بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه گیلان

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک - گرایش نظری

عنوان :

ترمودینامیک در مدل های کیهان شناسی

از

مسعود ابوالقاسمی

استاد راهنما : دکتر حسین فرج اللهی

آذر ۹۱

تقدیم به خانواده عزیزم

با سپاس فراوان از :

استاد راهنمای بزرگوار و ارجمند آقای دکتر فرج اللهی و استاد مشاور عزیزم آقای روان پاک که با رهنمود های ارزنده شان در طول این دوره مرا یاری نمودند .

و استادان گرامی آقایان دکتر مهدوی فر و دکتر مهدی پور که زحمت داوری این پایان نامه را بر عهده داشتند .

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

چکیده فارسی ..... چ

چکیده انگلیسی ..... ح

مقدمه ۱

فصل اول : مروری بر نسبیت عام و پیامدهای آن ۴

۱-۱ جهان ۵

۱-۲ انرژی تاریک و ماده تاریک ۶

۱-۳ نسبیت عام ۸

۱-۴ معادلات فریدمان ۹

۱-۵ کنش هیلبرت اینشتین ۱۱

۱-۶ نظریه میدان اسکالر ۱۳

۱-۷ پارامتر معادله حالت در کیهان شناسی ۱۴

۱-۸ پارامتر شتاب منفی ۱۵

۱-۹ سیاه چاله و افق رویداد ۱۷

فصل دوم : مشاهدات تجربی ۱۹

۲-۱ ابر نواختر و انواع آن ۲۰

۲-۲ تابش پس زمینه ی امواج کیهانی ۲۱

۲-۳ نوسانات صوتی باریونی ۲۲

۲-۴ مفاهیم انتقال به سرخ وثابت هابل..... ۲۲

فصل سوم : ترمودینامیک و ارتباط آن با کیهان شناسی..... ۲۵

۳-۱ مفهوم ترمودینامیک ۲۶

۳-۲ قوانین ترمودینامیک..... ۲۶

۳-۳ مفاهیم گرما ، محیط و سیستم در کیهان شناسی..... ۲۷

۳-۴ مفهوم آنتروپی در کیهان شناسی..... ۲۸

۳-۵ آنتروپی بکنشتاین – هاوکینگ..... ۳۰

۳-۶ چگونگی تبعیت سیاه چاله ها از قانون اول و دوم ترمودینامیک..... ۳۱

۳-۷ محدودیت (قید) آنتروپی سیاه چاله ها..... ۳۳

۳-۸ اصل هولوگرافیک..... ۳۳

۳-۹ آنتروپی تصحیح یافته انرژی تاریک هولوگرافیک..... ۳۴

۳-۱۰ بدست آوردن معادله فریدمان از قانون اول ترمودینامیک..... ۳۶

فصل چهارم : قانون دوم تعمیم یافته ترمودینامیک با آنتروپی تصحیح یافته در مدل کیهانی تاکیونی..... ۳۹

۴-۱ قانون دوم تعمیم یافته ترمودینامیک در یک مدل کلی ۴۰

۴-۲ آنتروپی تصحیح یافته افق ظاهری..... ۴۲

۴-۳ مدل..... ۴۵

۴-۴ بهترین تطبیق در فضای فاز..... ۴۶

۴-۵ ویژگی های ترمودینامیکی مدل..... ۴۸

فصل پنجم : ویژگی های ترمودینامیکی مدل کیهانی تاکیون با جفت شدگی غیر کمینه با ماده ۵۲

۵-۱ مدل کیهان شناسی تاکیونی با جفت شدگی غیر کمینه با ماده ۵۳

۵-۲ قید های کیهانی..... ۵۵

۵-۳ تحلیل ترمودینامیکی..... ۵۸

۵-۴ آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک..... ۶۰

بحث و نتیجه گیری..... ۶۴

پیشنهاد ادامه کار ۶۵

مراجع..... ۶۶

چکیده

عنوان	ترمودینامیک در مدل های کیهان شناسی
نام دانشجو	مسعود ابوالقاسمی

در این پایان نامه ، صحت قانون دوم تعمیم یافته ترمودینامیک را در مدل کیهانی تاکیونی در جهان FRW مسطح مورد بررسی قرار دادیم که فرض شده مرز کیهان توسط افق ظاهری دینامیکی محصور شده است . نشان داده شده است که آهنگ تغییر آنتروپی کل بر حسب انتقال به سرخ z مقدار مثبتی نمی باشد .همچنین ، دینامیک کیهان را در مدل کیهانی تاکیونی که به صورت غیر کمینه با ماده اتصال یافته است ، مورد بررسی قرار داده که میدان تاکیونی نقش انرژی تاریک هولوگرافیک را بازی می‌کند . در کار حاضر ، از برخی مشاهدات تجربی استفاده شده تا ویژگی های ترمودینامیکی مدل آشکار شود . قوانین اول و دوم تعمیم یافته ترمودینامیک برای جهان محصور شده توسط افق ظاهری و افق رویداد در حال بررسی است . نتایج نشان می دهند قانون اول ترمودینامیک که توسط مشاهدات تجربی مقید شده ، تنها روی افق ظاهری برقرار می باشد و نه روی افق رویداد . از طرف دیگر ، آنتروپی کل زمانی صادق است که افق جهان ، افق ظاهری در نظر گرفته شود . در این حالت ، با توجه به اعتبار قانون دوم تعمیم یافته ، شتاب کیهانی اخیر قابل پیش‌بینی است .

کلید واژه ؛ ترمودینامیک ؛ آنتروپی ؛ قانون دوم تعمیم یافته ؛ انرژی تاریک هولوگرافیک ؛ تاکیون ؛ جفت شدگی غیر کمینه

Abstract

Title	Thermodynamics in Cosmological Models
Author	Masoud Abolghasemi

In this thesis, we investigate the validity of the generalized second law (GSL) of thermodynamics in flat FRW tachyon cosmology where the boundary of the universe is assumed to be enclosed by the dynamical apparent horizon. It has been shown that, the rate of change of the total entropy with respect to z is not a positive value, at all. Recently, we have investigated the dynamics of the universe in tachyon cosmology with nonminimal coupling to matte wherer tachyon field plays the role of holographic dark energy. In the current work, a significant observational program has been conducted to unveil its thermodynamic properties. The first and generalized second thermodynamics laws for the universe enveloped by cosmological apparent and event horizon are visited. The results show that the first law of thermodynamics constrained by the observational data is satisfied only on cosmological apparent horizon and not on event horizon. The total entropy, on the other hand, is verified with the observation only if the horizon of the universe is taken as apparent horizon. In this case, due to validity of generalized second law, the current cosmic acceleration is also predicted.

Key word ; thermodynamics; GSL; entropy ; non–minimal coupling; tachyon; HDE

مقدمه

کیهان شناسی[۱] از واژه یونانی cosmos به معنای عالم گرفته شده است . کیهان شناسی ، گذشته، حال و آینده جهان هستی را بررسی می کند.

مطالعهٔ کائنات از زمین تا آسمان و خورشید آغاز شد . انسان های دورهٔ ما قبل علم ، عقیده داشتند که در مرکز جهان هستند و خورشید و سایر سیارات به گرد زمین می گردند . کپرنیک ، مرکز عالم را در نزدیکی خورشید فرض کرد که زمین و سایر سیارات به گرد آن می چرخند . گالیله هم واقعیاتی را به کمک تلسکوپ خود جهت نظام جهان کپرنیک کشف نمود . اقلیدس ، ریاضیدان یونانی ، با استفاده از سه بعد طول ، عرض و ارتفاع ، فضا را تعریف کرد .

اسحاق نیوتن[۲] (۱۶۴۳ – ۱۷۲۷) ، فیزیکدان انگلیسی ، تعریفی که از جهان ارائه داد ، مطابق با نظریات اقلیدس بود . فضایی بی انتها که با استفاده از سه بعد طول ، عرض و ارتفاع تعریف می شد. اما این نظریه با چالشی مواجه بود زیرا طبق نظریه اولبرس که از نام ستاره شناس آلمانی ویلهلم اولبرس[۳] (۱۷۵۸ – ۱۸۴۰) گرفته شده ، اگر همهٔ ستارگان به یک شکل در این فضای بی انتها پراکنده شده باشند ، در تمام جهان ستاره ای وجود خواهد داشت . اگر چیزی در مسیر ستارگان دور دست قرار نگیرد ، تمام آسمان درخشندگی خورشید را خواهد داشت که در واقع چنین نمی باشد . آلبرت اینشتین [۴] (۱۸۷۹ – ۱۹۵۵) با ارائه نظریه نسبیت عام در سال ۱۹۱۵ مشکل نیوتن را حل کرد . اینشتین نشان داد که فضا و ماده موجود در آن ، محدود ولی نا محصور است (در واقع یک جهان محدود که هیچ لبه و حصاری ندارد) . این جهان ساکن است اما به آسانی می تواند منبسط یا منقبض شود .

نظریه انبساط جهان با کشفی که ادوین هابل [۵] (۱۸۸۹ – ۱۹۵۳) ستاره شناس آمریکایی ، انجام داد ، قوت گرفت . او دریافت که کهکشان ها ی دور تر ، سریعتر از کهکشان های نزدیک تر حرکت می کنند .

طبق نظریه انفجار بزرگ که مقبول ترین نظریه در پیدایش جهان است ، همه ماده و انرژی که هم اکنون در جهان وجود دارد ، زمانی در گوی کوچک بی نهایت سوزان ولی فوق العاده چگال متمرکز بوده است . این آتشگوی کوچک حدود ۱۵ میلیارد سال قبل منفجر شد و همهٔ مواد در فضا پخش شدند . با گذشت زمان این گسترش و پراکندگی ادامه یافت .

---

۱ cosmology
۲ Izak Newton
۳ Wilhelm Olbers
۴ Albert Einstein
۵ Edwin Hubble

تراکم توده هایی از این مواد در نواحی متخلف باعث به وجود آمدن ستارگان و کهکشان ها در فضا شد ، ولی گسترش همچنان ادامه دارد .

فرد هویل[۱] ، ستاره شناس انگلیسی ، حاضر به پذیرفتن نظریهٔ انفجار بزرگ نبود و آن را به تمسخر گرفت . در عوض او معتقد به اصل کامل ستاره شناسی بود و در سال ۱۹۴۸ اعلام کرد که جهان در هر زمان و مکانی که مورد آزمایش قرار بگیرد باید یکسان به نظر برسد یا به عبارت خلاصه تر ، جهان دارای حالتی پایدار است .

بین نظریه جهان پایدار و انفجار بزرگ چند تفاوت اساسی وجود دارد . مثلاً طبق نظریهٔ حالت پایدار ،اندازه و چگالی کهکشان های جدید و قدیم در سراسر جهان بایستی یکسان باشد . اما طبق نظریهٔ انفجار بزرگ ، اندازه و چگالی اجسام جدیدتر بایستی مطابق با میزان فاصله شان افزایش یابد.

همچنین، مشاهدات کیهانی مختلف از قبیل ابر نواختر نوع Ia ($\mathrm{SN_e}\ Ia$) [۱] , [۲] و تابش پس زمینه امواج کیهانی [۳] , [۴] نشان می دهند که جهان در حالت شتابدار است . جذاب ترین کاندیدا برای بیان این پدیده ، انرژی تاریک می باشد. بنابراین مدل های انرژی تاریک موضوع تحقیقات گسترده یک دهه اخیر بوده اند. مدل های کیهانی مثل کوینتسنسی[۲]، فانتوم[۳]،تاکیون،انرژی تاریک هولوگرافیک و انرژی تاریک ایج گرافی[۴].

از کاندیداهای بالا برای انرژی تاریک ، مدل انرژی تاریک هولوگرافیک یک کوشش برای بکار بردن طبیعت انرژی تاریک درون چهار چوب گرانش کوانتومی بوده [۵] که چگالی انرژی آن به صورت زیر داده شده است :

$$\rho_\Lambda = 3c^2 \mathrm{M_p^2}/\mathrm{L}^2$$

که M_p جرم پلانک ، c پارامتر بدون بعد آزاد با یک قید داده شده به صورت $c \geq 1$ [۶] است.

از طرف دیگر ، روابط بین ترمودینامیک فضا-زمان و طبیعت گرانش یکی از خیره کننده ترین موضوعات در فیزیک نظری می باشد . به طور جداگانه نشان داده شده است که از نسبت آنتروپی و مساحت افق با قانون اول ترمودینامیک می توان معادله اینشتین را بدست آورد [۷] و یک رابطه نزدیک بین ترمودینامیک فضا-زمان و معادله اینشتین را ایجاب می کند [۸] , [۹] .

---

[۱] Fred Hoyle
[۲] Quintessence
[۳] phantom
[۳] Agegraphic DE

بعلاوه ، ویژگی های ترمودینامیکی مدل های کیهانی مختلفی اخیراً بررسی شده اند و مؤلفان قوانین اول و دوم ترمودینامیک را در آن ها کاوش نموده اند . در ادامه ابتدا در فصل اول برخی از مفاهیم کیهان شناسی را بیان نموده و در فصل دوم مشاهدات تجربی را معرفی می کنیم. در فصل سوم ترمودینامیک وارتباط آن با کیهان شناسی را شرح می دهیم. بعلاوه، در فصل چهارم قانون دوم تعمیم یافته ترمودینامیک را برای مدل کیهانی تاکیونی مورد بررسی قرار داده، و در فصل آخر می خواهیم ویژگی های ترمودینامیکی انرژی تاریک هولوگرافیک را با در نظر گرفتن مدل کیهانی تاکیونی که به صورت غیر کمینه با لاگرانژی ماده جفت شده است، مطالعه کنیم [۱۰].

فصل اول

مروری بر نسبیت عام

و پیامد های آن

۱-۱ جهان

جهان بزرگترین معمای اختر شناسی است . آیا جهان آغاز و پایانی دارد ؟ اگر چنین است چگونه و کی ؟ انسان همواره در برابر جهان و تخمین اندازه و سن آن نا توان بوده است . اختر شناسی نوین ، بر پایه و مبنای یافته ها و نظریه های جدید در پی حل این معما است . برای یافتن پاسخ سوال هایی که به کل جهان مربوط می شود ، باید به دور دست ها نظر افکند . باید جهان را چنان تجسم کرد که کهکشان ها و خوشه کهکشان ها ، اجرام کوچکی به نظر رسند . آنگاه همانند نمونه ای که از یک کارخانه یا شهر بزرگ می سازند ، نمونه جهان را می توان ساخت .

هنگامی که از اوایل قرن بیستم تلسکوپ های پر توان به مشاهده ی آسمان ها پرداختند ، یافته های جدید ، انسان ها را در تجسم جهان تواناتر ساخت . ادوین هابل کشف کرد که همه کهکشان ها در حال گریز از همدیگر هستند و جهان منبسط می شود . از انبساط جهان شاید بتوان به گذشته ی آن پی برد .

بر پایه اندازه گیری انبساط جهان با به کار گیری ابر نو اختر های نوع Ia ، اندازه گیری توده های ریز موج های زمینهٔ کیهانی (CMB) [۱] و اندازه گیری چگونگی رابطه میان کهکشان ها ، عمر جهان ۰.۲ $\pm$ ۱۳.۷ میلیارد سال تخمین زده شده است .

جهان آغازین به طور باور نکردنی چگال و دارای فشار و دمای بسیار بالا اما کاملا همگن بود . این گوی بسیار داغ ، منبسط و سرد شد . تقریباً در حدود $۱۰^{-۳۸}$ ثانیه پس از آغاز ، جهان رشدی سریع را در دوره ای به نام « تورم کیهانی [۲]» تجربه نمود . در ادامه تورم متوقف شد و اجزای ماده سازنده ی جهان که به شکل نوعی پلاسما بودند ، به طور نسبی حرکت کردند . هنگامی که رشد جهان این مراحل را طی کرد دما نیز افت کرد و در یک دمای معین طی یک گذار ناشناخته ، به نام « نسل بار یونی[۳] » کوارک ها و گلئون ها با هم ترکیب و به ذرات سنگین مانند پروتون ها و نوترون ها تبدیل شدند ، به گونه ای که عدم تقارن میان ماده و پاد ماده را در پی داشت . پس از ان برخی از پروتون ها و نوترون ها ترکیب شدند تا دوتریم ها و هلیوم نوکلئی های این جهان را در فرایندی که به « سنتز هسته ای انفجار بزرگ [۴] » معروف است ، ایجاد کنند . هنگامی که جهان سرد شد ، رفته رفته ماده از حرکت نسبی باز ایستاد . پس از حدود

---

۱ Cosmic Microwave Background
۲ Inflation
۳ baryogenesis
۴ Big Bang nucleosynthesis

۳۰۰۰۰۰ سال ، الکترون ها و پروتون ها در اتم (اغلب هیدروژن ها) ترکیب شدند . از این رو تابش از ماده جدا شد و بی هیچ ممانعتی در فضا به راهش ادامه داد . این پرتو باستانی ، همان « تابش زمینه کیهانی » است .

به نظر می رسد که جهان امروز به تسخیر یک شکل مرموز از انرژی به نام « انرژی تاریک » در آمده است . این انرژی از ساختمان جهان با ویژگی های آشکار شده ی انبساط جهان شناسایی شده است. این رموز هنگامی که به آغاز جهان نزدیک تر می شویم ، مبهم تر می شوند . هم اکنون هیچ مدل فیزیکی قابل توجهی برای 10^{-43} ثانیهٔ آغازین جهان نداریم . درک این دوره از تاریخ جهان یکی از بزرگ ترین مسأله های حل نشدهٔ فیزیک است حال آنکه نظریهٔ نسبیت عام می تواند پاسخگوی بسیاری از سؤالات حل نشده در باره کیهان باشد[۱۱],[۱۲] .

۱-۲ انرژی تاریک و ماده تاریک

انرژی تاریک

حدود یک دهه قبل ، منجمان انرژی تاریک را کشف کردند . ماده ی اسرار آمیزی که کهکشان ها را از یکدیگر دور می کند و روند انبساط جهان را شتاب می بخشد . این انرژی ، که به چگالی انرژی خلأ نیز مشهور است ، یکی از خواص ذاتی فضا به شمار می رود .

دانشمندان سؤالات زیادی در مورد ماهیت این انرژی دارند . یکی از این سؤالات ممکن است به زودی پاسخ داده شود : آیا چگالی انرژی خلأ در طول زمان ثابت است ؟

به عقیده « استوارت ویث »[۱] از دانشگاه ملبورن و اوی لوئب [۲] از مرکز اختر فیزیک هاروارد اسمیتسون ، با بررسی توده های دور دست هیدروژن می توان به سر نخ هایی از تاریخچه انرژی تاریک دست یافت . لوئب در این باره می گوید : « به نظر می رسد که چگالی انرژی خلأ در طول زمان به عنوان یک ثابت کیهانی یکسان بوده باشد . اما این موضوع باید آزمایش شود . پاسخ این پرسش می تواند غافل گیر کننده باشد . »

انرژی تاریک برای اولین بار در نظریه نسبیت عام اینشتین مطرح شد . اینشتین عقیده داشت که جهان ایستاست و برای همین ثابتی را وارد معادلات خود کرد . نیروی دافعه ای که اثر گرانش را در جذب کهکشان ها به سوی یکدیگر خنثی

---

[۱] Stuart Wyithe
[۲] Avi Loeb

می نمود . وقتی ادوین هابل انبساط جهان را کشف کرد ، اینشتین ثابت کیهانی را دور انداخت و شایع است که آن را بزرگ ترین اشتباه خود نامید .

درسال ۱۹۹۸ ، دو تیم از منجمان کشف کردند که سرعت انبساط جهان به جای آنکه به دلیل نیروی گرانش بین کهکشان ها کاهش یابد ، در حال افزایش است . آن ها در قالب انرژی تاریک دوباره ثابت اینشتین را احیا کردند . در حالی که انرژی تاریک مشخصاً وجود دارد و اثرات آن به وضوح توسط منجمان قابل مشاهده است ، کسی نمی داند که چه چیز باعث به وجود آمدن این انرژی شده است و یا اینکه آیا ثابت فوق واقعاً در طول زمان ثابت است یا خیر . ویث می گوید : « منشا انرژی تاریک بزرگ ترین معمای لاینحل فیزیک است . »

ماده تاریک

ماده تاریک در اختر شناسی و کیهان شناسی ماده ای فرضی است که چون از خود نور (امواج الکترو مغناطیسی) گسیل یا بازتاب نمی کند ، نمی توان آن را مستقیماً دید ، اما از اثرات گرانشی موجود بر روی اجسام مرئی ، مثل ستاره ها و کهکشان ها می توان به وجود آن پی برد . بر اساس مشاهدات فعلی که بر روی ساختار هایی بزرگ تر از کهکشان ها صورت گرفته است و همچنین مطالب مربوط به انفجار بزرگ ، ماده تاریک و انرژی تاریک تشکیل دهنده بخش زیادی از جرم موجود در جهان می باشد. اجزای ماده تاریک جرم بسیار بیشتری از قسمت دیده شدنی کائنات دارند . فقط حدود ۴ ٪ از مجموع کل چگالی انرژی در کیهان را می توان مستقیم مشاهده کرد (با توجه به اثر های گرانشی آن) ، که این مقدار شامل باریون ها و تابش های الکترو مغناطیسی نیز می شود . همچنین تصور می شود که ۲۲٪ از ماده تاریک تشکیل شده باشد و ۷۴٪ باقی مانده را نیز یک انرژی تاریک تشکیل داده باشد که همانند ماده تاریک در فضای کائنات توزیع شده و به همان اندازه مجهول مانده است . تعیین خواص و ویژگی های ماده تاریک هنوز کاملاً مشخص نیست ، اما این طور تصور می شود که بخش اعظم ماده تاریک موجود در جهان « غیر بار یونی » باشد ، که به معنای آن است که دارای هیچ اتمی نیست و به وسیله نیروی مغناطیسی به سمت مواد معمولی جذب نخواهد شد . ماده سیاه غیر بار یونی شامل نوترینو و احتمالاً دارای اجزای دیگری مانند مواد فرضی ای چون « آکسیون »[۱] و « ابر متقارن » [۲] می باشد . بر خلاف ماده تاریک باریونی ، ماده تاریک غیر بار یونی در شکل گرفتن عناصر در ابتدای آفرینش نقشی نداشته و وجودش تنها به دلیل جاذبه گرانشی آن اثبات می شود . به علاوه ، اگر همه اجزایی که ماده تاریک از آن ها تشکیل شده باشد ابر

---

۱ Axions
۲ Supersymmetric

متقارن باشد ، واکنش ها و برخورد های آنها با یکدیگر موجب نابودی آن ها شده و فراورده هایی قابل مشاهده نظیر فوتون و نوترینو حاصل می شوند .

تئوری ماده تاریک به عنوان قابل قبول ترین فرضیه برای توجیه انحراف در حرکت وضعی کهکشان است . سرعت چرخشی ستاره ها در کهکشان ها از رابطه ای که از قوانین کپلر انتظار داریم پیروی نمی کنند و بر حسب فاصله از مرکز کهکشان ثابت است . برای توضیح این پدیده باید توزیع جرم در کهکشان به طور خطی با شعاع زیاد شود ، اما این توضیح با مشاهدهٔ کهکشان ها در قسمت مرئی که نشان می دهد بیشتر جرم در ناحیهٔ مرکزی متراکم شده است ناسازگار است . بنابراین فرض می شود که این جرم نایافته از ماده تاریک (که آن را نمی بینیم) ساخته شده باشد .

۱-۳ نسبیت عام

نسبیت عام نظریه ای است که در سال ۱۹۱۵ توسط اینشتین مطرح شد . این نظریه تعمیمی بر نظریه نسبیت خاص است که در مورد تمامی ناظر ها اعم از لخت و غیر لخت صحبت می کند .در این نظریه فضا – زمان توسط هندسه ریمانی بررسی می شود . این نظریه گرانش را به عنوان یک عامل هندسی و نه یک نیرو بررسی می کند .

یک رویداد در نقطه ای معین از فضا و در زمانی مشخص اتفاق می افتد . بنا بر این هر رویداد را می توان با چهار مختصه مشخص نمود .

در انتخاب مختصات مختاریم هر مختصات سه گانه مکانی تعریف شده و هر واحد زمانی را برگزینیم . تصور یک رویداد با چهار مؤلفه در یک دستگاه مختصات چهار بعدی بنام فضا- زمان مشابه تصور گسترش امواج در سطح آب و در گستره سه بعدی می باشد . در این مدل که سطح آبگیر دو بعد و زمان بعد دیگر این مدل را تشکیل می دهد ، دایره های امواج گسترش یابنده ، مخروطی به وجود می آورند که رأس آن همان نقطه و زمانی است که سنگ به آب برخورد کرده است . به همین ترتیب ، انتشار نور بر اثر یک رویداد ، مخروطی سه بعدی را در دستگاه فضا- زمان چهار بعدی به وجود می آورد . پس برای هر حادثه ای در فضا – زمان میتوان مخروط نوری ساخت .

اگر کسی از تأثیرات گرانش صرف نظر کند ، به نسبیت خاص دست خواهد یافت . بر اساس اصول نسبیت خاص ، همه ناظران صرف نظر از حرکتشان ، بدلیل قوانین ماکسول ، در همه جهت ها سرعت نور را یکسان اندازه می گیرند . بنا بر این از آنجا که سرعت نور در هر جهت و برای هر رویداد ثابت است ، همه ی مخروط های نوری یکسان بوده و همگی همسو و هم جهت می باشند[۱۱]-[۱۴] .اما اگر اثرات گرانشی در نظر گرفته شود مسیر نور چگونه خواهد بود ؟در سال

۱۹۱۵ اینشتین این ایده انقلابی را مطرح کرد که گرانش نیرویی همانند سایر نیرو ها نیست ، بلکه نتیجه این واقعیت است که فضا - زمان مسطح نمی باشد . فضا – زمان به سبب توزیع جرم و انرژی ، خمیده است . حرکت اجسامی چون زمین بر مدار هایی خمیده به خاطر اعمال نیروی جاذبه نیست ، بلکه آنها در فضایی خمیده مسیری را که کاملاً مشابه خط راست است و ژئودزیک نام دارد ، می پیمایند . ژئودزیک ، کوتاه ترین (یا طولانی ترین) مسیر بین دو نقطه ی مجاور است . پس طبق نظریه نسبیت عام ، مخروط های نوری در نقاط نزدیک به مثلاً یک سیاه چاله که در آن انحنای فضا – زمان بی نهایت است ، به طرف داخل خم می شوند . در پرتو نسبیت عام ، فضا و زمان کمیت هایی دینامیکی هستند . فضا و زمان نه تنها تأثیر گذارند ، بلکه از آنچه در پهنه هستی رخ می دهد ، متأثر می شوند . همانطور که بدون مفاهیم فضا و زمان نمی توان از رویداد های جهان سخن گفت ، در نسبیت عام سخن از فضا و زمان فراتر از مرز های جهان بی معناست .

۱-۴ معادلات فریدمان [۱]

در زمانی که اعتقاد عموم بر جهانی ایستا بود و بیشتر فیزیکدانان می کوشیدند تا راهی پیدا کنند که مانع از پیش بینی گسترش عالم توسط نسبیت عام شود ، به نظر می رسید تنها یک ریاضی فیزیکدان روسی به نام الکساندر فریدمان بود که تمایل داشت نسبیت عام را به همان فرم دست نخورده اش نگاه دارد . فریدمان دو فرض ساده را درباره کیهان در نظر گرفت : یکی اینکه عالم از هر جهت که به آن نگاه کنیم با دیگر بخش های آن تفاوتی ندارد و دیگر آنکه از هر نقطه دیگری که جهان را مورد بررسی قرار دهیم فرض اول همچنان صادق است . با همین دو فرض فریدمان توانست نشان دهد که نباید انتظار داشته باشیم جهان ساکن و ایستا باشد . در واقع سال ها پیش از کشف هابل ، فریدمان دقیقاً کشفیات او را پیش بینی کرده بود . هر چند این فرض که جهان از هر سو یکسان به نظر می رسد در مقیاس های کوچک فرض چندان درستی نیست ولی هنگامی که به کل کیهان نگاه می کنیم به نظر فرض خوبی می آید . کشف تابش پس زمینه امواج کیهانی توسط پنزیاس [۲] و ویلسون [۳] و اینکه میزان میکرو موج های دریافتی در جهات مختلف آسمان یکسان هستند ، مهر تأییدی بر فرض اول فریدمان بود . در مدل فریدمان تمام کهکشان ها از یکدیگر دور میشوند ، بنا بر این موقعیت هیچکدام بر دیگری ارجح نیست. در یک فضا – زمان همگن همسانگرد معادلات میدان اینشتین تبدیل به معادلات فریدمان می شوند . معادلات فریدمان دینامیک فاکتور مقیاس [۴] را در مدل فریدمانی کیهان

---

[۱] Friedman equation
[۲] Arno Penzias
[۳] Robert Wilson
[۴] Scale Factor

بدست می دهند . اگر چه این معادلات به طور تقریبی از مکانیک نیوتن نیز به دست می آیند ولی استخراج دقیق آن ها با شروع از معادلات میدان اینشتین و متریک FRW است . متریک FRW جواب تقریباً دقیقی برای معادلات نسبیت عام اینشتین است . این متریک به عنوان اولین تقریب برای مدل استاندارد کیهانی انفجار بزرگ استفاده شد .

معادله اینشتین به صورت زیر می باشد :

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \qquad (1-1)$$

سمت چپ معادله هندسه فضا – زمان را با استفاده از تانسور اینشتین توصیف می کند و سمت راست معادله توزیع ماده را توسط تانسور انرژی – تکانه نشان می دهد .

تانسور اینشتین یک تانسور متقارن مرتبه دو و تابعی از متریک است و به صورت زیر تعریف می شود :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \qquad (2-1)$$

که $R_{\mu\nu}$ تانسور ریکی [1] ، R اسکالر ریکی و $g_{\mu\nu}$ تانسور متریک است .

اگر جرم و انرژی موجود در کیهان را به صورت سیال کامل [2] مثلاً یک گاز ایده آل در نظر بگیریم که درون فضا- زمان با سرعت U_μ حرکت می کند آنگاه این شاره یک چگالی جرم انرژی ρ و یک فشار همسانگرد P خواهد داشت . در چنین حالتی تانسور انرژی تکانه به صورت زیر تعریف می شود.

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P)\, U_\mu\, U_\nu + P\, g_{\mu\nu} \qquad (3-1)$$

متریک FRW نیز به صورت زیر است :

$$dS^2 = dt^2 - a_{(t)}^2 \left[\frac{dr^2}{\sqrt{1 - kr^2}} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta\ d\varphi^2) \right] \qquad (4-1)$$

که در آن $a(t)$ فاکتور مقیاس ، t زمان کیهانی و k ثابت خمش فضایی است . با در نظر گرفتن معادله اینشتین و قرار دادن دو مقدار $\mu = 0 , \nu = 0$ و $\mu = i$ ، $\nu = i$ در آن ، با انجام یک سری محاسبات نسبتاً طولانی و با استفاده

[1] Ricci tensor
[2] Perfect fluid

از متریک FRW معادلات کیهان شناسی به یک شکل ساده یعنی معادلات فریدمان در می آیند . مقادیر دیگر به علت قطری بودن تانسور ها تأثیری در حل مسئله ندارند .

$$\frac{\dot{a}^{۲}(t)}{a^{۲}(t)} = \frac{۸\pi G}{۳}\,\rho - \frac{K}{a^{۲}(t)} \qquad (۵-۱)$$

$$\frac{\ddot{a}\,(t)}{a\,(t)} = -\frac{۴\pi G}{۳}\left(\rho + ۳\,P\right) \qquad (۶-۱)$$

که نقطه نشان دهنده مشتق a نسبت به زمان می باشد. معادله اول به معادله فریدمان و معادله دوم به معادله شتاب [۱] معروف هستند . این معادلات در سال ۱۹۲۲ توسط فریدمان بدست آمدند ، یعنی هفت سال قبل از کشف انبساط کیهان توسط هابل . هر چند فریدمان تنها یک مدل را ارائه داد اما سه مدل مختلف وجود دارد که بر دو فرض اساسی فریدمان مبتنی اند . در نوع اول جهان با سرعت نسبتاً کمی در حال گسترش است و جاذبه گرانشی بین کهکشان های مختلف باعث کندی گسترش شده و سر انجام آن را متوقف می سازد . سپس کهکشان ها به سوی یکدیگر حرکت کرده و عالم منقبض می شود . در دومین مدل جهان چنان با آهنگ تندی افزایش می یابد که جاذبه گرانشی هرگز قادر به بازداشتن آن از انبساط نیست ، هر چند اندکی از سرعت آن می کاهد . بنا بر این کهکشان ها با سرعت ثابت از یکدیگر دور می شوند . بالاخره در مدل سوم سرعت گسترش جهان به اندازه ای می باشد که کیهان از فروپاشی بپرهیزد . یعنی سرعت دور شدن کهکشان ها از یکدیگر کم و کمتر می شود ولی هرگز به صفر نمی رسد . در مدل اول فضا مانند کره زمین بر روی خود خمیده است ، بنا بر این کراندار و متناهی است . در مدل دوم که فضا به طور مداوم گسترش می یابد ، مانند یک زین خمیده است . بنا بر این در این حالت فضا نا متناهی است . سر انجام، در سومین مدل که گسترش جهان با سرعت بحرانی پیش می رود ، فضا تخت ، مسطح و نا متناهی است . این مدل ها متناظر با سه مقدار $k = ۱, -۱, ۰$ هستند . یعنی هندسه عالم می تواند به صورت کروی ، هذلولوی و مسطح باشد [۱۵] .

۱-۵ کنش هیلبرت- اینشتین[۲]

در نسبیت عام ، کنش هیلبرت- اینشتین کنشی است که معادلات میدان اینشتین را از طریق اصل کمترین کنش به دست می دهد . قسمت گرانشی کنش به صورت زیر داده شده است :

$$S = \frac{۱}{۲K}\int R\,\sqrt{-g}\;d^{۴}x \qquad (۷-۱)$$

[۱] Acceleration aquation
[۲] Hilbert-Einstein Action