دانشگاه پیام نور
مرکز بابل

پایان‌نامه:

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی

گرایش(تحقیق در عملیات)

موضوع:

مطالعه روی روش های نوین حساب بازه ای و حساب اعداد فازی

نویسنده:

سعید عبدی

استاد راهنما:

دکتر سیّد هادی ناصری

استاد مشاور:

دکتر سیامک فیروزیان

آبان ۱۳۹۰

دانشگاه پیام نور

بسمه تعالی

صورتجلسه دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

جلسه دفاع از پایان نامه دور کارشناسی ارشد آقای **سعید عبدی** دانشجوی رشته **ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)** به شماره دانشجویی **۸۸۰۰۰۰۷۵۳** تحت عنوان « **مطالعه روی روش های نوین حساب بازه ای و حساب اعداد فازی** » با حضور هیأت داوران در روز ...... مورخ ..../ .... / .... ساعت .... در محل ساختمان .... برگزار شد و هیات داوران پس از بررسی، شایسته نمره به عدد .... به حروف .... با درجه .... تشخیص داد.

ردیف	نام و نام خانوادگی	هیات داوران	مرتبه دانشگاهی	دانشگاه/موسسه	امضا
۱		استاد راهنما			
۲		استاد مشاور			
۳		استاد داور			
٤		نماینده تحصیلات تکمیلی			

اینجانب **سعید عبدی** دانشجوی ورودی سال **۹۰-۱۳۸۸** مقطع کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) گواهی می نمایم چنانچه در پایان نامه خود از فکر، ایده و نوشته دیگری بهره گرفته ام با نقل قول مستقیم یا غیر مستقیم منبع و ماخذ آن را نیز در جای مناسب ذکر کرده ام. بدیهی است مسئولیت تمامی مطالبی که نقل قول دیگران نباشد بر عهده خویش می دانم و جوابگوی آن خواهم بود.

دانشجو تایید می نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

نام و نام خانوادگی دانشجو

تاریخ و امضاء

اینجانب **سعید عبدی** دانشجوی ورودی سال **۹۰-۱۳۸۸** مقطع کارشناسی ارشد **رشته ریاضی کاربردی** (تحقیق در عملیات) گواهی می نمایم چنانچه بر اساس مطالب پایان نامه خود اقدام به انتشار مقاله، کتاب و ... نمایم ضمن مطلع نمودن استاد راهنما، با نظر ایشان نسبت به نشر مقاله، کتاب و ... و به صورت مشترک و با ذکر نام استاد راهنما مبادرت نمایم.

نام و نام خانوادگی دانشجو

تاریخ و امضاء

کلیه حقوق مترتب از نتایج مطالعات، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه پیام نور است.

آبان ۱۳۹۰

تقدیم به:

پدر دلسوز

و

مادر مهربانم

که همواره در راه تحصیل علم مشوقم بودند

تشکر و قدردانی

منت خدای را عزّوجلّ که طاعتش موجب قربت است و به شکر اندرش مزید نعمت. هر نفسی که فرو می رود ممدّ حیات است و چون بر می آید مفرّح ذات. پس در هر نفسی دو نعمت وجود دارد و بر هر نعمت شکری واجب.

اینک که به یاری خداوند متعال دوره کارشناسی ارشد خود را به پایان رسانده ام بر خود لازم می دانم تا از تمام کسانی که در طول همه این سال ها یاریگر بنده بودند تشکر نمایم.

از پدر و مادر مهربانم که با تمام وجودشان مرا تحمل نمودند.

از استاد ارجمندم جناب دکتر سیّد هادی ناصری که با سعه صدر خویش در گردآوری این رساله بنده را راهنمایی نمودند.

از استاد گرانقدرم جناب دکتر سیامک فیروزیان که زحمت مشاوره بنده را در این رساله بر عهده داشتند.

همچنین از برادرم و خواهرانم و همه کسانی که در طول این سال ها بنده را یاری رساندند.

کمال تشکر و قدردانی را دارم.

آبان ۱۳۹۰

سعید عبدی

چکیده

هدف از این تحقیق، ارایه روش هایی نوین برای حساب اعداد فازی می باشد. در مسأله مورد تحقیق، تمام اعداد فازی با فرم پارامتری در نظر گرفته شده اند. در این رساله ابتدا، کلیتی در مورد چگونگی پیدایش مجموعه های فازی ارایه شده است؛ در ادامه، مطالبی در مورد مجموعه های فازی شامل تعاریف و مفاهیم بنیادی مورد نیاز در این تحقیق آورده شده است و همچنین توضیحاتی در مورد اعداد فازی و تعاریف آن ها و همچنین انواع اعداد فازی مطرح شده است. در فصل چهارم توسعه نظری تحقیق انجام شده است. در این فصل تعریف اعداد فازی با نمایش پارامتری و همچنین حساب اعداد فازی پارامتری آورده شده است؛ در ادامه این فصل، یک عدد فازی پارامتری را توسط یک عدد اندیس مکان و دو تابع اندیس فازی نشان داده می شود. بر اساس این نمایش دو بخشی، اعداد فازی نوین تعریف شده اند. همچنین کاربرد حساب فازی نوین در حل معادلات خطی فازی و دیفرانسیل و انتگرال فازی مورد مطالعه قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: عدد فازی، حساب فازی، نمایش پارامتری، سیستم های خطی فازی، معادلات خطی فازی، دیفرانسیل و انتگرال فازی.

فهرست مطالب

فصل اوّل

مقدّمه و کلیات

۱–۱ مقدّمه ای بر پیدایش مفهوم فازی

انسان ها عناصر هوشمند طبیعت بوده که برای درک محیط پیرامون خود تلاش نموده و جهت نیل به نیازهای کوتاه مدت و دراز مدت خود و نیز دست یابی به آرزوها و آرمان های خویش برنامه ریزی می نمایند. مسائل دنیای واقعی ساختار پیچیده ای دارند که به دلیل وجود ابهام و عدم قطعیت در تعریف و درک آنها می باشد. البته به دلیل محدودیت ادراک انسان از جهان خارج و نیز محدودیت قدرت استدلال جامع و عمیق، وی معمولاً با عدم قطعیّت و حتمیّت مواجه است. عدم حتمیت در رابطه با کفایت اطلاعات و عدم قطعیت در رابطه با جامعیت استنتاجات خود. از لوازم عدم حتمیت امکان وجود خطا در رفتار انسان می باشد، زیرا وی معمولاً فاقد اطلاعات جامع و همه جانبه از محیط پیرامون خود است و بیان و تحلیل یک مسأله نیازمند اطلاعات کافی و دقیق می باشد. حال اگر به دلایل مختلف اطلاعات کافی و دقیق در دسترس نباشد چه باید کرد؟ پاسخ این سوأل بهره گیری از ظرفیت استدلال تقریبی انسان است، قابلیتی که کامپیوتر از آن بی بهره است، انسان علی رغم اطلاعات نادقیق و ناکافی در مواجهه با مسائل پیچیده دنیای واقعی رفتار و ماهیت سیستم را به طور تقریبی درک و تحلیل می نماید، حال سؤال اصلی این است که آیا راهی برای این که کامپیوتر نیز بتواند همانند انسان به طور تقریبی مسائل را با اطلاعات ناکافی و نادقیق درک و تحلیل نماید وجود دارد؟ برای پاسخ به این سؤال، به اصل ناسازگاری پروفسور « زاده » که در سال ۱۹۷۳مطرح گردیده است، توجه نمایید: « هرچه میزان آگاهی از یک سیستم افزایش یابد پیچیدگی سیستم کاهش یافته و دقت درک و تحلیل سیستم افزایش می یابد، زمانی که پیچیدگی سیستم کاهش یابد، دقت روش مدل سازی افزایش یافته و لذا ابزار مفیدی برای تحلیل سیستم محیا می شود».

برای سیستم هایی که پیچیدگی های آنها کم و عدم قطعیت نیز ناچیز است می توان با استفاده از معادلات ریاضی ماهیت و رفتار سیستم را به طور دقیق مدل سازی و تحلیل نمود. برای سیستم هایی که پیچیدگی های آن ها کمی بیشتر است و عدم قطعیت نیز نسبتاً زیاد، دیگر نمی توان تحلیل قطعی و دقیقی از سیستم داشت. در این سیستم ها امکان استفاده از روش های

ابتکاری مدرن، مانند « شبکه عصبی » و « هوش مصنوعی » وجود دارد. در شبکه های عصبی به دلیل قابلیت یادگیری سیستم، عدم قطعیت به مرور کاهش یافته و قابلیت تحلیل موثر سیستم افزایش می یابد. سرانجام برای سیستم هایی با پیچیدگی بالا و عدم قطعیت زیاد که اطلاعات کافی و دقیقی نیز در دسترس نیست، رویکرد استدلال تقریبی فازی مطرح می شود، که به سیستم های فازی معروف هستند. ورودی سیستم های فازی می توانند اطلاعات نادقیق (فازی) باشند، و پردازش های سیستم نیز با بهره گیری از استدلال تقریبی و به طور فازی انجام می شوند.

۱–۲ ظهور نظریه مجموعه های فازی

ازآغاز ظهور علم جدید تا اواخر قرن نوزدهم، عدم حتمیّت به عنوان یک پدیده نامطلوب که بایستی از آن اجتناب نمود، مطرح بود. این رفتار به تدریج با ظهور مکانیک احتمالی در آغاز قرن بیستم تغییر کرد. بدین طریق که از آغاز قرن بیستم جهت فایق آمدن بر پیچیدگی غیر متعارف در فرآیندهای مکانیکی در سطح مولکول، از مکانیک احتمالی با استفاده از میانگین آماری و نظریه احتمالات استفاده شد. پس از به کارگیری احتمالات در مکانیک احتمالی، این نظریه در شاخه های دیگر علوم نیز به کارگرفته شد. متأسفانه علی رغم موفقیت نسبی نظریه احتمالات در مسائل واقعی، این نظریه قادر به غلبه بر حتمیت به مفهوم اصلی آن نگردید. این موضوع به خصوص در رابطه با واژه های زبانی در زبان محاوره ای بسیار مشهود بود. این محدودیت ها سبب ظهور نظریه جدید درباره عدم حتمیّت شد، که قادر به فائق آمدن بر عدم شفافیّت و ابهام در پدیده های علمی واقعی می گردید. پروفسور لطفی عسگر زاده[1] در سال ۱۹٦۵ نظریه جدید عدم حتمیّت یعنی « نظریه مجموعه های فازی » را که با نظریه احتمالات متمایز بود ابداع نمود [۳۵]. با معرفی نظریه مجموعه های فازی مقدمات مدل سازی اطلاعات نادقیق و استدلال تقریبی با معادله های ریاضی را فراهم نمود که در نوع خود تحولی عظیم در

1-L.A. Zade

ریاضیات و منطق کلاسیک به وجود آورد. ایده نظریه مجموعه های فازی توسط پروفسور زاده با این عبارت مطرح شد که: « ما نیازمند نوع دیگری از ریاضیات هستیم تا بتوانیم ابهامات و عدم دقت رویدادها را مدل سازی نماییم، مدلی که متفاوت از نظریه احتمالات است ». از نظریه فازی برای بیان و تشریح عدم قطعیت و عدم دقت در رویدادها استفاده می شود و براساس منطق چند ارزشی بنیان نهاده شده است.

زاده در مقاله معروف خود مفاهیم مجموعه های فازی با حد و مرزهای غیر تند و غیر شفاف را معرفی نمود. به عبارت دیگر، در یک مجموعه کلاسیک با مرزهای تند هر عنصر یا یک عضو از آن مجموعه است، و یا در داخل آن مجموعه نیست. به عنوان مثال، مجموعه پول های سکه ای ایران عبارتند از: ۲۵۰ریالی، ۵۰۰ ریالی، ۱۰۰۰ریالی. مجموعه پول های سکه ای ایرانی یک نمونه بارز از مجموعه های کلاسیک با مرزهای تند است. بنابراین همه پول های سکه ای موجود در جیب هر ایرانی ممکن است در لیست سکه های نامبرده قرار داشته و یا قرار نداشته باشند. دراین صورت اگر از کسی سؤال شود که آیا یک سکه خاص جزء این مجموعه هست، پاسخ وی یا بلی است و یا خیر. بنابراین تابع عضویت آن سکه مورد سؤال در مجموعه پول های سکه ای ایرانی براساس درجه و به صورت پیوسته نیست. به عبارت دیگر، مرزهای این مجموعه بسیار تند و شفاف است.

بر خلاف مجموعه های کلاسیک، مجموعه های فازی دارای مرزهای بسیار تند و شفاف نیستند. به عبارت دیگر شرط عضویت یا عدم عضویت یک عنصر در یک مجموعه به کاملاً عضویت یا عدم عضویت در آن مجموعه بستگی ندارد. یک عنصر در یک مجموعه ممکن است دارای درجه عضویت بیشتر و یا درجه عضویت کمتر از عنصر دیگر باشد. در حالت فازی عدم دقت به اشکال مختلف که یکی از آن ها، ابهام معنایی است مطرح می شود [۳۸]. به عنوان مثال « x آدم تیزی است » فازی نیست بلکه مبهم است، زیرا کلمه تیز می تواند با دو معنی برداشت شود، یعنی میزان سرعت عمل و میزان هوش، که در زبان محاوره برای هر دو مفهوم کلمه « تیز » می تواند بکار رود. این حالت به معنی فازی بودن عبارت نیست؛ بلکه عبارت کلامی

ذکر شده مبهم است، زیرا مشخص نیست که منظور شخص از بیان این عبارت، سرعت عکس العمل x است یا منظور او میزان هوش x است، پس در اینجا باید منظور مشخص شود تا ابهام رفع گردد.

به عنوان مثال در اینجا فرض کنید، میزان هوش x مطرح باشد. حال پس از رفع ابهام و مشخص شدن منظور، مفهوم فازی مطرح می شود زیرا به طور دقیق مشخص نیست که در چه دامنه ای از میزان هوش، شخص مورد نظر باهوش و کلمه تیز به او اطلاق می شود. حال این که مفهوم تیز در چه فاصله ای از این دامنه تعریف می شود وهمین طور مفهوم « کمی تیز » و « خیلی تیز » در چه فاصله ای از این دامنه تعریف می شود و این که آیا می توان فاصله دقیقی برای هر یک از این عبارت ها تعریف نمود، به مجموعه های فازی مرتبط است.

ملاحظه می شود که هر مجموعه فازی منحصراً با تابع عضویت خاص خود قابل تعریف بوده و در داخل آن مجموعه دارای درجه عضویت می باشد، این درجه عضویت معمولاً بین صفر و یک قرار دارد که در فصل های آتی به طور مشروح درباره تابع عضویت بحث خواهد شد. به دلیل این که لازمه عضویت در یک مجموعه فازی براساس قاعده تأیید یا عدم تأیید مانند بله یا نه و یا صفر و یک نیست و قواعد صریح و شفاف سنتی استدلال و استنتاج به عنوان قواعد در مجموعه های فازی بکار برده نمی شوند، قابل اعمال نیست. درنتیجه، در نظریه جدید عدم حتمیّت یا نظریه مجموعه های فازی، قاعده عدم تناقض کاربرد ندارد که این موضوع به دلیل وجود مرزهای فازی و غیر صحیح در مجموعه های فازی است [۳۸].

در ابتدا، نظریه پیشنهادی مجموعه های فازی توسط زاده مورد استقبال زیادی قرار نگرفت؛ زاده و گروه اندک طرفداران این نظریه برای بسط و توسعه آن برای یک دهه تلاش فراوانی نمودند؛ در این دوره اگرچه پیشرفت این نظریه کند به نظر می رسید، لیکن در دهه ۱۹۷۰چندین اثر مهم و پایه ای توسط این پژوهشگران منتشر شد، که توجه بسیاری از محققین را به خود جلب نمود. به عنوان مثال، نظریه بسیار مهم کنترل فازی و سپس کاربرد موفقیت آمیز آن در صنعت، در این برهه از زمان ارایه گردید. این گونه کنترل ها بر اساس قواعد استنتاج

منطقی به صورت زبان طبیعی و محاوره ای طراحی شده و با مجموعه های فازی مدل سازی شده اند. چندین ایده بسیار مهم کاربردی منطق فازی نیز در تشخیص الگو و خوشه بندی در این دوره ارائه گردید. دهه ۱۹۸۰ شاهد بسط و توسعه سریع نظریه فازی و کاربردهای آن در مسائل مختلف علمی و عملی بود. بسیاری از تولید کنندگان، مخصوصاً تولید کنندگان ژاپنی، از این نظریه استقبال شدید نموده و تولیدات انبوه خود را که حاصل طراحی های عملیاتی براساس منطق فازی بود روانه بازار مصرف نمودند. تحلیل گران بازار سهام و مدیران سرمایه گذاری دریافته اند که این نظریه موفق تر از سیستم های کلاسیک، قدرت پیش بینی نوسانات قیمت های سهام و نیز رفتارهای آینده بازار را دارد.

۱–۳ زمینه های عمده تحقیق در نظریه فازی

با مقدّمات بیان شده می توان چنین نتیجه گیری نمود، جایی که پیچیدگی سیستم در حدی است که نمی توان با دقت و صراحت در مورد پارامترها، مشخصه ها و رفتار سیستم قضاوت نمود، مفهوم فازی جهت مدل سازی و تحلیل مطرح می شود. یک طبقه بندی عمومی از گستره نظریه فازی به شرح زیراست [۳۸]:

۱– **ریاضیّات فازی**، شامل مجموعه های فازی و عملیات ریاضی مرتبط با آن ها است. در مجموعه های کلاسیک حد و مرز مجموعه به طور دقیق و قطعی تعریف می شود و در نتیجه عضویت عناصر در مجموعه نیز به طور قطعی مشخص می شود؛ در مجموعه های کلاسیک یک عنصر یا قطعاً عضو مجموعه هست و یا قطعاً عضو مجموعه نیست. اما موارد بسیاری در عمل وجود دارد که تعریف حد و مرز دقیق و قطعی برای مجموعه امکان پذیر نیست. به این نوع مجموعه، مجموعه فازی گفته می شود. عضویت عناصر نیز در مجموعه های فازی با درجه عضویت که عددی بین صفر و یک است بیان می شود.

۲– **منطق فازی**، در واقع تکامل یافته و عمومی شده منطق کلاسیک است. در منطق کلاسیک که منطق دو ارزشی است هر گزاره می تواند درست یا نادرست باشد. در حالی که در

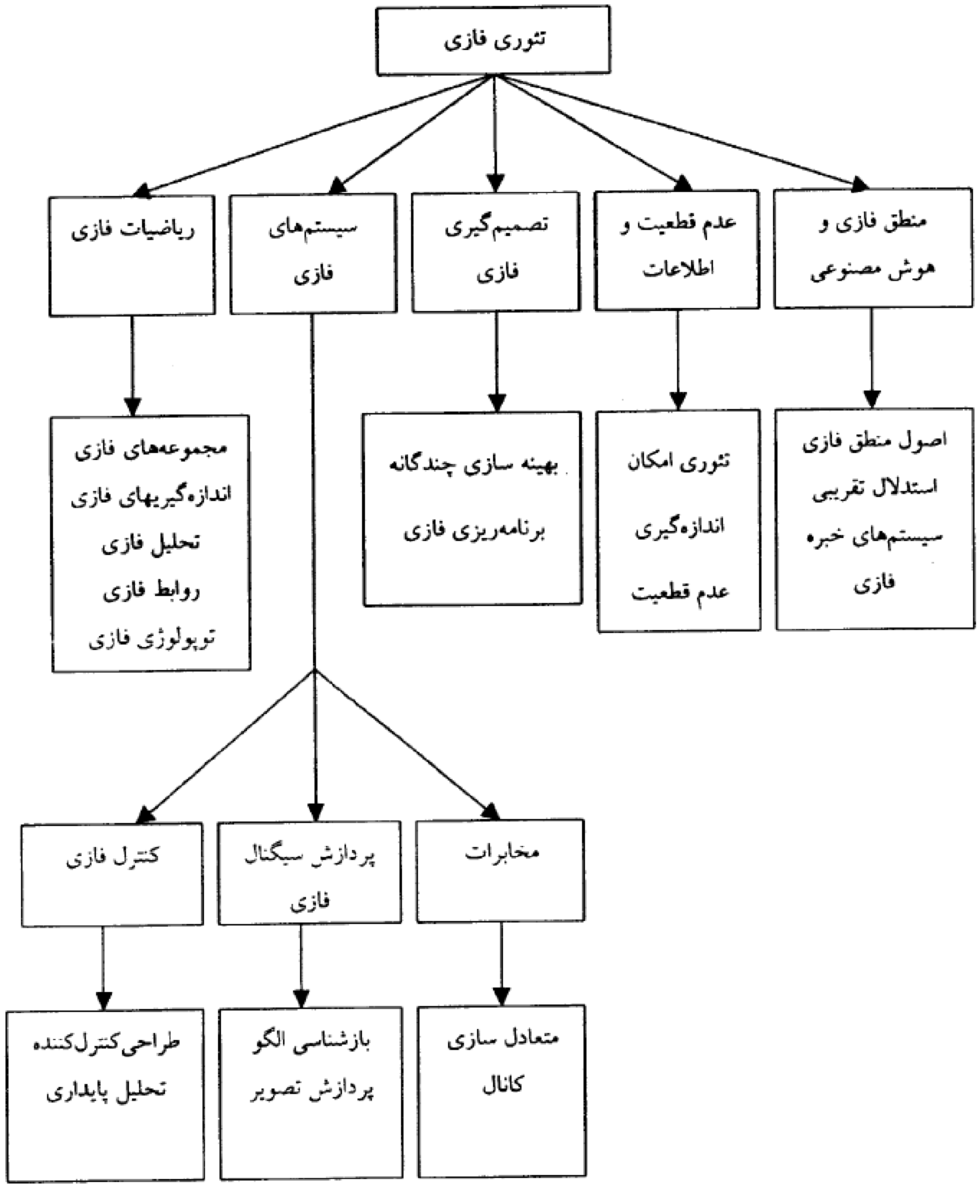
منطق فازی که منطق چند ارزشی است و ارزش درستی هر گزاره می تواند عددی بین صفر و یک باشد، لذا قضاوت تقریبی و نادقیق با بکارگیری منطق فازی ممکن می باشد.

۳- **سیستمهای فازی**، سیستم هایی هستند که اطلاعات ورودی آن می تواند به صورت نادقیق باشد، یعنی اطلاعات ورودی یک سیستم فازی به صورت مجموعه های فازی یا اعداد فازی خواهند بود. از سوی دیگر، پردازش های یک سیستم فازی می تواند به صورت نادقیق انجام شود. یکی از معروف ترین و کاربردی ترین پردازش های نادقیق در سیستم های فازی استفاده از پایگاه قوانین فازی است که در این پایگاه هر قانون با ساختار « اگر- آنگاه » تعریف می شود.

٤- **عدم قطعیّت و اطلاعات**، که انواع دیگری از عدم قطعیت را مورد تجزیه و تحلیل قرار می دهد.

۵- **تصمیم گیری فازی**، حالت عمومی شده تصمیم گیری کلاسیک است. در تصمیم گیری کلاسیک، تصمیم بهینه از بین تصمیم های ممکن در مواجهه با محدودیت های مسأله و با هدف بهینه کردن تابع مطلوبیت به دست می آید. تابع مطلوبیت، پارامترها و محدودیت های مسأله درتصمیم گیری کلاسیک، قطعی و دقیق فرض می شوند، در حالی که در تصمیم گیری فازی امکان تعریف نادقیق و تقریبی پارامترها، تابع مطلوبیت و محدودیت های مسأله وجود دارد.

یکی ازمهمترین کاربردهای نظریه فازی در هوش مصنوعی و رباتیک است که تحول بزرگی در طراحی و ساخت ربات های هوشمند ایجاد کرده است؛ با بهره گیری از نظریه فازی در طراحی ربات های هوشمند امکان کسب اطلاعات دنیای واقعی توسط ربات ها ایجاد شده و همین طور تحلیل و پردازش فازی امکان عمل و عکس العمل مشابه انسان را به ربات ها می دهد. البته این پنج شاخه مستقل از یکدیگر نبوده و به شدت با همدیگر مرتبط می باشند برای مثال برنامه ریزی ریاضی فازی از مفاهیم ریاضیات فازی و تصمیم گیری فازی بهره می برد. شاخه های عمده نظریه فازی در شکل (۱-۱) به تصویر کشیده شده است.



شکل (۱-۱)- طبقه بندی نظریه فازی

هدف ما در این پایان نامه این است که با معرفی اعداد فازی با نمایش پارامتری و معرفی حساب آن ها و سپس تقسیم آن ها به دو بخش عدد اندیس مکان و توابع اندیس فازی به حساب نوینی در نظریه فازی دست یابیم.

۴-۱ تعریف و فرضیات مسأله

۱-٤-۱ تعریف مسأله: مجموعه فازی $u:\mathbb{R}\to[۰,۱]$ را یک عدد فازی نامیم اگر در شرایط زیر صدق کند [۱۰و۹]:

۱- u نیم پیوسته بالایی باشد؛

۲- در بیرون بازه $[c,d]$ ، $\mu_u(x)=۰$ باشد؛

۳- اعداد حقیقی مانند a و b موجودند که $c\le a\le b\le d$، به طوری که:

- $\mu_u(x)$ بر روی بازه $[c,a]$ صعودی یکنواخت است؛
- $\mu_u(x)$ بر روی بازه $[b,d]$ نزولی یکنواخت است؛
- به ازای هر $a\le x\le b$ داشته باشیم $\mu_u(x)=۱$.

نمایش پارامتری اعداد فازی که توضیحات بیشتر در مورد آن در فصل چهارم می آید [۲۵]، به صورت ذیل مطرح می شود:

فرض کنید عدد فازی u به ازای هر $۰\le r\le ۱$ زوج $(\underline{u},\overline{u})$ از توابع $\underline{u}(r)$ و $\overline{u}(r)$ باشد که در شرایط زیر صدق می کند:

- $\underline{u}(r)$ تابعی پیوسته از چپ، صعودی یکنواخت و کراندار باشد؛
- $\overline{u}(r)$ تابعی پیوسته از چپ، نزولی یکنواخت و کراندار باشد؛
- به ازای $۰\le r\le ۱$، $\underline{u}(r)\le\overline{u}(r)$.

حال اگر عدد فازی با نمایش پارامتری فوق را به دو بخش عدد اندیس مکان و توابع اندیس فازی تقسیم نماییم، به تعریف نوینی از یک عدد فازی دست خواهیم یافت که چهار عمل اصلی حساب و همچنین مشتق و انتگرال فازی با استفاده از این عدد به سادگی قابل تعریف می باشند [۲۵]. براساس این تقسیم تعریف عدد فازی جدید به صورت زیر ارایه می گردد: