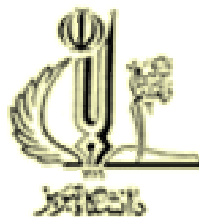


بسم الله الرحمن الرحيم



دانشکده مهندسی عمران

گروه سازه

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی عمران - سازه

عنوان

بهینه سازی صفحات تحت تمرکز تنش با استفاده از روش *ESO*

استاد راهنما

دکتر ناصر تقی زاده

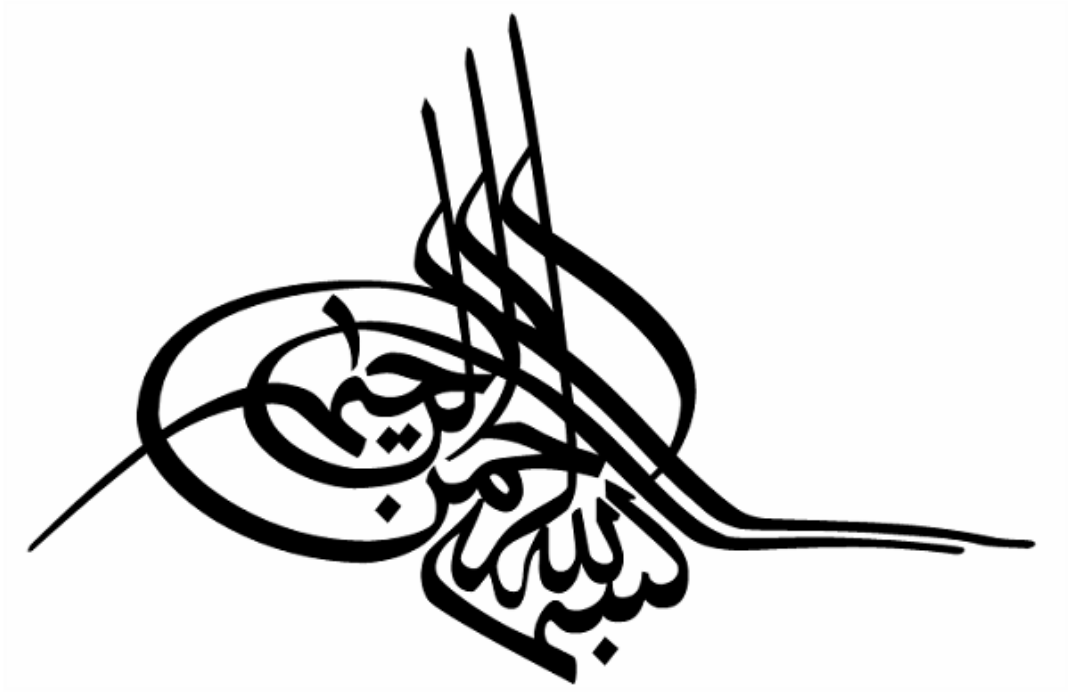
استاد مشاور

دکتر کامبیز کوهستانی

پژوهشگر

یاسر عظیمی

زمستان ۱۳۸۸



نام و نام خانوادگی دانشجو: یاسر عظیمی
عنوان پایان نامه: بهینه سازی صفحات تحت تمرکز تنش با استفاده از روش <i>ESO</i>
استاد راهنما: دکتر ناصر تقی زاده استاد مشاور: دکتر کامبیز کوهستانی
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: مهندسی عمران گرایش: سازه دانشگاه: تبریز تاریخ فارغ التحصیلی: ۱۳۸۸/۹ تعداد صفحه: ۷۴
کلید واژه ها: بهینه سازی تکاملی سازه ها- <i>ESO</i>
<p>چکیده:</p> <p>اگر چه فرمولها و قانونهای مکانیک سازه ها بیشتر بر روی پیدا کردن بیشترین تنش موجود در سازه متمرکز شده اند و پس از آن طراحی بر اساس بیشترین مقدار به دست آمده صورت می گیرد ولی بعضا قسمتهای بیرونی و یا نقاط مشخصی از یک سازه یا المان ممکن است تحت تنشهای کمتر و یا حتی تمرکز تنش قرار گیرند . در این بررسی آوردن شکلی از سازه توسط نرم افزار <i>EVOLVE 97</i> به صورتی به کار می روند که تنشهای موجود در تمامی قسمتها و حتی الامکان به هم نزدیک شده و اختلاف کمتری داشته باشند تا طراحی بهینه حاصل شود.</p> <p>در این تحقیق فرایند بهینه سازی بر روی صفحات با شرایط مرزی و بارگذاری مختلف اعمال شده و بهینه سازی شکل صورت گرفته و حالت بهینه حاصل خواهد شد. روش مورد استفاده در این تحقیق <i>ESO</i> (بهینه سازی تکاملی سازه ها) می باشد که به روشی ساده، اقدام به حذف قسمتهای اضافی از سازه یا المان مورد نظر می کند تا محدودیت های مورد نظر ارضا شوند.</p> <p>در طی این فرایند ضخامت صفحات و ابعاد المانها دستخوش تغییرات خواهد شد. میتوان گفت بهینه سازی یعنی رسیدن به بهترین نتیجه در مورد یک عملیات در حالی که محدودیتهای خاصی برآورده شوند.</p>

فهرست مطالب

مقدمه.....	۱
فصل اول: پایه های نظری و پیشینه پژوهش.....	۳
۱-۱ روش های عمده بهینه سازی.....	۴
۱-۱-۱ تابع هدف.....	۴
۲- ۱ تحلیل المان محدود.....	۵
۳- ۱ بهینه سازی تکاملی سازه ها.....	۷
فصل دوم: مواد و روشها.....	۹
۱-۲ ابزارهای کلاسیک در بهینه سازی سازه ها.....	۱۰
۱-۱-۲ بهینه سازی نامقید.....	۱۰
۱-۱-۲-۱ بهینه سازی با استفاده از حساب دیفرانسیل.....	۱۱
۲-۱-۲ بهینه سازی مقید.....	۱۳
۳-۱-۲ ضربگرهای لاگرانژ.....	۱۴
۴-۱-۲ روش کان-تاکر.....	۱۴
۵-۱-۲ برنامه ریزی خطی.....	۱۶
۶-۱-۲ برنامه ریزی خطی صحیح.....	۱۷

- ۱۸.....۷-۱-۲ برنامه ریزی خطی دنباله ای.....
- ۱۹.....۷-۱-۲ برنامه ریزی خطی غیر دنباله ای.....
- ۲۰.....۸-۱-۲ هموژنیزاسیون.....
- ۲۱.....۹-۱-۲ تئوری طرح بهینه.....
- ۲۲.....۱۰-۱-۲ بهینه سازی شکل.....
- ۲۳.....۱۱-۱-۲ الگوریتم ژنتیک.....
- ۲۳.....۱۲-۱-۲ مسائل ویژه در بهینه سازی شکل.....
- ۲۴.....۲-۲ بهینه سازی تکاملی سازه ها.....
- ۲۴.....۱-۲-۲ روش *ESO*.....
- ۲۵.....۲-۲-۲ المان مورد استفاده در بهینه سازی.....
- ۲۸.....۳-۲-۲ معیار حذف المانها.....
- ۳۰.....۴-۲-۲ کاربرد *ESO* در زمینه های مختلف بهینه سازی.....
- ۳۰.....۱-۴-۲-۲ برای بارهای چندگانه و شرایط تکیه گاهی مختلف.....
- ۳۱.....۲-۴-۲-۲ بهینه سازی براساس سختی.....
- ۳۲.....۳-۴-۲-۲ بهینه سازی براساس جابجایی.....
- ۳۳.....۴-۴-۲-۲ سایر کاربردهای *ESO*.....
- ۳۳.....۵-۲-۲ شاخص عملکرد (*PI*).....
- ۳۶.....۶-۲-۲ بهینه سازی تکاملی سازه ها به روش *BESO*.....

۳۷ شرح بهینه سازی شکل تیر
۴۱ برنامه پیشنهادی در نرم افزار <i>MATLAB</i>
۴۲ فصل سوم: بحث و نتایج
۴۳ ۱-۳ حل مساله به روش <i>ESO</i>
۴۳ ۱-۱-۳ سازه دو عضوی
۴۷ ۱-۱-۳-۱ بهینه سازی خرپای دو عضوی با استفاده از نرم افزار <i>MATLAB</i>
۴۸ ۲-۱-۳-۱ بحث و نتیجه گیری- خرپای دو عضوی
۴۸ ۲-۱-۳ سازه میشل
۵۴ ۱-۲-۱-۳ بحث و نتیجه گیری- سازه میشل
۵۴ ۳-۱-۳ تیر بتنی و کربل
۵۵ ۱-۳-۱-۳ اساس روش <i>Sand T</i>
۵۵ ۴-۱-۳ مثال - تیر بتنی
۶۱ ۱-۴-۱-۳ بهینه سازی تیر عمیق با استفاده از نرم افزار <i>MATLAB</i>
۶۴ ۲-۴-۱-۳ نتیجه و بحث- تیر عمیق
۶۵ ۵-۱-۳ کربل
۶۷ ۱-۵-۱-۳ بهینه سازی کربل با استفاده از نرم افزار <i>MATLAB</i>
۶۸ ۲-۵-۱-۳ بحث و نتیجه-کربل

۶-۱-۳ صفحات اتصال..... ۶۹

۶-۱-۳-۱ صفحه اتصال با پیچ ۶۹

۶-۱-۳-۱-۱ بحث و نتیجه- اتصال با پیچ ۷۱

۶-۱-۳-۱-۲ صفحه اتصال با جوش..... ۷۱

منابع..... ۷۳

فهرست شکل ها

- شکل شماره ۱-۱ پروسه بهینه سازی با استفاده از المان محدود..... ۶
- شکل شماره ۱-۲ خریای ساده جهت بیان مفهوم بهینه سازی با استفاده از حساب دیفرانسیل..... ۱۱
- شکل شماره ۲-۲ دیاگرام شماتیکی نشان می دهد که چرا نزدیکترین تقریب صحیح لزوماً جواب بهینه
نمی باشد..... ۱۷
- شکل شماره ۳-۲ فرآیند بهینه سازی با استفاده از روش **ESO**..... ۲۵
- شکل شماره ۴-۲ المان چهار گوش در مختصات کلی..... ۲۵
- شکل شماره ۵-۲ المان چهار گوش در مختصات طبیعی..... ۲۶
- شکل شماره ۶-۲ خریای ساده جهت محاسبه **PI**..... ۳۴
- شکل شماره ۷-۲ تیر با تکیه گاه های ساده..... ۳۸
- شکل شماره ۸-۲ چهار مقطع با مساحت های برابر..... ۳۹
- شکل شماره ۹-۲ خطوط هم تنش یک چهارم بالای چپ تیر..... ۴۰
- شکل شماره ۱-۳ خریای دو عضوی (حالت بهینه)..... ۴۳
- شکل شماره ۲-۳ خریای دو عضوی (حالت بهینه)..... ۴۳
- شکل شماره ۳-۳ نتیجه بهینه سازی خریای دو عضوی برای حالت پایدار **RR=3%**..... ۴۴
- شکل شماره ۴-۳ نتیجه بهینه سازی خریای دو عضوی برای حالت پایدار **RR=9%**..... ۴۴
- شکل شماره ۵-۳ نتیجه بهینه سازی خریای دو عضوی برای حالت پایدار **RR=15%**..... ۴۵
- شکل شماره ۶-۳ نتیجه بهینه سازی خریای دو عضوی برای حالت پایدار **RR=21%**..... ۴۵

- شکل شماره ۳-۷ نتیجه بهینه سازی خریای دو عضوی برای حالت پایدار $RR=27\%$ ۴۵
- شکل شماره ۳-۸ نتیجه بهینه سازی خریای دو عضوی برای حالت پایدار $RR=30\%$ ۴۶
- شکل شماره ۳-۹ تغییر حجم طی بهینه سازی..... ۴۶
- شکل شماره ۳-۱۰ نتیجه بهینه سازی برای خریای دو عضوی توسط **MATLAB**..... ۴۷
- شکل شماره ۳-۱۱ بهینه ترین سازه از لحاظ وزن برای بار P ۴۸
- شکل شماره ۳-۱۲ سازه میشل..... ۴۸
- شکل شماره ۳-۱۳. نتایج بهینه سازی برای شکل شماره (۳-۱۲). برای حالت پایدار $RR=10\%$
- و $ER=0.5\%$ و $20x40$ المان و $RR_0=1\%$ ۴۹
- شکل شماره ۳-۱۴. نتایج بهینه سازی برای شکل شماره (۳-۱۲). برای حالت پایدار $RR=10\%$
- و $ER=0.5\%$ و $20x40$ المان و $RR_0=5\%$ ۵۰
- شکل شماره ۳-۱۵ نتایج بهینه سازی برای شکل شماره (۳-۱۲). برای حالت پایدار $RR=10\%$
- و $ER=0.5\%$ و $20x40$ المان و $RR_0=7.5\%$ ۵۰
- شکل شماره ۳-۱۶ نتایج بهینه سازی برای شکل شماره (۳-۱۲). برای حالت پایدار $RR=15\%$
- و $ER=0.25\%$ و $20x40$ المان و $RR_0=1\%$ ۵۰
- شکل شماره ۳-۱۷. نتایج بهینه سازی برای شکل شماره (۳-۱۲). برای حالت پایدار $RR=15\%$
- و $ER=0.5\%$ و $20x40$ المان و $RR_0=1\%$ ۵۱
- شکل شماره ۳-۱۸. شکل شماره ۳-۱۷. نتایج بهینه سازی برای شکل شماره (۳-۱۲). برای حالت پایدار $RR=15\%$ و $ER=0.5\%$ و $20x40$ المان و $RR_0=1\%$ ۵۱

- شکل شماره ۳-۱۹ نتایج بهینه سازی برای شکل شماره (۳-۱۲). برای حالت سایز مش بندی
40x20 و برای حالات پایدار **(a) RR=5%** ، **(b) RR=10%** ، **(c) RR=15%**..... ۵۲
- شکل شماره ۳-۲۰ نتایج بهینه سازی برای شکل شماره (۳-۱۲). برای حالت سایز مش بندی
64x40 و برای حالات پایدار **(a) RR=5%** ، **(b) RR=10%** ، **(c) RR=15%**..... ۵۳
- شکل شماره ۳-۲۱ نتایج بهینه سازی برای شکل شماره (۳-۱۲). برای حالت سایز مش بندی
88x66 و برای حالات پایدار **(a) RR=5%** ، **(b) RR=10%** ، **(c) RR=15%**..... ۵۳
- شکل شماره ۳-۲۲ تیر با تکیه گاه های ساده..... ۵۶
- شکل شماره ۳-۲۳ نتایج بهینه سازی برای حالت **L/D=2** و **RR=5,10,14%**..... ۵۷
- شکل شماره ۳-۲۴ نتایج تغییرات تنش برای حالت **L/D=2**..... ۵۷
- شکل شماره ۳-۲۵ نتایج بهینه سازی برای حالت **L/D=3** و **RR=5,10,14%**..... ۵۸
- شکل شماره ۳-۲۶ نتایج تغییرات تنش برای حالت **L/D=3**..... ۵۹
- شکل شماره ۳-۲۷ نتایج بهینه سازی برای حالت **L/D=4** و **RR=5,10,14%**..... ۶۰
- شکل شماره ۳-۲۸ نتایج تغییرات تنش برای حالت **L/D=4**..... ۶۱
- شکل شماره ۳-۲۹ نتیجه بهینه سازی تیر عمیق برای **L/D=2** توسط **MATLAB**..... ۶۱
- شکل شماره ۳-۳۰ نتیجه بهینه سازی تیر عمیق برای **L/D=3** توسط **MATLAB**..... ۶۲
- شکل شماره ۳-۳۱ نتیجه بهینه سازی تیر عمیق برای **L/D=4** توسط **MATLAB**..... ۶۳
- شکل شماره ۳-۳۲ سیستم ستون و نشیمنگاه بتنی ۶۵
- شکل شماره ۳-۳۳ نتایج بهینه سازی برای سیستم ستون و نشیمنگاه بتنی ۶۶
- شکل شماره ۳-۳۴ حالت بهینه به وسیله روش انتقال نیرو..... ۶۷

- شکل شماره ۳-۳۵ نتیجه بهینه سازی کربل توسط *MATLAB* ۶۸
- شکل شماره ۳-۳۶ صفحه اتصال با پیچ ۶۹
- شکل شماره ۳-۳۷ نتیجه بهینه سازی برای دو بولت ۷۰
- شکل شماره ۳-۳۸ نتیجه بهینه سازی برای سه بولت ۷۰
- شکل شماره ۳-۳۹ نتیجه بهینه سازی برای چهار بولت ۷۱
- شکل شماره ۳-۴۰ نتیجه بهینه سازی برای پنج بولت ۷۱
- شکل شماره ۳-۴۱ صفحه اتصال با جوش ۷۲
- شکل شماره ۳-۴۲ نتیجه بهینه سازی برای اتصال با جوش ۷۲

فهرست جداول

جدول شماره ۱-۳ مقایسه نتایج بهینه سازی خرپای دو عضوی..... ۴۲

جدول شماره ۲-۳ حالات بررسی شده از سازه میشل با سائز مش بندی ثابت..... ۴۳

جدول شماره ۳-۳ حالات بررسی شده از سازه میشل با مش بندی متفاوت..... ۴۳

مقدمه

اگر چه تفکر بهینه سازی از سالهای نسبتاً دور پدید آمده است و روشهای مختلفی هم برای بهینه سازی ارائه شده، اما رشته بهینه سازی هنوز هم رشته نسبتاً جدیدی است و پیوسته از نظر روشها و رویکردها در معرض تغییرات سریع قرار دارد. نکته مهم این است که ما بین تعداد زیاد نوشته ها و در مقابل تعداد کم کاربرد در مسائل طراحی عملی، عدم تعادل جدی وجود دارد. ولی این عدم تعادل به تدریج در حال جبران شدن است. در نتیجه ی رشد فزاینده کاربردها، جهت گیری پژوهش ها در رشته های بهینه سازی سازه ها، با مسائل واقعی روز همسو شده است. به طور کلی بهینه سازی در ارتباط تنگاتنگ با المان محدود قرار دارد، زیرا با توجه به زمان و هزینه صرف شده، تحلیل المان محدود، زمانی مفید و دارای معنی خواهد بود که با هدف طراحی بهینه صورت گیرد، در غیر اینصورت برای طراحی نیازی به تحلیلهای پیچیده المان محدود نبوده و می توان از طراحی دست بالا^۱ سود برد، همچنان که در طی سالیانی که المان محدود وجود نداشت، این نوع طراحی بسیار مقبول بوده است.

اما امروزه با توجه به رقابت های شدید در کیفیت محصولات و هزینه پایین و همچنین نیازهای تکنولوژی های جدید به قطعات سبکتر و کوچکتر، طراحی بهینه به صورت یک نیاز اساسی مطرح شده است. [۱]

بیشتر مهندسانی که سازه ها را طراحی می نمایند، برای طراحی و تحلیل، بسته های نرم افزاری

پیچیده ای را به کار می برند که در اغلب موارد به کدهای برنامه دسترسی نداشته و حتی گاهی اوقات از جزئیات الگوریتم های تحلیل سازه ای که در این نرم افزارها به کار می روند، تنها آگاهی مختصری دارند. چنین واقعیت هایی، انگیزه اقبال به روشهای بهینه سازی با پیچیدگی کمتر را ایجاد کرده است.

در میان تمامی این روشها که جهت بهینه سازی وجود دارد، روش **ESO** که مخفف کلمه **Evolutionary Structural Optimization** می باشد جهت این مطالعه انتخاب شده است. **ESO** از سال ۱۹۹۲ به بعد به وجود آمده و قادر است توانایی خود را در حل مسائل بهینه سازی بیان کند.

این روش بر پایه نظریه ساده حذف مرحله به مرحله مواد غیرموثر از سازه قرار دارد. نکته اساسی و مهم در روش **ESO** فهم و یادگیری آسان آن است به طوری که در زمان کمی می توان به نتایج قابل اعتمادی دست یافت. [۲]

نکته مهم دیگر، قابلیت انطباق این روش با تمامی جنبه های رفتار سازه است به طوری که محدودیت های بهینه شدن می تواند شامل تنش، سختی - تغییر مکان، دوره تناوب، بار کمانش و ... باشد که جهت حل هر یک از آنها ضوابط خاص آن موضوع قابل بررسی و کاربرد است.

بهینه سازی تکاملی سازه ها اغلب تکنیکهای ساده ای جهت کار دارد. همچنین یک نرم افزار به نام **Evolve 97** هم برای این کار نوشته شده که در مطالعه حاضر به کار خواهد رفت. در پایان این پژوهش انتظار می رود این روش، کاربرد عملی خود را به اثبات برساند و نتایج به دست آمده با درک فیزیکی سازگار باشد.

فصل اول

پایه های نظری و پیشینه پژوهش

۱-۱ روش های عمده بهینه سازی

در محدوده بهینه سازی روشهای کارآمد مختلفی جهت بهینه سازی متغیرهای طراحی موجود است. این روشها را از لحاظ پایه ای می توان در دو گروه مختلف طبقه بندی کرد:

Gradient based Methods روشهای مبتنی بر گرادیان

Heuristic based Methods روشهای مبتنی بر تجربه یافت

روشهای مبتنی بر گرادیان براساس محاسبه مشتقات توابع هدف و قیود برای به دست آوردن مقدار بهینه استوار است. البته در این روشها برای وجود جواب، توابع باید دارای خصوصیتی باشند که از آن جمله می توان مشتق پذیر بودن را نام برد. [۳]

روشهای مبتنی بر تجربه یافت در دو حالت بینش مبتنی بر درک مستقیم از مساله و یا پاره ای از استدلالهای قابل قبول بر اساس مشاهداتی از طبیعت استوار شده است. این روشها بر اساس قوانینی نسبی و ساده بنا نهاده شده است. اگر چه این روشها میتوانند جوابهای بهینه ای ارائه دهند، لذا به علت کمبود پایه های فرمول بندی ریاضیاتی آنها، به طور مطلق نمیتوان گفت که یک روش بهینه سازی کامل هستند. بسیاری از این روشها از یک الگوی وارونه بهینه سازی استفاده میکنند، به طوری که بر اساس مشاهداتی از رفتار طبیعت به دست آمده اند. روش ژنتیک نمونه ای از این روشهاست.

۱-۱-۱ تابع هدف

منظور از تابع هدف آن است که تابع شایستگی $f(x)$ یا توابع شایستگی

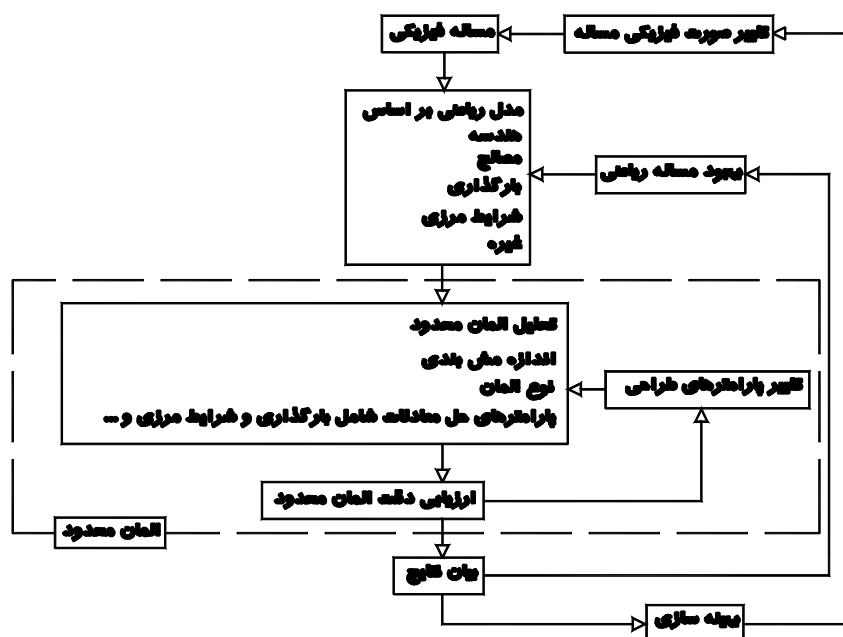
$$f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)] \quad [1-1]$$

وجود داشته باشد که بتواند بهبود یابد و از آن به عنوان معیار موثر بودن طراحی استفاده شود
اصطلاح معمول جهت چنین توابعی، توابع هدف است.

برای مسائل بهینه سازی سازه ها، وزن، تغییر مکانها، تنشها، بسامدهای ارتعاشی، بارهای
کمانشی و هزینه و یا ترکیبی از آنها را می توان به عنوان توابع هدف به کار برد. ولی اغلب و در
بسیاری از حالات، مسائل بهینه سازی دارای شرایط مذکور نبوده و روشهای مستقل از گرادیان به
این منظور ابداع شده اند. چنانچه روش *ESO* یکی از روشهای میانی است. [4]

۲-۱ تحلیل المان محدود

پروژه تحلیل المان محدود در حال حاضر، به صورت گسترده در مسائل مهندسی کاربرد دارد
و می توان انتظار داشت، که این کاربرد در سالهای آینده بیشتر شود.
المان محدود امروزه به طور گسترده در تحلیل سازه ها به کار می رود، توسعه المان محدود جهت
حل مسائل خاص مهندسی با پیدایش کامپیوتر آغاز شده است. در واقع ماهیت المان محدود، حل
کردن تعدادی الگوریتم و معادلات ریاضی است که بر وضعیت موجود مساله استوار است [5] روش
ESO که در پژوهش حاضر به کار رفته است بر المان محدود استوار است.
به طور خلاصه فرآیند عملیات المان محدود را طی یک پروژه بهینه سازی می توان به شرح زیر
خلاصه کرد:



شکل شماره ۱-۱ پروسه بهینه سازی با استفاده از المان محدود

البته تقسیم یک مدل به قسمت های کوچکتر و تجزیه و تحلیل آن، ایده ی تازه ای نیست و به عنوان یکی از قدیمی ترین موارد کاربرد این روش، می توان به محاسبه ی عدد n به کمک تقسیم دایره به یک n ضلعی اشاره کرد. [۶]

اصطلاح اجزاء محدود، اولین بار توسط کلاف (Clough) در سال ۱۹۶۰ جهت حل مسائل الاستیسته دویبعدی به کار رفت. هر چند اولین شخصی که عملاً از این روش در حل مسائل پیچش استفاده کرد کورانت (Courant) در سال ۱۹۴۳ بود.

هر المان، از تعداد بی شمار المان های یک مدل ریاضی، دارای رفتاری است که به آن تابع شکل می گویند و مقدار درجه آزادی در هر ناحیه از المان را مشخص می نماید. شرط اصلی انتخاب تابع شکل مناسب قابلیت ارضا شدن شرایط مرزی توسط آن تابع است که می تواند یک تابع درجه یک، درجه دو و یا هرتابع دیگری باشد.

قابل ذکر است نرم افزارهای المان محدود غالباً از توابع شکل چندجمله ای مانند $ax^n + bx^{n-1} + \dots$ برای تعریف تابع شکل استفاده می کنند.

نحوه استفاده از المان تابع شکل در نرم افزار **Evolve 97** در قسمت بعدی مشروحاً شرح داده خواهد شد. [۷]

۳-۱ بهینه سازی تکاملی سازه ها

روش **ESO**^۱ پاسخی است جدید به اینکه چگونه می توان به یک شکل جایگزین از یک سازه رسید به صورتی که هزینه کمتر شده ولی کارایی تغییری نکند. به وجود آوردندگان این روش بر این اعتقادند که روش بهینه سازی تکاملی سازه ای، روش مناسبی جهت رسیدن به پاسخ است و می تواند جهت بهینه سازی سازه، اندازه و شکل به کار رود.

در سالهای ۱۹۹۲ و ۱۹۹۷ دو تن از اساتید بخش هوا و فضای دانشگاه سیدنی به نامهای **Xie**, **Steven** روش ساده **ESO** را ابداع کردند که برای سازه های تنش مسطح پایه ریزی شده بود و کار تعمیم این روش به کلیه سازه ها و انواع قیود و تهیه نرم افزاری جامع برای آن ادامه دارد که در سالهای اخیر بیشتر این تحقیقات را دکتر کوثرین از دانشگاه لیدز عهده دار بوده است. روش **ESO** بر پایه نظریه ساده حذف مرحله به مرحله المانهای غیر موثر از سازه قرار دارد. قسمت های باقی مانده به سمت شکلی کارا تر حرکت خواهد کرد.

ابتدا سازه مورد نظر به المانهای کوچکتر تقسیم شده، بارگذاری و تحلیل می شود. لازم به ذکر است اندازه المانها میتواند بر روی نتایج نهایی موثر باشد که در پژوهش حاضر نیز به عنوان یک مثال بررسی خواهد شد.

همچنین تغییر نسبت حذف المانها، نتایج را تغییر خواهد داد که در بخش بعدی مفصلاً توضیح داده خواهد شد.

چو و همکاران تاثیر این متغیر و همچنین اندازه مش بندی را بررسی کرده است. [۸] نتایج به دست آمده نشان می دهد تغییر نسبت **ER** بین **1~4%**، تاثیر کمی روی وزن و شکل نهایی سازه بهینه دارد و همچنین گزارش شده است که اندازه مش بندی تاثیر کمی روی وزن داشته و نوع المانها با سایز مش بندی مشابه، تقریباً هیچ تاثیری روی نتایج ندارد.