بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه قم
دانشکده علوم پایه
پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی

با عنوان:

روش‌هایی برای رتبه‌بندی واحدهای تصیم‌گیری در DEA فازی

استاد راهنما:

دکتر علی اصغر فروغی

استاد مشاور:

دکتر غلامحسن شیردل

نگارنده:

بایرام قاسمی

تابستان ۱۳۹۰

تقدیم به:

پدر

و

مادر

مهربانم

تشکر و قدردانی:

حمد و سپاس خدای را که توفیق کسب دانش و معرفت را به ما عطا فرمود. در اینجا بر خود لازم می دانم از استاد گرامی و بزرگوار جناب آقای دکتر فروغی که راهنمایی اینجانب را در انجام تحقیق، پژوهش و نگارش این پایان نامه تقبل نموده اند نهایت تشکر و سپاسگزاری را دارم.

از جناب آقای دکتر شیردل به عنوان استاد مشاور که با راهنمایی خود مرا مورد لطف قرار داده اند کمال تشکر را دارم.

از اساتید گرامی و بزرگوار جناب آقای دکتر احمدی نیا و آقای دکتر سهرابی که نظارت پایان نامه مرا بر عهده داشتند، کمال تشکر را دارم.

چکیده:

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) روشی برای اندازه‌گیری کارایی نسبی یک مجموعه از واحدهای تصمیم‌گیری ($DMUs$) است که ورودی‌های چندگانه را برای تولید خروجی‌های چندگانه مصرف می‌کنند. مدل‌های سنتی DEA به مقدار دقیقی از ورودی‌ها و خروجی‌ها لازم دارند درحالی‌که در مسائل جهان حقیقی داده‌های موجود غالبا غیرصریح هستند. داده‌های غیرصریح را می‌توان به عنوان متغیرهای فازی درنظر گرفت. در این پایان‌نامه برای رتبه‌بندی DMUها با ورودی‌ها و خروجی‌های غیرصریح، مدل CCR به مدل CCR فازی مبنی بر اندازه‌ی باورپذیری گسترش داده می‌شود. در ابتدا اندازه‌ی باورپذیری به عنوان یک اندازه‌ی خود دوگان شرح داده می‌شود. سپس برای حل مدل CCR با ورودی‌ها و خروجی‌های فازی برنامه ریزی قیود تصادفی با پارامترهای فازی در ماکسیمم خوشبانه‌ترین حالت و ماکسیمم بدبینانه‌ترین حالت به کار برده می‌شود. مدل فازی بدست آمده به دو روش: با استفاده از یک الگوریتم پیوندی و یا با تبدیل کردن به یک مدل برنامه‌ریزی خطی حل می‌شود. مدل فازی بدست آمده به مدل BCC فازی، مدل SBM فازی و مدلDEA/AR فازی بسط داده می‌شود. در آخر روشی برای رتبه بندی واحدهای کارا با ورودی خروجی‌های قطعی با استفاده از مدل‌های فازی بدست آمده شرح داده می‌شود.

کلمات کلیدی: اندازه‌ی باورپذیری، روش رتبه‌بندی فازی، رتبه‌بندی کارایی، تحلیل پوششی داده‌ها.

فهرست مطالب

۱ تحلیل پوششی داده‌ها **۳**

۱.۱ مقدمه ۴

۲.۱ مروری بر نوشتجات ۵

۳.۱ مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها ۶

۱.۳.۱ مدل CCR ۷

۲.۳.۱ مدل BCC ۱۰

۳.۳.۱ مدل DEA/AR ۱۲

۴.۳.۱ مدل SBM ۱۴

۲ اندازه‌ی باورپذیری **۱۵**

۱.۲ مقدمه ۱۶

۲.۲ برخی از مفاهیم پایه‌ای مجموعه‌ی فازی ۱۶

۳.۲ تعاریف و قضایای اندازه‌ی باورپذیری ۱۸

۴.۲ چرا اندازه‌ی باورپذیری؟ ۲۹

۳ DEA فازی **۳۲**

۱.۳ مقدمه ۳۳

۲.۳ طبقه‌بندی مدل های DEA فازی ۳۳
۳.۳ مدل CCR فازی ۳۴
۱.۳.۳ الگوریتم ۳۶
۲.۳.۳ شبیه سازی فازی ۳۷
۳.۳.۳ الگوریتم ژنتیک ۳۸
۴.۳.۳ الگوریتم پیوندی ۴۴

٤ قطعی سازی مدل DEA فازی ٤٥

۱.۴ مقدمه ۴۶
۲.۴ قطعی سازی با استفاده از مفهوم برش فازی ۴۶
۱.۲.۴ قطعی سازی مدل ماکسیماکس ۴۹
۲.۲.۴ قطعی سازی مدل مینیماکس ۵۴
۳.۴ قطعی سازی با استفاده از مقدار مورد انتظار باورپذیری ۵۵
۱.۳.۴ روش لیر تو ۵۶
۲.۳.۴ استفاده از EVM ۵۸
۴.۴ حل چند مثال ۶۱

٥ توسیع مدل فازی بر مدل‌های دیگر DEA ٦٧

۱.۵ مقدمه ۶۸
۲.۵ مدل BCC فازی ۶۸
۳.۵ مدل SBM فازی ۷۱
۴.۵ مدل DEA/AR فازی ۷۵

٦ رتبه‌بندی واحدهای کارا با ورودی و خروجی‌های قطعی با استفاده از مدل فازی **٨٤**

١.٦ مقدمه ٨٥

٢.٦ شرح روش ٨٥

٣.٦ حل مثال ٨٩

نتیجه‌گیری و پیشنهادات **٩٤**

واژه‌نامه **٩٧**

کتاب نامه **٩٩**

لیست جداول

جدول ۱.۴ ورودی‌ها و خروجی‌های پنج DMU ۶۲

جدول ۲.۴ مقادیر کارایی بدست آمده برای پنج DMU به روش امکان ۶۲

جدول ۳.۴ مقادیر کارایی و رتبه‌های بدست آمده برای پنج DMU به ازای $\alpha = ۰/۴, ۰/۴۵$ ۶۳

جدول ۴.۴ مقادیر کارایی و رتبه‌های بدست آمده برای پنج DMU به ازای $\alpha = ۰/۵$ و روش EVM ۶۳

جدول ۵.۴ ورودی وخروجی‌های هشت DMU ۶۴

جدول ۶.۴ مقادیر کارایی و رتبه‌بندی هشت DMU به ازای $\alpha = ۰/۴, ۰/۴۵$ ۶۴

جدول ۷.۴ مقادیر کارایی و رتبه‌بندی هشت DMU به ازای $\alpha = ۰/۵$ و روش EVM ۶۵

جدول ۸.۴ ورودی و خروجی‌های ده DMU ۶۵

جدول ۹.۴ مقادیر کارایی و رتبه‌بندی ده DMU به ازای $\alpha = ۰/۴, ۰/۴۵$ ۶۶

جدول ۱۰.۴ مقادیر کارایی و رتبه‌بندی ده DMU به ازای $\alpha = ۰/۵$ و روش EVM ۶۶

جدول ۱.۵ مقادیر کارایی و رتبه‌های بدست آمده برای پنج DMU مدل BCC به ازای $\alpha = ۰/۴, ۰/۴۵$ ۷۱

جدول ۲.۵ مقادیر کارایی و رتبه‌های بدست آمده برای پنج DMU مدل BCC به ازای $\alpha = ۰/۵$ ۷۱

جدول ۳.۵ ورودی‌ها و خروجی‌های پنج DMU ۷۴

جدول ۴.۵ مقادیر کارایی و رتبه‌های بدست آمده برای پنج DMU به روش SBM فازی جدید ۷۵

جدول ۵.۵ مقادیر ورودی و محدودیت وزن‌های دوازده FMS ۸۱

جدول ۶.۵ مقادیر خروجی دوازده FMS ۸۲

جدول ۷.۵ رتبه‌های بدست آمده برای دوازده ۸۲

جدول ۸.۵ مقادیر کارایی و رتبه‌های بدست آمده برای دوازده FMS به روش جدید ۸۳

جدول ۱.۶ ورودی و خروجی‌های هفت DMU ۹۰

جدول ۲.۶ رتبه‌بندی شش DMU به روش‌های مختلف رتبه‌بندی ۹۰

جدول ۳.۶ مقادیر کارایی و رتبه‌بندی شش DMU حالت اول ۹۱

جدول ۴.۶ مقادیر کارایی و رتبه‌بندی شش DMU حالت دوم ۹۲

جدول ۵.۶ مقادیر کارایی و رتبه‌بندی شش DMU حالت سوم ۹۲

جدول ۶.۶ ورودی و خروجی‌های هفت DMU ۹۳

جدول ۷.۶ مقادیر کارایی و رتبه‌بندی هفت DMU به روش‌های مختلف ۹۳

جدول ۸.۶ مقادیر کارایی هفت DMU حالت اول ۹۴

جدول ۹.۶ رتبه‌بندی هفت DMU حالت اول ۹۴

جدول ۱۰.۶ مقادیر کارایی هفت DMU حالت دوم ۹۵
جدول ۱۱.۶ رتبه‌بندی هفت DMU حالت دوم ۹۵
جدول ۱۲.۶ مقادیر کارایی هفت DMU حالت سوم ۹۵
جدول ۱۳.۶ رتبه‌بندی هفت DMU حالت سوم ۹۶

لیست تصاویر

شکل ۱.۱ تصویر یک DMUی ناکارا به مرز کارایی ۶
شکل ۲.۱ مرز کارا برای مدل CCR ۱۱
شکل ۳.۱ مرز کارا برای مدل BCC ۱۱
شکل ۱.۲ توابع عضویت $\mu_۱(x)$، $\mu_۲(x)$ و $\mu_۳(x)$ ۲۶

فهرست علائم و اختصارات

AR . . . . . Assuarnce Region

BCC . . . . . Banker, Charnes and Cooper

CCA . . . . . Canonical Correlation Analysis

CCP . . . . . Chance-Constrained Programming

CCR . . . . . Charnes, Cooper and Rhodes

CRS . . . . . Constant Returns to Scale

CE . . . . . Cross-Efficiency

DEA . . . . . Data Envelopment Analysis

DMU . . . . . Decision Making Unit

DRS . . . . . Decreasing Returns to Scale

DDEA . . . . . Discriminant DEA

DR/DEA . . . . . Discriminant Ratios DEA

EVM . . . . . Expected Value Model

FMS . . . . . Flexible Manufacturing System

IRS . . . . . Increasing Returns to Scale

MER . . . . . Maximin Efficiency Ratio

MID . . . . . Measure of Inefficiency Dominance

MOLP . . . . . Multiple-Objective Linear Programming

SBM . . . . . Slacks-Based Measure of efficiency

SE . . . . . Super-Efficiency

VRS . . . . . Variable Returns to Scale

مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها[۱] (DEA) در ابتدا بوسیله‌ی چارنز[۲] و همکاران (۱۹۷۰) [۴] پیشنهاد شده است و در حال حاضر مدل‌های زیادی برای اندازه‌گیری و ارزیابی کارایی نسبی یک مجموعه از واحدهای تصمیم‌گیری[۳] (DMU) وجود دارد (برای مرور مدل‌های DEA به [۶] رجوع کنید.). DEA برای ارزیابی کارایی فعالیت‌های زیادی از قبیل کارایی راه‌آهن [۳۸]، ارزیابی طرح $R\&D$ [۸]، ارزیابی بهره‌وری نهادهای تحقیقی [۲۹]، تحلیل صورت وضعیت مالی [۷] و حتی ارزیابی بازی‌های المپیک [۱۸] مورد استفاده واقع شده است. با وجود اینکه DEA مزیت‌های زیادی نسبت به بسیاری از دیدگاه‌های آماری دیگر دارد اما برای آن محدودیت‌هایی نیز مطرح شده است که یکی از مهمترین آنها حساسیت داده است. مدل‌های پایه‌ای DEA به مقدار دقیقی از ورودی‌ها و خروجی‌ها لازم دارند. برای داده‌های غیرصریح، داده‌ها را می‌توان به عنوان متغیرهای فازی در نظر گرفت. در نوشتجات DEA روش‌های فازی زیادی معرفی شده است [۱۰]. از جمله گیو و تاناکا[۴] [۹] و لیر تو[۵] و همکاران [۱۶] اندازه امکان پیشنهاد شده بوسیله‌ی زاده [۳۹] را با مدل فازی کاربردی کرده‌اند. با وجود استفاده وسیع از اندازه‌ی امکان، این اندازه خاصیت خود دوگانی که هم در تئوری و هم در عمل لازم است را ندارد. به منظور تعریف یک اندازه‌ی خود دوگان، لیو و لیو[۶] یک اندازه‌ی

[۱] Data Envelopment Analysis

[۲] Charnes

[۳] Decision Making Units

[۴] Guo and Tanaka

[۵] Lertworasirikul

[۶] Liu and Liu

باورپذیری [۲۸] در سال۲۰۰۲ پیشنهاد کردند.

یکی دیگر از محدودیت‌های DEA این است که مدل‌های پایه‌ای DEA تنها DMUها را به دو مجموعه‌ی کارا و ناکارا تقسیم می‌کنند. در حالت‌های زیادی یک رتبه‌بندی کاملی از DMUها لازم است. برای این هدف روش‌های مختلفی با ویژگی‌های مختلف، انجام رتبه‌بندی کامل DMUها را پیشنهاد داده‌اند که هر روش در یک فضای خاص ممکن است سودمند باشد و هیچ روشی که در همه جا تعیین کننده باشد وجود ندارد.

هدف ما در این پایان‌نامه توسعه‌ی مدل‌های DEA به مدل DEA فازی مبنی بر اندازه‌ی باورپذیری است. در فصل اول برخی از مفاهیم پایه‌ای DEA را مرور کرده و سپس مدل‌های اصلی DEA را خواهیم آورد. در فصل دو برخی از تعاریف و قضایای اندازه‌ی باورپذیری که در فصل‌های بعدی مورد نیاز است مرور خواهد شد. در فصل سه، ابتدا به بررسی انواع مختلف مدل‌های DEA فازی می‌پردازیم. سپس مدل CCR با ورودی‌ها و خروجی‌های فازی را معرفی و برای حل آن برنامه‌ریزی قیود تصادفی[۱] (CCP) را در دو حالت به کار می‌بریم و برای حل آن یک الگوریتم پیوندی شرح خواهیم داد. در فصل چهار مدل CCR فازی را به مدل قطعی تبدیل خواهیم کرد و در فصل پنج مدل فازی را به برخی از مدل‌های DEA بسط خواهیم کرد. در فصل شش یک روش جدید برای رتبه‌بندی کامل DMUها با ورودی‌ها و خروجی‌های قطعی با استفاده از مدل فازی بدست آمده ارائه خواهد شد.

[۱] Chance-Constrained Programming

فصل ۱

تحلیل پوششی داده‌ها

۱.۱ مقدمه

ارزیابی کارایی سیستم‌ها و فعالیت‌های تولیدی از مدت زمان طولانی مرسوم و مورد مطالعه بوده است. در رشته اقتصاد خرد، مفهوم تابع تولید یک ارتباط بین ورودی ها و خروجی ها فراهم می‌کند. از جهت خروجی، یک تابع تولید حداکثر مقدار خروجی که از مصرف میزان ورودی‌های مشخص می‌توان به آن دست یافت را نشان می دهد. از جهت ورودی، تابع تولید کمترین میزان مصرف ورودی که می‌تواند یک میزان خاص خروجی ها را تولید کند را نشان می‌دهد. پس کارایی را می‌توان به طور نسبی بوسیله‌ی مرز تعریف شده بوسیله‌ی تابع تولید سنجید. دو روش پایه‌ی مورد استفاده برای ارزیابی کارایی، روش‌های پارامتریک و غیر پارامتریک است. روش پارامتریک نیازمند یک فرض روی شکل تابعی از ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی‌ها است در حالی که روش غیر پارامتریک نیازی به فرض روی شکل تابعی ندارد. در این فصل به مرور برخی از مفاهیم و مدل‌های DEA که به عنوان یک روش غیرپارامتریک به ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری می‌پردازد خواهیم پرداخت.

۲.۱ مروری بر نوشتجات

در سال ۱۹۷۰ چارنز، کوپر و رودز[۱] یک ابزار جدید به نام DEA برای اندازه‌گیری کارایی ایجاد کردند. مدتی بعد DEA بوسیله‌ی بانکر، چارنز و کوپر[۲] به بازده به مقیاس[۳] توسعه پیدا کرد [۳]. برخی از خصوصیات کلیدی DEA به‌صورت خلاصه به شرح زیر است[۲۰]:

- DEA مورد استفاده در اندازه‌گیری کارایی واحدهای متجانس به نام واحدهای تصمیم گیری است که ورودی‌های یکسان را مصرف و خروجی‌های یکسان را تولید می کنند.
- DEA یک روش غیر پارامتریک است، از این رو، هیچ محدودیتی روی شکل تابعی مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها وجود ندارد.
- DEA تعمیم فن اندازه‌گیری کارایی ورودی منفرد - خروجی منفرد فارل[۴] به حالت ورودی و خروجی‌های چندگانه بوسیله محاسبه‌ی یک مقیاس کارایی نسبی به عنوان یک نسبت از یک مجموع موزون خروجی‌ها به مجموع موزون ورودی‌ها است. به مجموع موزون خروجی‌ها خروجی مجازی و به مجموع موزون ورودی‌ها ورودی مجازی گفته می‌شود.
- DEA یک تکنیک برنامه ریزی کسری است، بااین‌حال می‌توان آن را به یک مدل برنامه ریزی خطی تبدیل و بوسیله الگوریتم سیمپلکس حل کرد.
- DEA یک روش متمرکز روی مرز به جای گرایش مرکزی است. ارزیابی کارایی هر DMU به طور نسبی مشابه دیگر DMUها است. بنابراین به جای یک صفحه رگرسین متناسب از میان مرکز داده‌ها، مرز کارا یا پوششی برای همه‌ی DMUهای مطرح شده فراهم می کند.

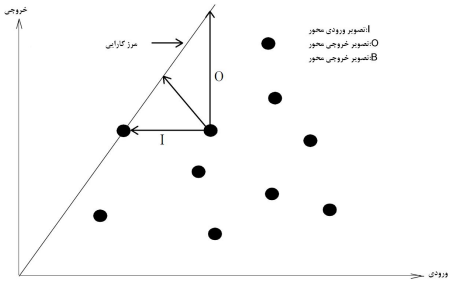
---

[۱] Charnes, Cooper and Rhodes

[۲] Banker, Charnes and Cooper

[۳] Returns to Scale

[۴] Farel



شکل ۱.۱ تصویر یک DMUی ناکارا به مرز کارایی [۱۷]

- DEA سه جهت ممکن زیر را برای تحلیل کارایی ارائه می دهد (شکل ۱.۱):

۱) **ورودی محور :** با این جهت، برای هر DMU سعی به مصرف کمترین ورودی‌ها برای تولید سطح معین از خروجی‌ها می‌کنیم.

۲) **خروجی محور:** با این جهت، برای هر DMU سعی به تولید بیشترین میزان خروجی‌های ممکن با مصرف مقدار معین از ورودی‌ها می‌کنیم.

۳) **پایه محور:** با این جهت، سعی به مصرف بهینه ورودی ها و تولید بهینه خروجی ها به طور همزمان می‌کنیم. در یک مدل پایه محور ورودی‌ها وخروجی‌ها هر دو می‌توانند تغییر یابند.

- در DEA هر واحد ناکارا را می‌توان بوسیله‌ی تصویر کردن آن به مرز کارایی کارا کرد.

۳.۱ مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها

در مدل‌هایDEA فرض می‌کنیم که تعداد n واحد تصمیم‌گیری وجود دارد که هر کدام p ورودی و q خروجی یکسان دارند. همه‌ی ورودی ها وخروجی‌های مفروض نامنفی هستند وحداقل یکی از ورودی ها و یکی از خروجی ها مثبت است. برای معرفی مدل‌ها، مدلی که دارای وزن‌های ورودی و خروجی است را به عنوان مدل اولیه در نظر گرفته و نمادگذاری‌های زیر را انجام می‌دهیم:
نمادگذاری:

DMU_j : j_امین DMU $(j = ۱, ۲, \ldots, n)$

DMU_o : DMUی هدف

$X_j = (x_{ij})_{p\times ۱} : (i = ۱, \ldots, p)$ بردار ستونی ورودی‌های مصرف شده بوسیله‌ی DMU_j

$X_o = (x_{io})_{p\times ۱}$: بردار ستونی ورودی‌های مصرف شده بوسیله‌ی DMU ی هدف

$Y_j = (y_{kj})_{q\times ۱} : (k = ۱, ۲, \ldots, q)$ بردار ستونی خروجی‌های تولید شده بوسیله‌ی DMU_j

$Y_o = (y_{ko})_{q\times ۱}$: بردار ستونی خروجی‌های تولید شده بوسیله‌ی DMU ی هدف

u_i : وزن ورودی i_ام

$U = (u_i)_{p\times ۱}$: بردار ستونی وزن‌های ورودی

v_k : وزن خروجی k_ام

$V = (v_k)_{q\times ۱}$: بردار ستونی وزن‌های خروجی

β : متغیر مدل BCC که یک متغیر اسکالر است

$\lambda = (\lambda_j)_{n\times ۱}$: λ_j متغیر دوگان متناظر با محدودیت $j + ۱$ در مدل اولیه

θ : مقدار هدف (کارایی) مدل

۱.۳.۱ مدل CCR

مدل CCR، ورودی ها و خروجی‌های چندگانه هر DMU را به ترتیب به یک ورودی مجازی و یک خروجی مجازی انباشته می کند. مدل CCR برای DMUی هدف (DMU_o) را می‌توان به صورت برنامه ریزی کسری زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} \max\ \theta &= \frac{v_۱y_{۱o} + v_۲y_{۲o} + \cdots + v_qy_{qo}}{u_۱x_{۱o} + u_۲x_{۲o} + \cdots + u_px_{po}} \\ s.t.\quad & \frac{v_۱y_{۱j} + v_۲y_{۲j} + \cdots + v_qy_{qj}}{u_۱x_{۱j} + u_۲x_{۲j} + \cdots + u_px_{pj}} \le ۱ \\ & v_۱, v_۲, \cdots, v_q \ge ۰ \\ & u_۱, u_۲, \cdots, u_p \ge ۰ \end{aligned} \qquad (۱.۱)$$