به دنبال یافتن توابع $B(r,t)$ و $A(r,t)$ هستیم تا متریک را به طور کامل مشخص کنیم.مولفه های تانسور اینشتین را با توجه به رابطه(۲ – ۱ – ۲) می یابیم.محاسبه مستقیم نشان می دهد :

$$A(r,t) = B^{-1}\left(r,t\right) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) \qquad (۳-۱-۲)$$

[۴] Ricci tensor

[۵] Reissner-Nordstrom

بنابراین کلی ترین جواب برای معادله اینشتین در خلا و بیرون جرم کروی متقارن به صورت زیر است:

$$ds^۲ = -\left(۱ - \frac{۲M}{r}\right) dt^۲ + (۱ - \frac{۲M}{r})^{-۱} dr^۲ + r^۲(d\theta^۲ + sin^۲\theta\, d\varphi^۲) \qquad (۲-۱-۴)$$

که توسط شوارتزشیلد ارائه شد.از آنجا که تمام مولفه های متریک شوارتزشیلد مستقل از زمان هستند،جواب ساکن است.علاوه بر این،رابطه تحت تبدیل $t \to -t$ و نیز تحت انتقال در زمان به صورت ثابت $t \to t +$ ،ناوردا می ماند و بنابراین جوابی ساکن است.همچنین اگر حد $r \to \infty$ را بررسی می کنیم،به فضازمان تخت مجانبی می رسیم که متریک آن،متریک مجانبی مینوکوفسکی است و در مختصات قطبی به شکل زیر نوشته می شود:

$$ds^۲ = -dt^۲ + dr^۲ + r^۲ d\Gamma^۲ \qquad (۲-۱-۵)$$

اما شاید جالب ترین ویژگی سیاهچاله ،افق رویداد آن ها باشد.همانطور که از (۲ – ۱ – ٤) دیده می شود.مولفه g_{tt}متریک در$r = ۲M$ صفر می شود و معادله مولفه g_{rr} ،بی نهایت میشود.این سطح را افق رویداد سیاهچاله می نامند.این تکینگی متریک در $r = ۲M$ را با محاسبه مستقیم مربع تانسور ریچی بررسی می کنیم:

$$R^{\alpha\beta\gamma\delta} R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{۴۸M^۲}{r^۶} \qquad (۲-۱-۶)$$

واضح است که سطح $r = ۲M$ انحنای محدودی دارد و بنابراین تکینگی در این سطح تنها به دلیل انتخاب مختصات (t, r, θ, φ) ایجاد می شود.اما در$r = ۰$ انحنای فضا زمان شوارتزشیلد بی نهایت می شود.متریک هم در این حد دارای تکینگی است.این تکینگی دیگر به انتخاب مختصات مربوط نیست بلکه به دلیل تمرکز جرم،انحنای فضازمان در$r = ۰$ بی نهایت می شود[۸,۱۳]. برای رفع تکینگی در$r = ۲M$ ،مختصات زیر را در نظر می گیریم:

$$u = t - r^* \quad ; \quad v = t + r^* \qquad (۲-۱-۷)$$

$$r^* = \int \frac{dr}{۱ - ۲M/r} = r + ۲M\, Ln\left|\frac{r}{۲M} - ۱\right| \qquad (۲-۱-۸)$$

در این مختصات متریک بدون تکینگی در $r = ۲M$ خواهد داشت:

$$ds^۲ = -\left(۱ - \frac{۲M}{r}\right) du dv + r^۲ d\Gamma^۲ \qquad (۲-۱-۹)$$

۲ – ۱ – ۲ سیاه چاله ساکن کروی شوارتزشیلد –دوسیته

معادله خلا اینشتین در حضور ثابت کیهان شناسی مثبت Λ چنین داده می شود:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 0 \qquad (۲-۱-۱۰)$$

هر کس می تواند برای معادله (۲ – ۱ – ۱۰) یک متریک فضازمان خمیده ساکن با تقارن کروی به دست آورد که در مختصات قطبی کروی به شرح زیر می باشد:

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2M}{r}-\frac{1}{3}\Lambda r^2\right)dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1-\frac{2M}{r}-\frac{1}{3}\Lambda r^2\right)} + r^2(d\theta^2 + sin^2\theta\, d\varphi^2) \qquad (۲-۱-۱۱)$$

این متریک ناحیه خلا بیرون یک سیاه چاله شوارتزشیلد ساکن کروی به جرم M در حضور ثابت کیهانشناسی Λمی باشد و متریک سیاهچال شوارتزشیلد–دوسته نامیده می شود.با اعمال شرط مرزی $\Lambda = 0$ متریک فوق به متریک سیاهچال شوارتزشیلد تبدیل می شود و با اعمال شرط مرزی $M = 0$ متریک(۲ – ۱ – ۱۱) به شکل زیر تبدیل می شود که به متریک جهان دوسیته معروف است.

$$ds^2 = -\left(1-\frac{1}{3}\Lambda r^2\right)dt^2 + \frac{dr^2}{(1-\frac{1}{3}\Lambda r^2)} + r^2(d\theta^2 + sin^2\theta\, d\varphi^2) \qquad (۲-۱-۱۲)$$

متریک دوسیته (۲ – ۱ – ۱۲)دارای یک افق در محل $r_{\text{کیهانی}} = \sqrt{\frac{3}{\Lambda}}$ می باشد که از معادله $g_{tt} = 1 - \frac{1}{3}\Lambda r^2 = 0$ به دست می آید.متریک (۲ – ۱ – ۱۲) در وواقع متریک یک فضازمان تخت مینوکوفسکی می باشد که با افق رویداد $r_{\text{کیهانی}} = \sqrt{\frac{3}{\Lambda}}$ محدود شده است.این را افق کیهانی می نامند.مقدار ثابت کیهانشناسی Λ از رهیافت نظریه میدانهای کوانتومی خلا تعبیر می شود.

متریک (۲ – ۱ – ۱۱) را می توان به صورت مجانبی تخت نوشت:

$$ds^2 = \Omega(r)\left(-dt^2 + dr^{*2}\right) + r^2(d\theta^2 + sin^2\theta\, d\varphi^2) \qquad (۲-۱-۱۳)$$

با

$$\Omega(r) = 1 - \frac{2M}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}\ , \quad \frac{dr}{dr^{*2}} = \Omega(r) \qquad (۲-۱-۱۴)$$

در آحاد هندسی $G = c = 1$ مقدار تخمینی اندازه گیری شده تجربی برای آن در حدود $\Lambda = 10^{-54}\frac{1}{cm^2}$ بر سانتی متر مربع می باشد.با کمک این مقدار می توان نتیجه گرفت که شعاع عالم یا محل ایجاد افق رویداد کیهانی حدودا $r_{\text{کیهانی}} \approx 10^{27}cm$ سانتی متر می باشد.از طرف دیگر هر ستاره ناپایدار در حال رمبش برای این که کاندید مناسبی برای یک سیاه چاله شوارتزشیلد باشد باید حداقل دارای ۱٫۵ برابر جرم خورشید،جرم یا انرژی داشته باشد.یعنی جرمی معادل با 3.10^{30} کیلوگرم داشته باشد تا بتوان تشکیل یک سیاه چال را بدهد.در این صورت ستاره چگال شده و قطری از مرتبه چند سانتی متر

خواهد داشت.به سادگی می توان نشان داد که سیاهچال شوارتزشیلد-دوسیته با متریک (۲ - ۱ - ۱۱) دارای دو افق می باشد یکی افق رویداد سیاه چال و دیگری افق رویداد کیهانی که ازمعادله زیر به دست می آید:

$$g_{tt} = ۰ = ۱ - \frac{۲M}{r} - \frac{۱}{۳}\Lambda r^{۲} \qquad (۱۵ - ۱ - ۲)$$

برای به دست آوردن محل این افقها بهتر است معادله (۲ - ۱ - ۱۵) را به صورت یک عبارت بی بعد تبدیل نمود.ابتدا با تعریف $x = \frac{r}{۲M}$ آنرا به صورت زیر بازنویسی میکند:

$$x - ۱ - \alpha x^{۳} = ۰ \qquad , \qquad \alpha = \frac{۴}{۳}\Lambda M^{۲} \qquad (۱۶ - ۱ - ۲)$$

با توجه به ملاحظات تجربی برای مقادیر ثابت کیهانشناسی و شعاع شوارتزشیلد $R_{sc} = \frac{۲GM}{c^{۲}}$ می توان نشان داد که در آحاد هندسی $G = c = ۱$ که در آن شعاع شوارتزشلد برابر با $۲M$ می شود.مقدار ثابت بی بعد $۱ \gg \alpha > ۰$ می شود.در این صورت می توان یک جواب تقریبی برای شعاع افق رویداد سیاهچال شوارتزشیلد دوسیته به دست آورد.با فرض این که $x_{\text{سیاهچال}} = ۱ + \varepsilon$ و کمییت بی بعد کوچک ε در اثر وجود ثابت کیهانشناسی غیر صفر ظاهر می شودمی توان با درج این رابطه در معادله(۲ - ۱ - ۱۶)و به کاربردن رابطه تقریبی $(۱ + \varepsilon)^{۳} \approx ۱ + ۳\varepsilon$ یک رابطه تقریبی برای شعاع افق رویدادسیاه چال شوارتزشیلد دوسیته چنین به دست می آید:

$$x_{\text{سیاهچال}} \approx \frac{۱ - ۲\alpha}{۱ - ۳\alpha} \approx ۱ + \alpha \qquad (۱۷ - ۱ - ۲)$$

که در این جا باید داشته باشیم:

$$۰ < \alpha < \frac{۱}{۳} \qquad (۱۸ - ۱ - ۲)$$

این شرط هنوز محدودیتها ی تجربی به دست آمده برای مقادیر ثابت کیهانشناسی و اجرام کاندید های سیاهچال ها و یا مقدار تجربی پارامتر $۱ \gg \alpha > ۰$ را پیروی می کند و لذا جواب تقریبی که برای شعاع افق رویداد سیاهچال به دست آوردیم واقعا حتی در تقریب نخست قابل قبول است.رابطه (۲ - ۱ - ۱۷) نشان می دهد که تنها در غیاب ثابت کیهانشناسی $\Lambda = ۰$ شعاع افق رویداد سیاهچاله به شعاع افق سیاه چاله شوارتزشیلد میل می کند یعنی $x_{\text{سیاهچال}} = ۱$. با همین روش می توان شعاع افق رویداد کیهانی اصلاح یافته در حضور سیاه چال $M \neq ۰$ را نسبت به شعاع افق رویداد کیهانی جهان دو سیته$\sqrt{\frac{۳}{\Lambda}}$ به دست

آورد.در این حالت با تعریف متغییر جدید بی بعد $y = r\sqrt{\frac{۳}{\Lambda}}$ و درج آن در معادله افق(۲ − ۱ − ۱۵) خواهیم داشت:

$$y - \beta - y^{۳} = ۰ \qquad ، \beta = \sqrt{\alpha} = ۲M\sqrt{\frac{۳}{\Lambda}} \tag{۲ − ۱ − ۱۹}$$

دوباره تعریف می کنیم $y = ۱ + \delta$ که در این جا فرض می کنیم سهم $|\delta| \ll ۱$ از عبارت مثبت $\beta = \sqrt{\alpha} = ۲M\sqrt{\frac{۳}{\Lambda}}$ به دست می آید.با درج رابطه $y = ۱ + \delta$ در معادله افق(۲ − ۱ − ۱۹) و به کار بستن بسط $(۱ + \delta)^{۳} \approx ۱ + ۳\delta$،رابطه (۲ − ۱ − ۱۹)منجر به نتیجه زیر می شود:

$$y \approx ۱ - \frac{\beta}{۲} \qquad , \ \delta \approx -\frac{\beta}{۲} \tag{۲ − ۱ − ۲۰}$$

با به کار بردن مقادیر تجربی $\Lambda \approx ۱۰^{-۵۴}\frac{۱}{cm}$ و $۲M \approx ۲.۵cm$ برای شعاع شوارتزشیلد یک سیاهچال منتخب دلخواه می توان نتیجه گرفت که هنوز باید سهم $۰ < \beta \ll ۱$ باشد.پس نتیجه می گیریم که جواب به دست آمده(۲ − ۱ − ۲۰) برای شعاع افق رویداد کیهانی فضازمان شوارتزشیلد دوسیته هنوز معتبراست.روابط(۲ − ۱ − ۱۷) تا(۲ − ۱ − ۲۰) نشان می دهد که دو افق رویداد کیهانی و سیاهچاله نسبت به محل های بترتیب افق رویداد کیهانی دوسیته $\sqrt{\frac{۳}{\Lambda}}$ در غیاب سیاه چال شوارتزشیلد و افق رویداد سیاهچال شوارتزشیلد ۲M در غیاب ثابت کیهانی جابجا می شوند به طوری که به همدیگر نزدیکتر می شوند.[۹]چنان که قبلا اشاره شد برهم کنش میدانهای کوانتومی با سیاه چاله منجر به تبخیر سیاه چاله ولذا منجر به چروکیدگی سطح افق رویداد آن می شود که در سال ۱۹۷۴ استفان هاوکینگ پیشگویی نمود.اما برای پاسخ به این که آیا این تبخیر سیاه چاله و از بین رفتن سطح افق رویداد سیاه چال قضیه سانسور کیهانی را نقض می کند یا خیر و چنان که باید تاثیر پس زنی انرژی تکانه میدان های کوانتومی بر هم کنش با سطح افق رویداد را به عنوان چشمه دینامیکی در طرف راست معادله خلا اینشتین بکار ببریم و سپس متریک فضازمان شوارتز شیلد دوسیته را در حضور این نیروی پس زنی میدانهای کوانتومی به دست آوریم.جزئیات محاسبات نظری پس زنی میدانهای کوانتومی برروی متریک سیاه چاله شوارتزشیلد دوسیته را می توان در مراجع [۲۱,۲۲] دنبال نمود.که در آنها نشان داده است ثابت کیهانی مثبت در حضور پس زنی تانسور انرژی تکانه میدانهای کوانتومی برروی متریک سیاه چاله شوارتزشیلد دوسیته تبخیر شونده منجر به کاهش شعاع افق رویداد سیاه چاله می شود به طوری که سیاه چاله تبخیر شونده نهایتا به سیاه چاله ای بسیار ریز وپایدار تبدیل می شود که هنوز دارای افق رویداد سیاه چاله است.لذا قضیه سانسور کیهانی در اثر تبخیر گرمایی هاوکینگ نقض می شود.