

الله الرحمن الرحيم



بسمه تعالی

تاییدیه اعضای هیات داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان نامه

آقای صالح حمزه جواران پایان نامه ۶ واحدی خود را با عنوان کاربرد توابع متعامد مرتبه بالا برای بهبود دقت روش المان مرزی در حل مسائل الاستودینامیک در تاریخ ۱۳۸۸/۱/۱۷ ارائه کردند.

اعضای هیات داوران نسخه نهایی این پایان نامه را از نظر فرم و محتوا تایید کرده و پذیرش آنرا برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد مهندسی عمران - سازه پیشنهاد می کنند.

عضو هیات داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضا
استاد راهنما	دکتر ناصر خاجی	استادیار	
استاد مشاور	دکتر اسداله نورزاد	استاد	
استاد ناظر	دکتر علی کمک پناه	دانشیار	
استاد ناظر	دکتر محسن کمالیان	استادیار	
مدیر گروه (یا نماینده گروه تخصصی)	دکتر علی کمک پناه	دانشیار	

آیین نامه چاپ پایان نامه (رساله) های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان نامه (رساله) های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس، مبین بخشی از فعالیتهای علمی - پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می شوند:

ماده ۱: در صورت اقدام به چاپ پایان نامه (رساله) ی خود، مراتب را قبلاً به طور کتبی به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اطلاع دهد.

ماده ۲: در صفحه سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه) عبارت ذیل را چاپ کند:

«کتاب حاضر، حاصل پایان نامه کارشناسی ارشد نگارنده در رشته عمران - سازه است که در سال ۱۳۸۸ در دانشکده فنی مهندسی دانشگاه تربیت مدرس به راهنمایی جناب آقای دکتر ناصر خاجی و مشاوره جناب آقای دکتر اسدا... نورزاد از آن دفاع شده است.»

ماده ۳: به منظور جبران بخشی از هزینه های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ) را به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

ماده ۴: در صورت عدم رعایت ماده ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ شده رابه عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرس، تأدیه کند.

ماده ۵: دانشجو تعهد و قبول می کند در صورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در ماده ۴ را از محل توقیف کتابهای عرضه شده نگارنده برای فروش، تامین نماید.

ماده ۶: اینجانب صالح حمزه جواران دانشجوی رشته عمران - سازه مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می شوم.

نام و نام خانوادگی:

صالح حمزه جواران

تاریخ و امضا:

دستورالعمل حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهشهای علمی دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه: با عنایت به سیاست‌های پژوهشی دانشگاه در راستای تحقق عدالت و کرامت انسانها که لازمه شکوفایی علمی و فنی است و رعایت حقوق مادی و معنوی دانشگاه و پژوهشگران، لازم است اعضای هیات علمی، دانشجویان، دانش‌آموختگان و دیگر همکاران طرح، در مورد نتایج پژوهشهای علمی که تحت عناوین پایان‌نامه، رساله و طرحهای تحقیقاتی که با هماهنگی دانشگاه انجام شده است، موارد ذیل را رعایت نمایند:

ماده ۱- حقوق مادی و معنوی پایان‌نامه‌ها / رساله‌های مصوب دانشگاه متعلق به دانشگاه است و هرگونه بهره‌برداری از آن باید با ذکر نام دانشگاه و رعایت آیین‌نامه‌ها و دستورالعمل‌های مصوب دانشگاه باشد.

ماده ۲- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان‌نامه / رساله به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجامع علمی باید به نام دانشگاه بوده و استاد راهنما مسئول مکاتبات مقاله باشد.

تبصره: در مقالاتی که پس از دانش‌آموختگی بصورت ترکیبی از اطلاعات جدید و نتایج حاصل از پایان‌نامه / رساله نیز منتشر می‌شود نیز باید نام دانشگاه درج شود.

ماده ۳- انتشار کتاب حاصل از نتایج پایان‌نامه / رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با مجوز کتبی صادره از طریق حوزه پژوهشی دانشگاه و بر اساس آئین‌نامه‌های مصوب انجام می‌شود.

ماده ۴- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی و یا ارائه در جشنواره‌های ملی، منطقه‌ای و بین‌المللی که حاصل نتایج مستخرج از پایان‌نامه / رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با هماهنگی استاد راهنما یا مجری طرح از طریق حوزه پژوهشی دانشگاه انجام گیرد.

ماده ۵- این دستورالعمل در ۵ ماده و یک تبصره در تاریخ ۱۳۸۴/۴/۲۵ در شورای پژوهشی دانشگاه به تصویب رسیده و از تاریخ تصویب لازم‌الاجرا است و هرگونه تخلف از مفاد این دستورالعمل، از طریق مراجع قانونی قابل پیگیری می‌شود.

نام و نام خانوادگی

صالح حمزه جواران

امضاء



دانشگاه تربیت مدرس
دانشکده فنی و مهندسی

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی عمران – سازه

کاربرد توابع متعامد مرتبه بالا برای بهبود دقت روش المان مرزی در حل مسائل الاستودینامیک

صالح حمزه جواران

استاد راهنما:

دکتر ناصر خاجی

استاد مشاور:

دکتر اسدا... نورزاد

بهار ۱۳۸۸

تقدیم به:

پدر و مادر عزیزم

و

برادران صبورم

که مشوق و پشتیبان همیشگی من برای تحصیل بوده‌اند

تشکر و قدردانی

منت خدای را عزوجل که طاعتش موجب قربت است و به شکر اندرش مزید نعمت. شکر و سپاس خدایی را که قلم را آفرید. بدون شک، این پایان نامه حاصل راهنماییهای اساتید گرانقدری است که افتخار شاگردی آنان را داشته‌ام. خداوند بزرگ را بر این سعادت شاکرم و سپاس و قدردانی خود را به این سروران ابراز می‌دارم.

بر خود لازم می‌دانم از زحمات سه استاد گرانقدر، جناب آقای دکتر ناصر حاجی، جناب آقای دکتر حمید محرمی و جناب آقای دکتر اسدا... نورزاد که در طول انجام این پایان نامه زحمات زیادی کشیده‌اند، قدردانی کرده و از خداوند متعال برای آن سه عزیز سربلندی و سعادت آرزو کنم.

از داوران محترم جناب آقای دکتر محسن کمالیان و جناب آقای دکتر علی کمک‌پناه که متن اولیه را با دقت مطالعه کرده و پیشنهادهای خوبی ارائه نمودند، قدردانی می‌کنم.

بسیار خرسند می‌شوم که از دوستان و هم‌تاقی‌های عزیزم بخصوص آقایان کاوه احمد زاده، سید عباس احمدی، یاسین بهروزی، مجتبی حسین پور، اسدا... حسینی، محمد حیاتی، خالد خادمی، پرویز رستم‌زاده، محمد علی رضایی، غلامرضا عاطفت دوست و هادی موقری تقدیر و تشکر به عمل آورم.

در پایان لازم است از زحمات بی‌شائبه پدر و مادر گرانقدرم و برادران عزیزم قدردانی و تشکر نمایم که در طول تحصیلاتم از تشویق‌های معنوی و مادی ایشان بهره‌مند شده‌ام.

چکیده

تحلیل یک سیستم مهندسی معمولاً نیازمند حل معادلات دیفرانسیل مربوطه، همراه با شرایط مرزی سیستم می‌باشد. این در حالی است که اغلب موارد با اندکی پیچیدگی در سیستم، حل معادلات دیفرانسیل به صورت تحلیلی بسیار مشکل یا حتی غیر ممکن است. بنابراین پژوهشگران به این فکر افتادند که با استفاده از روش‌های عددی، مشکل پدید آمده را رفع کنند. یکی از رایجترین روش‌های عددی، روش المان مرزی است که به عنوان یک روش قدرتمند و چندمنظوره در دهه‌های اخیر پیشرفت چشم‌گیری داشته است. اما استفاده از روش‌های عددی همواره با مقداری خطا همراه است. در نتیجه دغدغه‌ی محققان همواره کاهش خطای این روش‌ها بوده است.

در این پایان‌نامه بر حل مسائل الاستودینامیک به کمک روش عددی المان مرزی/تقابل دوگانه تمرکز شده است و با به کار بستن دو راهکار پیشنهادی استفاده از سه تابع پایه‌ای شعاعی مناسبتر و المان‌های مرتبه‌ی بالا، سعی شده است که خطای حاصل از روش تقابل دوگانه کاهش یابد. برای کمینه کردن این خطا از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. روش‌هایی همچون تغییر پارامترها و تبدیل لاپلاس در پیدا کردن حل خصوصی معادله دیفرانسیل شامل توابع پایه‌ای شعاعی به کار گرفته شده است. برای تعیین مکان گره‌های المان‌های طیفی از چندجمله‌ای‌های چبیشف و لژاندر استفاده شده است. چندین مثال عددی با استفاده از روش‌های پیشنهادی حل شده است. نتایج حاصل از آنها در مقایسه با نتایج موجود در پیشینه‌ی تحقیقات علمی، حاکی از آن است که روش‌های پیشنهادی، نتایج دقیق‌تر و پایدارتری را ارائه می‌دهند. لازم به ذکر است که نتایج حاصل از روش‌های پیشنهادی اغلب از درجه آزادی‌های کمتر و عدم استفاده از نقاط داخلی بدست آمده‌اند.

کلید واژه: روش المان مرزی، روش تقابل دوگانه، توابع پایه‌ای شعاعی، الگوریتم ژنتیک، المان‌های طیفی، چندجمله‌ای‌های چبیشف و لژاندر

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فهرست جدول ها	ج
فهرست شکل ها	ه
مقدمه	۱
فصل ۱. کاربرد سه RBF مناسب در روش تقابل دوگانه	۵
۱-۱- مقدمه	۵
۲-۱- فرمول بندی روش تقابل دوگانه (DRM)	۷
۳-۱- پیشنهاد RBF فوریه	۸
۱-۳-۱- حل خصوصی معادله بی‌هارمونیک	۱۱
۲-۳-۱- مشتقات تابع G	۱۳
۳-۳-۱- رفع سینگولاریتی از هسته‌های فرضی	۱۵
۴-۳-۱- گسسته سازی عددی	۱۷
۵-۳-۱- مثال‌های عددی	۱۹
۱-۵-۳-۱- قطعه‌ی مستطیلی نامحدود تحت بار هویساید	۲۰
۲-۵-۳-۱- ورق مستطیلی تحت بار کششی با تغییرات مثلثی	۲۳
۳-۵-۳-۱- تیر عمیق با تکیه‌گاه‌های ساده تحت بار هویساید	۲۶
۴-۱- پیشنهاد inverse multiquadric (IMQ) RBF	۲۹
۱-۴-۱- حالت حدی $R \rightarrow 0$	۳۰
۲-۴-۱- مثال‌های عددی	۳۱
۱-۲-۴-۱- قطعه‌ی مستطیلی نامحدود تحت بار هویساید	۳۱
۲-۲-۴-۱- تیر طره تحت بار با تغییرات مثلثی	۳۳
۳-۲-۴-۱- ورق با یک سوراخ تحت بار هویساید	۳۵
۵-۱- پیشنهاد RBF نوسانی فرنبرگ	۳۷
۱-۵-۱- حالت حدی $R \rightarrow 0$	۳۹
۲-۵-۱- مثال‌های عددی	۴۰
۱-۲-۵-۱- تیر عمیق با تکیه‌گاه‌های ساده تحت بار هویساید	۴۰
۲-۲-۵-۱- ورق با یک سوراخ تحت بار هویساید	۴۱

۴۲ ۱-۵-۲-۳- قاب پرتال تحت بار جانبی

فصل ۲. روش المان مرزی طیفی ۴۵

۴۵ ۱-۲- مقدمه

۴۶ ۲-۲- چند جمله‌ای‌های متعامد رایج در حل عددی مسائل [۳۷-۴۱]

۴۶ ۱-۲-۲- خانواده چند جمله‌ای‌های ژاکوبی

۴۹ ۲-۲-۲- چند جمله‌ای‌های لژاندر

۵۰ ۳-۲- توابع شکل طیفی [۴۱]

۵۲ ۴-۲- مثال‌های عددی

۵۲ ۱-۴-۲- قطعه‌ی مستطیلی نامحدود تحت بار هویساید

۷۷ ۲-۴-۲- تیر عمیق با تکیه‌گاه‌های ساده تحت بار هویساید

۷۹ ۳-۴-۲- تیر طره تحت بار با تغییرات مثلثی

۸۱ ۴-۴-۲- ورق با یک سوراخ تحت بار هویساید

فصل ۳. نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۸۳

۸۳ ۱-۳- نتیجه‌گیری

۸۴ ۲-۳- پیشنهادات

۸۶ ضمیمه أ - اثبات معادله‌ی اساسی فرمول‌بندی المان مرزی

۹۱ مراجع

فهرست جدول‌ها

عنوان	صفحه
جدول ۱-۱: پارامترهای بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برای توابع MSEd و MSet در مثال اول از RBF فوریه	۲۱
جدول ۲-۱: پارامترهای بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برای توابع MSEd و MSet در مثال دوم از RBF فوریه	۲۴
جدول ۳-۱: پارامترهای بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برای تابع MSEd در مثال سوم از RBF فوریه	۲۷
جدول ۴-۱: پارامترهای بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برای توابع MSEd و MSet در مثال اول از IMQRBf	۳۲
جدول ۵-۱: پارامترهای بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برای تابع MSEd در مثال دوم از IMQRBf	۳۴
جدول ۶-۱: پارامترهای بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برای تابع MSEd در مثال سوم از IMQRBf	۳۶
جدول ۷-۱: پارامترهای بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برای تابع MSEd در مثال اول از RBF فرنبرگ	۴۰
جدول ۸-۱: پارامترهای بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برای تابع MSEd در مثال دوم از RBF فرنبرگ	۴۱
جدول ۹-۱: پارامترهای بهینه حاصل از الگوریتم ژنتیک برای تابع MSEd در مثال سوم از RBF فرنبرگ	۴۳
جدول ۱-۲: پارامترهای بهینه برای توابع MSEd و MSet مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول	۵۳

جدول ۲-۲: پارامترهای بهینه برای توابع MSEd و MSet مربوط به المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰
گره‌ای لژاندر در مثال اول ۶۵

جدول ۳-۲: پارامترهای بهینه برای تابع MSEd مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های
طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال دوم ۷۷

جدول ۴-۲: پارامترهای بهینه برای تابع MSEd مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های
طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال سوم ۷۹

جدول ۵-۲: پارامترهای بهینه برای تابع MSEd مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های
طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال چهارم ۸۱

فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل ۱-۱: (أ) هندسه و شرایط مرزی قطعه‌ی مستطیلی نامحدود. (ب) تاریخچه‌ی زمانی بار وارده و مقطع عرضی جسم، مدل شده با چهار المان مرزی درجه‌ی دو. ۲۱	۲۱
شکل ۲-۱: نمودار تغییرات توابع MSE در برابر پارامتر β برای RBF مخروطی $(1+R)$ در مثال اول از RBF فوریه. ۲۲	۲۲
شکل ۳-۱: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A در مثال اول از RBF فوریه. ۲۲	۲۲
شکل ۴-۱: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B در مثال اول از RBF فوریه. ۲۳	۲۳
شکل ۵-۱: (أ) ورق مستطیلی مدل شده با چهار المان مرزی درجه‌ی دو تحت بار کششی در لبه فوقانی. (ب) تاریخچه‌ی زمانی بار وارده. ۲۴	۲۴
شکل ۶-۱: نمودار تغییرات توابع MSE در برابر پارامتر β برای RBF مخروطی $(1+R)$ در مثال دوم از RBF فوریه. ۲۵	۲۵
شکل ۷-۱: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A در مثال دوم از RBF فوریه. ۲۵	۲۵
شکل ۸-۱: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B در مثال دوم از RBF فوریه. ۲۶	۲۶
شکل ۹-۱: تیر عمیق با تکیه‌گاه‌های ساده تحت بار $w(t) = 0.01H(t-0)$: (أ) هندسه و شرایط مرزی (ب) نصف تیر مدل شده با شش المان مرزی درجه‌ی دو. ۲۷	۲۷
شکل ۱۰-۱: نمودار تغییرات تابع MSE در برابر پارامتر β برای RBF مخروطی $(1+R)$ در مثال سوم از RBF فوریه. ۲۸	۲۸
شکل ۱۱-۱: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A در مثال سوم از RBF فوریه. ۲۸	۲۸

- شکل ۱-۱۲: مش‌بندی مقطع عرضی قطعه‌ی مستطیلی نامحدود (شش‌المان مرزی درجه‌ی دو).
 ۳۱
- شکل ۱-۱۳: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A در مثال اول از IMQ RBF ۳۲
- شکل ۱-۱۴: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B در مثال اول از IMQ RBF ۳۳
- شکل ۱-۱۵: (أ) تیر طره مدل شده با شش‌المان مرزی درجه‌ی دو تحت بار برشی در لبه‌ی سمت راست. (ب) تاریخچه‌ی زمانی بار وارده. ۳۴
- شکل ۱-۱۶: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A در مثال دوم از IMQ RBF ۳۵
- شکل ۱-۱۷: (أ) ورق با یک سوراخ، مدل شده با ۳۷‌المان مرزی درجه‌ی دو و ۱۳۶ نقطه‌ی داخلی تحت بار کششی از دو طرف. (ب) تاریخچه‌ی زمانی بار وارده. ۳۶
- شکل ۱-۱۸: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی در نقطه‌ی A در مثال سوم از IMQ RBF ۳۷
- شکل ۱-۱۹: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A در مثال اول از RBF فرنبرگ ۴۱
- شکل ۱-۲۰: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی در نقطه‌ی A در مثال دوم از RBF فرنبرگ ۴۲
- شکل ۱-۲۱: (أ) قاب پرتال مدل شده با دوازده‌المان مرزی درجه‌ی دو تحت بار جانبی. (ب) تاریخچه‌ی زمانی بار وارده. ۴۳
- شکل ۱-۲۲: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی افقی در نقطه‌ی A در مثال سوم از RBF فرنبرگ ۴۴
- شکل ۲-۱: تابع شکل متناظر با گره‌ی اول برای یک‌المان طیفی ۶ گره‌ای از نوع لژاندر ۵۱
- شکل ۲-۲: تابع شکل متناظر با گره‌ی دوم برای یک‌المان طیفی ۶ گره‌ای از نوع لژاندر ۵۱
- شکل ۲-۳: تابع شکل متناظر با گره‌ی سوم برای یک‌المان طیفی ۶ گره‌ای از نوع لژاندر ۵۱

شکل ۲-۴: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۳ و ۴ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۴

شکل ۲-۵: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۳ و ۴ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۵

شکل ۲-۶: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان‌های طیفی ۵، ۶ و ۷ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۵

شکل ۲-۷: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان‌های طیفی ۵، ۶ و ۷ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۶

شکل ۲-۸: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان‌های طیفی ۸، ۹ و ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۶

شکل ۲-۹: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان‌های طیفی ۸، ۹ و ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۷

شکل ۲-۱۰: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۷

شکل ۲-۱۱: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۸

شکل ۲-۱۲: نمودار میله‌ای مقادیر تابع MSEd برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۸

شکل ۲-۱۳: نمودار میله‌ای مقادیر تابع MSEt برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۹

شکل ۲-۱۴: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۳ و ۴ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۵۹

شکل ۲-۱۵: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۳ و ۴ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۶۰

شکل ۲-۱۶: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان‌های طیفی ۵، ۶ و ۷ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۶۰

شکل ۲-۱۷: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان‌های طیفی ۵، ۶ و ۷ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۶۱

شکل ۲-۱۸: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان‌های طیفی ۸، ۹ و ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۶۱

شکل ۲-۱۹: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان‌های طیفی ۸، ۹ و ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۶۲

شکل ۲-۲۰: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۶۲

شکل ۲-۲۱: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۶۳

شکل ۲-۲۲: نمودار میله‌ای مقادیر تابع MSEd برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۶۳

شکل ۲-۲۳: نمودار میله‌ای مقادیر تابع MSEt برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰ گره‌ای چبیشف در مثال اول ۶۴

شکل ۲-۲۴: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۳ و ۴ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۶۷

شکل ۲-۲۵: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۳ و ۴ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۶۷

شکل ۲-۲۶: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان‌های طیفی ۵، ۶ و ۷ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۶۸

شکل ۲-۲۷: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان‌های طیفی ۵، ۶ و ۷ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۶۸

شکل ۲-۲۸: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان‌های طیفی ۸، ۹ و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۶۹

شکل ۲-۲۹: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان‌های طیفی ۸، ۹ و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۶۹

شکل ۲-۳۰: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان طیفی ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۰

شکل ۲-۳۱: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان طیفی ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۰

شکل ۲-۳۲: نمودار میله‌ای مقادیر تابع MSEd برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۱

شکل ۲-۳۳: نمودار میله‌ای مقادیر تابع MSEt برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۱

شکل ۲-۳۴: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۳ و ۴ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۲

شکل ۲-۳۵: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۳ و ۴ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۲

شکل ۲-۳۶: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان‌های طیفی ۵، ۶ و ۷ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۳

شکل ۲-۳۷: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان‌های طیفی ۵، ۶ و ۷ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۳

شکل ۲-۳۸: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان‌های طیفی ۸، ۹ و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۴

شکل ۲-۳۹: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان‌های طیفی ۸، ۹ و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۴

شکل ۲-۴۰: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان طیفی ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۵

شکل ۲-۴۱: تاریخچه‌ی زمانی ترکشن عمودی در نقطه‌ی B برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان طیفی ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۵

شکل ۲-۴۲: نمودار میله‌ای مقادیر تابع MSEd برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۶

شکل ۲-۴۳: نمودار میله‌ای مقادیر تابع MSEt برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی از ۳ تا ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال اول ۷۶

شکل ۲-۴۴: مش‌بندی نصف تیر عمیق با تکیه‌گاه‌های ساده (چهار المان مرزی). ۷۷

شکل ۲-۴۵: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال دوم ۷۸

شکل ۲-۴۶: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال دوم ۷۸

شکل ۲-۴۷: مش‌بندی تیر طره (چهار المان مرزی). ۷۹

شکل ۲-۴۸: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال سوم ۸۰

شکل ۲-۴۹: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی عمودی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال سوم ۸۰

شکل ۲-۵۰: مش‌بندی یک‌چهارم ورق با یک سوراخ (پنج المان مرزی و بدون نقطه‌ی داخلی).... ۸۱

شکل ۲-۵۱: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF مخروطی مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال چهارم ۸۲

شکل ۲-۵۲: تاریخچه‌ی زمانی جابجایی در نقطه‌ی A برای حالت استفاده از RBF فوریه مربوط به المان ۳ گره‌ای معمولی و المان‌های طیفی ۱۰ گره‌ای چبیشف و ۱۰ گره‌ای لژاندر در مثال چهارم ۸۲

مقدمه

تحلیل یک سیستم مهندسی معمولاً نیازمند حل معادلات دیفرانسیل مربوطه، همراه با شرایط مرزی سیستم می‌باشد. این در حالی است که اغلب موارد با اندکی پیچیدگی در سیستم، حل معادلات دیفرانسیل به صورت تحلیلی بسیار مشکل یا حتی غیر ممکن است. بنابراین محققین به این فکر افتادند که با استفاده از روش‌های عددی، مشکل پدید آمده را رفع کنند. بطوریکه این روش‌ها در دهه‌های اخیر کاربرد فراوانی یافتند. از رایجترین روش‌های عددی می‌توان به روش اجزاء محدود (FEM^1)، روش تفاضل محدود (FDM^2) و روش المان مرزی (BEM^3) اشاره کرد. اما استفاده از روش‌های عددی همواره با مقداری خطا همراه است. در نتیجه دغدغه‌ی محققان همواره کاهش خطای این روش‌ها بوده است.

یکی از روش‌هایی که در دهه‌های اخیر پیشرفت چشم‌گیری داشته روش المان مرزی است بطوریکه برای آشنایی بیشتر با این روش، مزایا و معایب آن در مقایسه با روش عددی معروف دیگر یعنی روش المان محدود در ادامه آورده شده است.

مزیت‌های BEM نسبت به FEM:

اکثر امتیازات روش المان مرزی مربوط به اساس ریاضی نسبتاً پیچیده‌ی آن است که این اساس ریاضی، دقت و انعطاف‌پذیری بسیار بالای این روش را به همراه دارد. در زیر برخی از این مزیت‌ها آورده شده است:

۱.

FEM: مش‌بندی برای کل حوزه احتیاج می‌باشد.

BEM: مش‌بندی فقط روی مرز احتیاج می‌باشد.

بنابراین BEM یک بعد از مش‌بندی مسئله کم می‌کند و این مزیت باعث می‌شود که برای یک دقت معین، BEM حافظه‌ی کمتری از کامپیوتر نسبت به FEM اشغال کند.

۲.

FEM: در کل حوزه تقریب و خطا وجود دارد.

BEM: فقط روی مرز تقریب و خطا وجود دارد در حالی که درون حوزه جواب‌ها دقیق هستند به همین علت است که BEM را جزء روش‌های نیمه تحلیلی می‌آورند. این مزیت BEM باعث شده است در مدل-سازی مسائلی که در آنها تغییرات زیاد تنش وجود دارد استفاده از BEM بسیار مناسب‌تر باشد. بنابراین کاربرد روش المان مرزی در مسائل تمرکز تنش و مکانیک شکست از اهمیت بالایی برخوردار است.

¹ Finite Element Method

² Finite Difference Method

³ Boundary Element Method