



دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده علوم ریاضی

گروه آمار

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد آمار اقتصادی و اجتماعی

مدل‌های واریانس شرطی ناهمگن
اتورگرسیو

توسط

میترا فرخ نیا

استاد راهنما

دکتر احمد خدادادی

۱۳۸۹ / ۷ / ۲۴

جمهوری اسلامی ایران
تهران

استاد مشاور

دکتر مجتبی خزایی

کلیه حقوق اعم از چاپ و تکثیر، نسخه برداری، ترجمه، اقتباس و ...
از این پایان نامه برای دانشگاه شهید بهشتی محفوظ است. نقل مطالب
با ذکر ماخذ بلامانع است.

تقدیم به

پدر و مادر بزرگوارم که همواره پشتیبان
من بوده‌اند

همچنین تقدیم به خواهران عزیزم

قدردانی

از استاد ارجمندم جناب آقای دکتر احمد خدادادی که زحمت راهنمایی این رساله را پذیرفته و بدون شک انجام مراحل مختلف این رساله بدون راهنمایی‌های گرانبها و تلاش‌های ارزنده ایشان ممکن نبود، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

از استاد گرامی جناب آقای دکتر مجتبی خزایی که مشاوره این رساله را بر عهده داشتند صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نمایم.

از اساتید محترم جناب آقای دکتر محمد ذکایی و سرکار خانم دکتر ریواز که زحمت مطالعه و داوری این رساله را تقبل فرمودند کمال تشکر را دارم.

و در انتها از کلیه عزیزان و دوستانی که مرا در انجام این رساله همراهی نمودند صمیمانه کمال تشکر را دارم.

پیشگفتار

مطالعه‌ی سری‌های زمانی مالی مرتبط با ساختارهای همبستگی زمانی است. این موضوع کاربردهای گوناگونی دارد که گستره آن از علم اقیانوس‌شناسی تا مباحث مالی است. مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM) و مدل واریانس شرطی تصادفی نمونه‌هایی از مدل‌های مالی هستند که شامل مولفه‌های سری‌های زمانی می‌باشند. یک سری زمانی عبارت است از یک مجموعه از مقادیر $\{X_t : t = 1, \dots, n\}$ که اندیس t در آن بیانگر زمانی است که یک واحد داده X_t مشاهده شده است.

در مبحث سری‌های زمانی اغلب نوسانات (واریانس شرطی) سری‌ها در دوره‌های زمانی پی‌درپی کاملاً کوچک هستند اما در طولانی مدت این نوسانات قابل ملاحظه به نظر می‌رسند. مدل‌بندی این نوسانات بسیار مطلوب است. سری‌های قیمت یک دارایی به عنوان یک مثال برای این موضوع در نظر گرفته می‌شود. با تفاضل‌گیری از سری‌های زمانی قیمت یک دارایی با مقیاس لگاریتمی یک نوفه سفید حاصل می‌شود. به بیان دیگر اگر لگاریتم سری‌های قیمت یک دارایی مشخص در دوره زمانی t با $\{Y_t\}$ نشان داده شود، با تفاضل‌گیری از آن به یک مدل $ARMA(0,1,0)$ به صورت زیر خواهیم رسید:

$$\Delta Y_t = X_t = \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, 1)$$

معادله فوق نشان می‌دهد که بازده‌های دارایی مذکور که با $X_t = Y_t - Y_{t-1}$ نشان داده می‌شود، همانند یک فرآیند نرمال نوفه سفید رفتار می‌کند. اگر چه این معادله به عنوان یک تقریب درجه اول بیان می‌شود، تحلیل‌های بیشتر در این زمینه نشان می‌دهد که ساختارهای دیگری نیز وجود دارد که با معادله فوق قابل توصیف نیستند. این ساختارها توسط عوامل زیرشناسایی می‌شوند:

(۱) فرآیند $\{X_t\}$ نسبت به یک فرآیند نرمال نوفه سفید از دنباله سنگین‌تری برخوردار است.

(۲) اگر چه ساختار کوواریانس خاصی در $\{X_t\}$ دیده نمی‌شود، $\{X_t^2\}$ به میزان زیادی

همبستگی دارد. این همبستگی‌ها بعضاً نامنفی هستند.

۳) نوسانات در فرآیند $\{X_t\}$ دارای ساختار خوشه‌ای هستند. در فرآیند $\{X_t\}$ تغییرات بزرگ با تغییرات بزرگ و تغییرات کوچک با تغییرات کوچک همراه هستند. از میان عوامل فوق، عامل سوم بسیار مهم به نظر می‌رسد. درک تغییرات واریانس و یا واریانس شرطی $\{\sigma_t^2\}$ در بازارهای مالی بسیار مهم است. سرمایه‌گذاران به عنوان پاداش نگهداری دارایی‌های پرخطر به بازدهی‌های مورد انتظار بیشتری نیاز دارند. به علاوه، یک سری زمانی با واریانس متغیر در زمان مسلماً در اعتبار و کارایی استنباط‌های آماری پارامترها تاثیرگذار است. به همین دلیل مدل‌های سری زمانی با خطاهای ناهمگن (ARCH) ایجاد شده است.

موضوع این پایان‌نامه بررسی انواع مدل‌های واریانس شرطی ناهمگن اتورگسیو (ARCH) تک متغیره و چند متغیره است. در فصل اول تحت عنوان مدل‌های واریانس شرطی ناهمگن اتورگسیو، مدل ARCH اصلی و مدل تعمیم‌یافته ARCH (GARCH) بررسی می‌شود. در ادامه این فصل در راستای رفع نواقصی که توضیح داده خواهد شد، مدل‌های جمع‌بسته GARCH (Integrated GARCH) و مدل‌های نمایی GARCH (Exponential GARCH) معرفی می‌شوند. در فصل دوم تحت عنوان سایر مدل‌های ARCH، مدل‌های GARCH در میانگین (GARCH-M) و مدل‌های GARCH غیرخطی (NARCH) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

بسیاری از سری‌های زمانی در طول زمان رفتارهای متغیری از خود نشان می‌دهند. به گونه‌ای که به طور شهودی نیز تغییر پارامترهای مدل قابل تشخیص است. در فصل سوم تحت عنوان مدل‌بندی سری‌های زمانی با رژیم‌های متغیره بررسی مدل‌های سری‌های زمانی با رژیم‌های متغیر پرداخته می‌شود.

درک و پیش‌گویی وابستگی‌های موقت (شرطی) در گشتاورهای درجه دوم بازدهی دارایی در بسیاری از اقتصادسنجی‌های مالی، از اهمیت زیادی برخوردار است. هم‌اکنون این امر به طور وسیعی پذیرفته شده است که نوسانات مالی در طول زمان میان بازده‌ها و دارایی‌های مختلف، به موازات یکدیگر منتقل می‌شوند. درک این موضوع از طریق چارچوب الگوسازی چندمتغیره، بیشتر از بررسی‌های جداگانه مدل‌های تک متغیره به مدل‌های تجربی مفید می‌انجامد. از دیدگاه مالی، این روش راه را به سوی ابزارهای تصمیم در محیط‌های مختلف مانند قیمت گذاری

دارایی، انتخاب پرتفوی، قیمت گذاری اختیار معامله، پوشش ریسک و مدیریت ریسک می‌گشاید. در حقیقت برخلاف اوایل دهه ۱۹۹۰، امروزه موسسات متعددی روش‌های مورد نیاز تئوری اقتصادسنجی از منظر مالی را گسترش داده‌اند. از زمان انتشار مقاله اصلی انگل (۱۹۹۲)، ابزارهای سری‌های زمانی سنتی مانند مدل‌های ARMA (باکس و جنکینز ۱۹۷۰) برای میانگین، به مدل‌های معادل برای واریانس بسط داده شده‌اند. مدل‌های واریانس ناهمگون شرطی اتورگرسیو (ARMA) هم‌اکنون برای توصیف پیش‌گویی‌های نوسانات سری‌های زمانی مالی به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. بیشترین کاربرد مدل‌های GARCH چندمتغیره، مطالعه روابط میان نوسانات بازارهای مختلف است. در فصل چهارم تحت عنوان مدل‌های GARCH چندمتغیره، مدل‌های چندمتغیره واریانس ناهمگن شرطی تعمیم یافته و همبستگی‌های پویا و رژیم‌های متغیر (مدل‌های RSDC) بررسی می‌شوند.

چکیده

در مدل‌های اقتصادسنجی سنتی، واریانس‌ها ثابت در نظر گرفته می‌شود. جهت تعمیم این فرض نامحتمل کلاسی از فرآیندهای تصادفی به نام فرآیندهای واریانس شرطی ناهمگن اتورگرسیو معرفی شده‌اند. این فرآیندها میانگین صفر و واریانس‌های با ناهمبستگی پیاپی دارند. امروزه به طور وسیعی پذیرفته شده است که نوسانات مالی در طول زمان در میان دارایی‌ها و بازارها به طور همزمان تغییر می‌کنند. این امر از طریق مطالعه‌ی چارچوب مدل‌بندی چند متغیره منجر به ایجاد مدل‌های تجربی مناسب به جای بررسی جداگانه‌ی مدل‌های تک متغیره شده است.

در این پایان‌نامه، ابتدا کلاس مدل‌های واریانس شرطی ناهمگن اتورگرسیو ARCH و مدل‌های واریانس شرطی ناهمگن اتورگرسیو تعمیم‌یافته GARCH در سری‌های زمانی مالی را مطالعه خواهیم کرد. جهت رفع نواقص موجود در مدل‌های اصلی ARCH و GARCH، سایر مدل‌ها از جمله مدل‌های جمع بسته ARCH (IGARCH)، GARCH نمایی (EGARCH)، GARCH در میانگین (GARCH-M) و مدل‌های غیر خطی ARCH (NARCH) معرفی می‌شوند. سپس انواع مختلف مدل‌های چند متغیره GARCH، همانند مدل‌های VEC، BEKK، CCC، DCC و RSDC را مطالعه می‌نماییم. در پایان با یک مثال کاربردی مدل‌های گوناگون چند متغیره را مورد مقایسه قرار خواهیم داد.

کلمات کلیدی:

بازدهی دارایی، برآورد شبه حداکثر درست‌نمایی، نحوست بعد، زنجیره مارکوف پنهان، فرآیند تفاضل مارتینگل، واریانس شرطی، تأثیرات اهرمی.

فهرست نمودارها

صفحه	نمودار
۱۳	نمودار (۱.۱)
۱۵	نمودار (۲.۱)
۶۱	نمودار (۱.۲)
۶۴	نمودار (۱.۳)
۷۸	نمودار (۲.۳)
۷۸	نمودار (۳.۳)
۱۳۳	نمودار (۱.۴)
۱۳۴	نمودار (۲.۴)
۱۳۸	نمودار (۳.۴)

فهرست مندرجات

۲	مدل‌های واریانس شرطی ناهمگن اتورگرسیو	۱
۲ مقدمه	۱.۱
۳ مفاهیم اساسی	۲.۱
۳ بازدهی دارایی	۱.۲.۱
۶ دور تجاری	۲.۲.۱
۶ اختیار معامله	۳.۲.۱
۶ پوشش ریسک (Hedge)	۴.۲.۱
۷ پوشش ریسک (Hedging)	۵.۲.۱
۷ فروش عاریتی، موقعیت فروش استقرایی	۶.۲.۱
۷ موقعیت تملک، موقعیت خرید اوراق بهادار	۷.۲.۱
۷ نسبت‌های پوشش	۸.۲.۱
۸ فرآیند ارگودیک	۹.۲.۱
۸ کشش جانشینی ثابت	۱۰.۲.۱
۸ تابع تولید کشش جانشینی ثابت	۱۱.۲.۱
۹ ارزش در معرض خطر (VAR)	۱۲.۲.۱
۱۰ فرآیند مارتینگل	۱۳.۲.۱
۱۱ دنباله تفاضل مارتینگل	۱۴.۲.۱

۱۱	۳.۱	خصوصیات واریانس شرطی
۱۲	۴.۱	مدل واریانس ناهمگن شرطی اتورگرسیو (ARCH)
۱۶	۱.۴.۱	پیش‌بینی
۲۰	۲.۴.۱	نقاط ضعف مدل‌های ARCH
۲۰	۳.۴.۱	ایجاد یک مدل ARCH
		۵.۱	مدل‌های واریانس ناهمگن شرطی خود همبسته تعمیم‌یافته
۳۰	(GARCH)	
۳۶		۲	سایر مدل‌های ARCH
۳۶	۱.۲	مقدمه
۳۷	۲.۲	مدل GARCH در میانگین
۳۸	۳.۲	مدل‌های GARCH جمع بسته
۳۹	۴.۲	مدل‌های GARCH نمایی
		۵.۲	ارتباط میان ارزش مورد انتظار و واریانس بازدهی اسمی مازاد
۴۲	سهام	
۴۶	۶.۲	تخمین مدل
۵۰	۷.۲	مدل GARCH-M اصلاح شده
۵۰	۱.۷.۲	ویژگی‌های مدل

۵۴ تخمین، استنباط و روش‌های تشخیصی	۲.۷.۲
۵۵ مدل‌های NARCH	۸.۲
۵۷ فرم‌های تابعی برای مدل ARCH	۱.۸.۲
۵۸ یک تابع عمومی برای ARCH	۲.۸.۲

۳ مدل‌بندی سری‌های زمانی با تغییرات رژیم

۶۲ مقدمه	۱.۳
۶۵ زنجیره‌های مارکوف	۲.۳
۶۶ نمایش یک زنجیر مارکوف با یک بردار اتورگرسیو	۱.۲.۳
۶۷ پیش‌گویی در یک زنجیر مارکوف	۲.۲.۳
۶۸ زنجیره‌های مارکوف پنهان	۳.۲.۳
۶۸ زنجیره‌های مارکوف ساده‌شدنی	۴.۲.۳
۶۹ زنجیره‌های مارکوف ارگودیک	۵.۲.۳
۷۳ مطالعه بیشتر در زنجیر مارکوف دو حالتی	۶.۲.۳
۷۵ تحلیل آماری توزیع‌های ترکیبی هم‌توزیع و مستقل	۳.۳
۷۹ استنباط از یک رژیم مشاهده‌نشده	۱.۳.۳
۷۹ برآوردهای ماکسیمم درست‌نمایی و الگوریتم EM	۲.۳.۳
۸۱ سری‌های زمانی با رژیم‌های متغیر	۴.۳
۸۱ توصیف فرآیند	۱.۴.۳
۸۴ استنباط بهینه رژیم‌ها و ارزیابی تابع درست‌نمایی	۲.۴.۳
۸۵ استنتاج معادلات (۴۱.۴.۳) الی (۴۴.۴.۳)	۳.۴.۳
۸۷ آغاز الگوریتم	۴.۴.۳

۸۷	پیش‌بینی‌ها و استنباط‌های هموار از یک رژیم	۵.۴.۳
۸۸	پیش‌گویی متغیرهای مشاهده شده	۶.۴.۳
۸۹	برآورد ماکسیمم درست‌نمایی پارامترها	۷.۴.۳
۹۲	تعیین تعداد وضعیت‌ها	۸.۴.۳
۹۲	مدل‌های رژیم تبدلی SWARCH ARCH	۵.۳
۹۳	مدل تبدلی اتورگرسیو مارکوف ARCH	۱.۵.۳

۴ مدل‌های چندمتغیره GARCH

۹۶	مدل‌های چندمتغیره GARCH	۱.۴
۹۶	مقدمه	۱.۱.۴
۹۸	مروری بر مدل‌ها	۲.۱.۴
۱۱۰	تأثیرات اهرمی در مدل‌های MGARCH	۳.۱.۴
۱۱۱	برآوردیابی	۴.۱.۴
۱۱۶	روش‌های تشخیصی	۵.۱.۴
۱۱۸	مدل‌های رژیم تبدلی برای همبستگی‌های پویا (RSDC)	۲.۴
۱۲۱	رژیم‌های تعویضی برای همبستگی‌ها (RSDC)	۱.۲.۴
۱۲۳	یک مدل صرفه‌جو	۲.۲.۴
۱۲۴	مدل‌های واریانس شرطی تک‌متغیره	۳.۲.۴
۱۲۵	برآوردیابی	۳.۴
۱۲۶	برآوردیابی یک مرحله‌ای	۱.۳.۴
۱۲۸	برآوردیابی دو مرحله‌ای	۲.۳.۴
۱۳۲	مثال کاربردی	۴.۴

۱۳۹

A

۱۴۱

B

۱۴۴

C

I

D واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی

V

E نام‌نامه

XI

مراجع

فصل ۱

مدل‌های واریانس شرطی ناهمگن اتورگرسیو

۱.۱ مقدمه

در مبحث سری‌های زمانی اغلب نوسانات (واریانس شرطی) سری‌ها در دوره‌های زمانی پی‌درپی کاملاً کوچک هستند اما در طولانی مدت این نوسانات قابل ملاحظه به نظر می‌رسند. مدل‌بندی این نوسانات بسیار مطلوب است.

درک تغییرات واریانس و یا واریانس شرطی در بازارهای مالی بسیار مهم است. سرمایه‌گذاران به عنوان پاداش نگه‌داری دارایی‌های پرخطر به بازدهی‌های مورد انتظار بیشتری نیاز دارند. به علاوه، یک سری‌زمانی با واریانس متغیر در زمان مسلماً در اعتبار و کارایی استنباط‌های آماری پارامترها تاثیرگذار است. به همین دلیل مدل‌های واریانس شرطی ناهمگن اتورگرسیو (ARCH) ایجاد شده است.

در این فصل تحت عنوان مدل‌های واریانس شرطی ناهمگن اتورگرسیو، پس از ارائه مفاهیم اساسی، خصوصیات واریانس شرطی بیان می‌شود. در بخش چهارم مدل ARCH اصلی معرفی می‌شود و برخی از خصوصیات آن مورد مطالعه قرار می‌گیرد، سپس در بخش پنجم مدل تعمیم‌یافته ARCH (GARCH) معرفی و برخی از خصوصیات آن بررسی می‌شود.

۲.۱ مفاهیم اساسی

۱.۲.۱ بازدهی دارایی

در اکثر مطالعات مالی به جای قیمت یک دارایی، بازدهی آن مطرح می‌شود. کمپل لو و مک کینلی در سال ۱۹۹۷ دو دلیل اصلی برای استفاده از بازدهی‌ها را مطرح می‌کنند. دلیل نخست آن است که برای سرمایه‌گذاران متوسط، بازدهی یک دارایی خلاصه‌ای کامل و بدون مقیاس از یک فرصت سرمایه‌گذاری است. دوم آنکه به کاربردن سری‌های بازدهی آسان‌تر از سری‌های قیمت است زیرا خصوصیات آماری مطلوبتری دارد. اگرچه تعریف‌های متعددی از بازدهی یک دارایی وجود دارد. (P_i قیمت یک دارایی در زمان t در نظر گرفته می‌شود) در اینجا چند تعریف مختلف بیان می‌شود:

۱.۱.۲.۱ بازدهی ساده یک دوره‌ای

نگه داشت از یک دارایی از زمان $t-1$ تا t به بازدهی ناخالص ساده که با R_t نمایش داده می‌شود منجر می‌شود:

$$1 + R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad \text{یا} \quad P_t = P_{t-1} (1 + R_t) \Rightarrow R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

۲.۱.۲.۱ بازدهی ساده چند دوره‌ای

نگه داشت از یک دارایی از زمان $t-k$ تا t به بازدهی ناخالص ساده k - دوره‌ای منجر می‌شود:

$$\begin{aligned} 1 + R_t[k] &= \frac{P_t}{P_{t-k}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} \times \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \times \dots \times \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}} \\ &= (1 + R_t) \times (1 + R_{t-1}) \times \dots \times (1 + R_{t-k+1}) \\ &= \prod_{j=0}^{k-1} (1 + R_{t-j}) \end{aligned}$$

بنابراین، بازدهی ساده ناخالص k - دوره‌ای عبارتست از حاصلضرب k تا بازدهی ساده ناخالص ۱- دوره‌ای، که به آن بازدهی مرکب گفته می‌شود. بازدهی ساده ناخالص

k - دوره‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R_t[k] = (P_t - P_{t-k})/P_{t-k}$$

بازه زمانی، در مقایسه و بررسی بازدهی‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. (برای مثال می‌توان از عناوینی چون بازدهی سالانه یا بازدهی ماهانه یاد نمود.) اگر بازه زمانی داده نشده باشد، بازه یک ساله در نظر گرفته می‌شود. اگر دارایی برای k سال نگهداری شده باشد آنگاه بازدهی (متوسط) سالیانه شده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\{R_t[k]\} = \left[\prod_{j=0}^{k-1} (1 + R_{t-j}) \right]^{\frac{1}{k}} - 1$$

تعریف بالا میانگین هندسی k بازدهی ناخالص ساده یک- دوره‌ای است و می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود:

$$\{R_t[k]\} = \exp \left[\frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} \ln(1 + R_{t-j}) \right] - 1$$

از آنجا که محاسبه میانگین حسابی به مراتب آسان‌تر از میانگین هندسی است و بازدهی‌های ۱- دوره‌ای به سمت مقادیر کوچکی میل می‌کند می‌توان از بسط تیلور درجه اول برای بدست آوردن تقریبی بازدهی سالیانه استفاده کرد:

$$\{R_t[k]\} \approx \frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} R_{t-j}$$

اگرچه دقت این تعریف در برخی از موارد کافی نیست.

۳.۱.۲.۱ بازدهی مرکب پیوسته

به لگاریتم طبیعی بازدهی ناخالص ساده یک دارایی، بازدهی مرکب پیوسته و یا لگاریتم بازدهی گفته می‌شود:

$$r_t = \ln(1 + R_t) = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = P_t - P_{t-1}$$

در رابطه فوق $P_t = Ln(p_t)$.

بازدهی مرکب پیوسته خصوصیات جالبی دارد. ابتدا بازدهی چند-دوره‌ای را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} r_t[k] &= Ln(1 + R_t[k]) = Ln[(1 + R_t)(1 + R_{t-1}) \dots (1 + R_{t-k+1})] \\ &= Ln(1 + R_t) + Ln(1 + R_{t-1}) + \dots + Ln(1 + R_{t-k+1}) \\ &= r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-k+1} \end{aligned}$$

بنابراین نخستین ویژگی بازدهی مرکب پیوسته آن است که بازدهی چند-دوره‌ای مرکب پیوسته عبارتست از مجموع بازدهی‌های یک دوره‌ای مرکب پیوسته. دومین ویژگی آن است که خصوصیات آماری لگاریتم بازدهی‌ها مهارشدنی تر هستند.

۴.۱.۲.۱ بازدهی مازاد

بازدهی مازاد یک دارایی در زمان t تفاوت بین بازدهی دارایی و بازدهی دارایی مرجع است. دارایی مرجع معمولاً بدون ریسک در نظر گرفته می‌شود. مانند بازدهی اوراق خزانه منتشر شده در آمریکا. بنابراین بازدهی مازاد ساده و لگاریتم بازدهی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$z_t = r_t - r_{ot} \quad \text{و} \quad Z_t = R_t - R_{ot}$$

که r_{ot} و R_{ot} به ترتیب بازدهی ساده و لگاریتم بازدهی دارایی مرجع هستند. یک سرمایه‌گذار اغلب برای سرمایه‌گذاری در یک بازار به خصوص نیاز به اطلاعاتی در زمینه بازدهی سرمایه خود در کوتاه‌مدت دارد. اینکه در بلندمدت چه اتفاقی برای آن سهام به خصوص می‌افتد در واقعیت از اهمیت کمی برخوردار است. مطالعه بازدهی سرمایه می‌تواند شامل بررسی تغییرات (واریانس) این بازدهی باشد و چون دوره زمانی کوتاه‌مدت مدنظر است بنابراین بررسی واریانس شرطی معقول به نظر می‌رسد. بررسی مدل‌های اقتصادی شامل مدل‌بندی واریانس شرطی برای بازدهی سرمایه است.

۲.۲.۱ دور تجاری

تکرار دوره‌های انبساطی (recovery) و انقباضی (recession) در فعالیتهای اقتصادی با تاثیرگذاری بر تورم، رشد و اشتغال. هر دور تجاری از خط پایه محصول ناخالص داخلی امتداد می‌یابد و با طی یک فراز و یک فرود به همان خط پایه برمی‌گردد و به طور متوسط ۲/۵ سال طول می‌کشد، هر چند که در دهه ۹۰ بیش از این به طول انجامید. دور تجاری سوددهی و گردش نقدی را تحت تاثیر قرار می‌دهد و نقش تعیین‌کننده‌ای در سیاست تقسیم سود شرکت‌ها ایفا می‌کند و از عوامل کاهش و افزایش تورم می‌باشد، که این نیز به نوبه خود بر بازده سرمایه‌گذاری تاثیر می‌گذارد.

۳.۲.۱ اختیار معامله

در مالیه، اختیار معامله نوعی قرارداد بین خریدار و فروشنده است که به خریدار حق و نه الزام برای خرید یا فروش یک دارایی به خصوص در روزهای آینده به قیمت توافق شده می‌دهند. جهت واگذاری یک اختیار معامله، فروشنده وجهی را از خریدار (وثیقه) دریافت می‌کند. اختیار معامله خرید این حق را به خریدار می‌دهد تا دارایی مذکور را خریداری کند. اختیار معامله فروش این حق را به خریدار می‌دهد تا دارایی مذکور را بفروشد. اگر خریدار بخواهد از حق خود استفاده کند، فروشنده موظف است دارایی را در قیمت توافق شده بفروشد یا بخرد. ممکن است خرید نخواهد از حق خود استفاده کند و قرارداد منقضی شود.

۴.۲.۱ پوشش ریسک (Hedge)

در مالیه، یک پوشش، موقعیت (خرید یا فروش) تثبیت شده‌ای در یک بازار در تلاش برای تسویه (جبران) محدوده مورد خطر با ریسک قیمتی یک متعهد با موقعیت برابر اما متضاد در یک بازار دیگر است.

۵.۲.۱ پوشش ریسک (Hedging)

یک استراتژی طراحی شده برای حداقل کردن محدوده خطر برای ریسک‌های تجاری مذکور، همزمان با یک انقباض شدید در تقاضا برای موجودی یک کالا است در حالیکه همچنان به تولیدکننده اجازه می‌دهد از تولید و حفظ کالا سود ببرد.

۶.۲.۱ فروش عاریتی، موقعیت فروش استقراضی

فروش اوراق بهاداری که نداریم و به شکل استقراضی گرفته و فروخته‌ایم و امیدواریم در آینده در قیمت پایین‌تر آنرا جایگزین کنیم. در این حالت فروشنده امیدوار است از کاهش قیمت دارایی سود ببرد و برای خرید آن قیمت کمتری نسبت به اکنون که آنرا فروخته است پرداخت نماید.

۷.۲.۱ موقعیت تملک، موقعیت خرید اوراق بهادار

موقعیت خرید اوراق بهادار مانند سهام و یا اوراق قرضه و یا در موقعیت خرید قرار گرفتن به این معنا است که صاحب این موقعیت، مالک اوراق بهادار است و اگر قیمت آن افزایش یابد سود خواهد برد.

۸.۲.۱ نسبت‌های پوشش

برای اختیار معامله‌ها، نسبت پوشش، نسبت میان تغییر قیمت تئوریک یک اختیار معامله و تغییر قیمت یک سهم موردنظر در نقطه مشخص از زمان است. (قیمت تئوریک عبارت است قیمت محاسبه شده‌ای که یک ورق بهادار باید در آن قیمت به فروش برسد. بسته به انتظارات سرمایه‌گذار و نواقص بازار، یک ورق بهادار ممکن است به قیمتی پایین‌تر یا بالاتر از قیمت تئوریک فروخته شود)

برای قابل تعویضی‌ها، درصدی از اوراق قرضه قابل تعویض (به سایر سهام آن شرکت) که نشاندهنده تعداد سهام عادی فروخته شده در مقابل کل سهام است که اوراق قرضه قابل تعویض به آن‌ها است.