دانشگاه یزد
دانشکده برق و کامپیوتر
گروه مخابرات

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی برق مخابرات - سیستم

آشکارساز ترتیبی توزیعی در شبکه‌های رادیوشناختی با ارسال هدفمند به مرکز ادغام

استاد راهنما:

دکتر علی‌اکبر تدین‌تفت

استاد مشاور:

دکتر محمدرضا تابان

دانشجو :

فهیمه السادات میرحسینی ابرندآبادی

شهریور ۱۳۹۳

تقدیم به پدر و مادر بزرگوارم

آن دو فرشته‌ای که از خود گذشتند، سختی‌ها را به جان خریدند و خود را سپر بلای مشکلات و ناملایمات کردند تا من به جایگاهی که اکنون در آن ایستاده‌ام برسم.

سپاس گزاری

شکر و سپاس خدای بزرگ را که تنها امید و یاور در لحظه لحظه زندگیست. . .

تقدیر فراوان از پدر و مادر بسیار عزیز و دلسوزم که پیوسته جرعه نوش جام تعلیم و تربیت، فضیلت و انسانیت آن ها بوده ام و همواره چراغ وجودشان روشنگر راه من در سختی ها و مشکلات بوده است. . .

تشکر و سپاس فراوان از استاد دانشمند و دلسوزم جناب آقای دکتر علی اکبر تدین تفت که از محضر پر فیض تدریسشان، درس زندگی آموختم. . .

همراهی و راهنمایی های بی دریغ جناب آقای دکتر محمدرضا تابان به عنوان استاد مشاور این پژوهش، درخور تقدیر و تشکر است.

از اساتید بزرگوار سرکار خانم دکتر زلفا نیک پور یزدی و جناب آقای دکتر علی دولتی که داوری این پایان نامه را عهده دار شدند، سپاس گزارم.

چکیده

آشکارساز ترتیبی بدلیل کاهش تاخیر در تصمیم‌گیری، انتخابی مناسب برای سیستم‌های رادیوشناختی خواهدبود. بر این مبنا، در این پایان‌نامه به بررسی این آشکارساز و نحوه طراحی آن در سناریوهای متنوع مسائل آزمون فرضیه می‌پردازیم. خواهیم‌دید که تحقق این آشکارساز با تعیین مقادیر قیود خطا بعنوان ورودی آشکارساز و تشکیل نسبت درست‌نمایی به‌ازای دریافت هر مشاهده و استفاده از قاعده تصمیم‌گیری مناسب، ممکن می‌گردد. درحقیقت آشکارساز ترتیبی، آشکارسازی است که در آن تعداد نمونه مورد نیاز برای ارضای قیود خطا، یک متغیر تصادفی است؛ لذا باید در قاعده تصمیم‌گیری این دسته از آشکارسازها، هم زمان توقف و هم تصمیم‌گیری نهایی لحاظ گردد. در قضیه‌ای نشان داده‌شده‌است که بین تمام آزمون‌های با توان یکسان برای یک مسئله آزمون فرضیه ساده، آزمون حاصل از نسبت درست‌نمایی ترتیبی یعنی Sequential Probability Ratio Test (SPRT) دارای کمترین متوسط تعداد نمونه است. در ادامه به بررسی نحوه تحقق آشکارساز ترتیبی برای آزمون فرضیه مرکب می‌پردازیم و خواهیم دید که طراحی به‌سادگی آشکارساز Fixed Sample Size (FSS) (که برمبنای لم نیمن-پیرسون با هدف بیشینه‌کردن توان به‌ازای یک مقدار حداکثر پذیرفته‌شده برای احتمال هشدار کاذب و تعداد ثابتی نمونه شکل می‌گیرد) نخواهدبود و بنابراین به تبیین روش‌های موجود برای این دسته از مسائل می‌پردازیم. ابتدا دو روش عمده Wald و Generalized Likelihood Ratio (GLR) را برای طراحی آشکارساز ترتیبی در مسائل یک‌طرفه بطور مفصل، بیان خواهیم کرد. در ادامه با معرفی "تابع وزن بهینه"، طراحی آشکارساز ترتیبی برای مسائل دوطرفه نیز تسهیل می‌گردد و از آنجایی که گاه در طراحی‌ها با محاسبات پیچیده ریاضی روبرو می‌شویم، توسل به تقریب‌های موجود به ما مدد خواهند رساند. بعد از بررسی و تحقیقات گسترده و با بهره‌گیری از روش‌های موجود، به طراحی آشکارساز ترتیبی در سناریوهای واقعی برای پویش طیف پرداخته و عملکرد آن‌ها را با هم و با آشکارساز FSS مقایسه می‌کنیم و با ذکر نتایج و ارائه پیشنهادات، پایان‌نامه را خاتمه می‌دهیم.

کلمات کلیدی: آشکارساز ترتیبی، آشکارساز FSS، SPRT، متوسط تعداد نمونه.

فهرست مطالب

فهرست مطالب آ

لیست تصاویر ث

۱ مقدمه ۱
۱.۱ معرفی ۱
۲.۱ ساختار پایان‌نامه ۴

۲ معرفی آشکارساز ترتیبی ۵
۱.۲ مبانی آشکارساز ترتیبی ۵
۲.۲ اصول انتخاب آشکارساز ترتیبی ۶
۱.۲.۲ میزان اولویت پذیرش یا رد فرضیه $\mathcal{H}_0$ بر حسب بردار پارامتر $\boldsymbol{\theta}$ . . . ۷
۲.۲.۲ تابع مشخصه عملکرد ۹
۳.۲.۲ تابع متوسط تعداد نمونه ۱۰
۳.۲ کارایی یک آشکارساز ترتیبی ۱۲
۴.۲ طراحی SPRT برای مسائل آزمون فرضیه ساده ۱۳
۱.۴.۲ ویژگی SPRT ۱۵
۲.۴.۲ SPRT با معیار بیز ۱۶
۵.۲ طراحی SPRT برای چند مسئله ۱۸
۱.۵.۲ طراحی SPRT در مسئله آزمون فرضیه دومقداری برای تشخیص سیگنال ثابت در حضور نویز سفید گوسی با واریانس معلوم ۱۹
۲.۵.۲ طراحی SPRT در مسئله پویش طیف برای آشکارسازی سیگنال پریودیک در کانالی با بهره معلوم در نویز سفید گوسی جمع‌شونده با واریانس معلوم ۲۱
۳.۵.۲ طراحی SPRT در مسئله پویش طیف برای آشکارسازی یک سیگنال تصادفی گوسی با واریانس معلوم در نویز سفید گوسی جمع‌شونده با واریانس معلوم ۲۳
۶.۲ جمع‌بندی ۲۶

۳ طراحی آشکارساز ترتیبی برای مسائل آزمون فرضیه مرکب یک‌طرفه ۲۷
۱.۳ طراحی آشکارساز ترتیبی برای تشخیص فرضیه ساده از فرضیه یک‌طرفه مرکب با یک پارامتر مجهول ۲۷
۱.۱.۳ روش Wald ۲۸
۲.۱.۳ روش GLR ۲۹
۲.۳ طراحی آشکارساز ترتیبی برای آزمون فرضیه مرکب یک‌طرفه ۳۰
۱.۲.۳ روش Wald برای مسئله با یک پارامتر مجهول ۳۰
۲.۲.۳ روش GLR برای مسئله با یک یا چند پارامترمجهول ۳۱
۳.۲.۳ روش $2-$SPRT وفقی ۴۲
۳.۳ طراحی آشکارساز ترتیبی در سیستم‌های رادیوشناختی با استفاده از روش‌های مذکور ۴۷

۱.۳.۳ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله پویش طیف برای آشکارسازی سیگنال پریودیک در کانالی با بهره مجهول در حضور نویز سفید گوسی با واریانس معلوم ۴۷
۲.۳.۳ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله پویش طیف برای آشکارسازی یک سیگنال تصادفی گوسی با واریانس مجهول درحضور نویز سفید گوسی با واریانس مجهول ۵۰
۳.۳.۳ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله پویش طیف برای آشکارسازی سیگنال یقینی در کانالی با بهره مجهول درحضور نویز سفید گوسی با واریانس مجهول ۵۸
۴.۳.۳ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله آزمون فرضیه دومقداری برای تشخیص واریانس با میانگین مجهول ۶۰
۴.۳ جمع‌بندی ۶۴

۴ طراحی آشکارساز ترتیبی برای مسائل آزمون فرضیه مرکب دوطرفه ۶۷
۱.۴ طراحی آشکارساز ترتیبی برای تشخیص فرضیه ساده از فرضیه دوطرفه مرکب با استفاده از روش تابع وزن ۶۷
۲.۴ طراحی آشکارساز ترتیبی برای آزمون فرضیه مرکب دوطرفه درحالت کلی با استفاده از روش تابع وزن ۷۱
۳.۴ طراحی آشکارساز ترتیبی با استفاده از روش تابع وزن برای چند مسئله ۷۵
۱.۳.۴ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله آزمون فرضیه دومقداری برای تشخیص میانگین در حضور نویز سفید گوسی با واریانس معلوم ۷۵
۲.۳.۴ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله پویش طیف برای تشخیص سیگنال معلوم در کانالی با فیدینگ مجهول در حضور نویز سفید گوسی با واریانس معلوم ۷۹
۳.۳.۴ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله آزمون فرضیه دومقداری یک‌طرفه برای تشخیص میانگین در حضور نویز سفید گوسی با پارامتر مزاحم واریانس . ۸۱
۴.۳.۴ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله آزمون فرضیه دومقداری برای تشخیص میانگین در حضور نویز سفید گوسی با واریانس مجهول ۸۶
۵.۳.۴ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله پویش طیف برای آشکارسازی یک سیگنال PSK مجهول در کانالی با فیدینگ مجهول در حضور نویز سفید گوسی با واریانس معلوم ۹۰
۶.۳.۴ طراحی آشکارساز ترتیبی در مسئله پویش طیف برای آشکارسازی یک سیگنال PSK مجهول در کانالی با فیدینگ مجهول در حضور نویز سفید گوسی با واریانس مجهول ۹۳
۴.۴ جمع‌بندی ۹۶

۵ نتایج و پیشنهادات ۹۷

آ استخراج رابطه (۱۵.۲) ۱۰۱

ب استخراج رابطه (۱۶.۲) ۱۰۳

پ استخراج رابطه (۱۷.۲) ۱۰۵

ت استخراج رابطه (۳۹.۲) ۱۰۷

ث اثبات قضیه (۱.۲.۳) ۱۰۹

ج اثبات لم ۲.۲.۳ ۱۱۱

چ اثبات قضیه ۳.۲.۳ ۱۱۳
ح استخراج روابط (۳۰.۳)، (۳۱.۳)، (۳۲.۳) و (۳۳.۳) ۱۱۵
خ بررسی بهینگی تابع وزن انتخابی برای مسئله ۱.۳.۴ ۱۱۷
د بررسی بهینگی تابع وزن انتخابی برای مسئله ۴.۳.۴ ۱۲۱
ذ بررسی بهینگی تابع وزن انتخابی برای مسئله ۳.۳.۴ ۱۲۳
کتاب‌نامه ۱۲۵

لیست تصاویر

۱.۲ نمایش تقسیم‌بندی سه‌گانه فضای پارامترها برای مثال مذکور[۱۴] ۹
۲.۲ مثالی از نمایش تابع OC در حالت ایده‌آل برای مسئله (۷.۲)[۴] ۱۰
۳.۲ مثالی از نمایش تابع OC برای مسئله (۷.۲) ۱۱
۴.۲ ریسک بیز برای آشکارساز ترتیبی[۷] ۱۷
۵.۲ نمودار مقایسه ASN برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت هر دو فرضیه برای مسئله ۱.۵.۲ . . ۲۱
۶.۲ نمودار مقایسه ASN برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت هر دو فرضیه برای مسئله ۲.۵.۲ . . ۲۴
۷.۲ نمودار مقایسه ASN برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت هر دو فرضیه برای مسئله ۳.۵.۲ . . ۲۶

۱.۳ نمودار مقایسه ASN برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت فرضیه $\mathcal{H}_1$ برای مسئله ۱.۳.۳، دو نمودار GLR-1 و Wald-1 مقادیر پارامترها را برای سناریوی اول و دو نمودار GLR-2 و Wald-2 مقادیر پارامترها را برای سناریوی دوم نمایش می‌دهند. ۵۰
۲.۳ نمودار مقایسه ASN برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت فرضیه $\mathcal{H}_0$ برای مسئله ۱.۳.۳ . . . ۵۱
۳.۳ نمودار مقایسه ASN برحسب میانگین مجهول تحت فرضیه $\mathcal{H}_1$ برای مسئله ۱.۳.۳ . . . . . ۵۲
۴.۳ نمودار مقایسه ASN برحسب میانگین مجهول تحت فرضیه $\mathcal{H}_1$ برای مسئله ۱.۳.۳ . . . . . ۵۳
۵.۳ نمودار مقایسه ASN برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت فرضیه $\mathcal{H}_1$ برای مسئله ۲.۳.۳، دو نمودار GLR-1 و Wald-1 مقادیر پارامترها را برای سناریوی اول و دو نمودار GLR-2 و Wald-2 مقادیر پارامترها را برای سناریوی دوم نمایش می‌دهند. ۵۴
۶.۳ نمودار مقایسه ASN برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت فرضیه $\mathcal{H}_0$ برای مسئله ۲.۳.۳، دو نمودار GLR-1 و Wald-1 مقادیر پارامترها را برای سناریوی اول و دو نمودار GLR-2 و Wald-2 مقادیر پارامترها را برای سناریوی دوم نمایش می‌دهند. ۵۵
۷.۳ نمودار مقایسه ASN برحسب واریانس مجهول تحت فرضیه $\mathcal{H}_1$ برای مسئله ۲.۳.۳ . . . . . ۵۶
۸.۳ نمودار مقایسه ASN برحسب واریانس مجهول تحت فرضیه $\mathcal{H}_0$ برای مسئله ۲.۳.۳ . . . . . ۵۷
۹.۳ مقایسه ASN برای آشکارساز ترتیبی و آشکارساز FSS برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت هر دو فرضیه برای مسئله ۳.۳.۳ . . . . . ۶۰
۱۰.۳ مقایسه ASN برای آشکارساز ترتیبی و آشکارساز FSS برای سناریوهای مختلف برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت فرضیه $\mathcal{H}_1$ برای مسئله ۳.۳.۳ . . . . . ۶۱
۱۱.۳ مقایسه ASN برای آشکارساز ترتیبی و آشکارساز FSS برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت هر دو فرض در سناریوی ۱ برای مسئله ۴.۳.۳ . . . . . ۶۴
۱۲.۳ مقایسه ASN برای آشکارساز ترتیبی و آشکارساز FSS برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت هر دو فرضیه در سناریوی ۲ برای مسئله ۴.۳.۳ . . . . . ۶۵

۱.۴ مقایسه ASN برای آشکارساز ترتیبی و آشکارساز FSS برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت هر دو فرض برای مسئله ۱.۳.۴ . . . . . ۷۸
۲.۴ مقایسه ASN برای آشکارساز ترتیبی و آشکارساز FSS برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت هر دو فرض برای مسئله ۲.۳.۴ . . . . . ۸۱
۳.۴ مقایسه ASN برای آشکارساز ترتیبی و آشکارساز FSS برحسب قیود خطای $\alpha = \beta$ تحت هر دو فرض برای مسئله ۵.۳.۴ . . . . . ۹۳

فصل ۱

مقدمه

۱.۱ معرفی

کاهش طیف فرکانسی با توجه به محدودیت منبع آن، با گسترش تکنولوژی و رشد روزافزون سرویسهای مخابراتی بی‌سیم، به یک مشکل جدی تبدیل شده‌است. این مسئله متخصصان را بر آن داشت تا برای حل مشکل چاره‌ای بیندیشند که نتیجه بررسی و تحقیقات آنها به این حقیقت تبدیل شد که تنها محدوده کوچکی از باندهای فرکانسی اختصاص‌داده‌شده به کاربران، بطور دائم مور استفاده قرار می‌گیرند و محدوده زیادی از آنها در بیشتر مواقع بلااستفاده می‌مانند. درواقع آنها متوجه شدند که تخصیص استاتیک[۱] باندهای فرکانسی موجود به کاربران (که با عنوان کاربران اولیه[۲] می‌شناسیم)، منجر به استفاده غیرکارآمد از آنها می‌گردد که این مسئله و همچنین محدودیت طیف فرکانسی موجود، منجر به ارائه ایده "سیستم‌های رادیوشناختی[۳]" توسط Mitola در سال ۱۹۹۹ شد[۱]. سیستم‌هایی که با تخصیص دینامیکی[۴] باندهای فرکانسی، امکان استفاده موثر از آن را فراهم می‌کنند. بعبارت‌دیگر در این سیستم‌ها اجازه استفاده از باندهای فرکانسی به کاربران ثانویه [۵] در زمانها و مکانهایی که توسط کاربران اولیه مورد استفاده قرار نمی‌گیرند؛ داده‌می‌شود که نتیجه آن افزایش کارایی طیف فرکانسی در زمانها و مکانهای مختلف است.

اما درحالیکه می‌دانیم استفاده از این باندها در زمانهایی که توسط کاربران اولیه مورداستفاده‌اند، موجب

---

[۱] Static Allocation

[۲] Primary Users
کاربران اولیه همان کاربرانی هستند که باند فرکانسی برای آنها تجویز شده‌است.

[۳] Cognitive Radio

[۴] Dynamic Allocation

[۵] Secondary Users
کاربران ثانویه همان کاربرانی هستند که از باند فرکانسی مجوزداده‌شده به کاربران اولیه به‌شرط عدم ایجاد تداخل در آن استفاده می‌کنند.

تداخل و عدم رضایت کاربران می‌گردد، این سوال مطرح می‌شود که باندهای خالی چگونه کشف شوند و مورد استفاده کاربران ثانویه قرار گیرند؟ درحقیقت آشکارسازی مطمئن برای تشخیص حضور یا عدم حضور سیگنال کاربر اولیه یا بعبارتی پویش طیف[۶]، یکی از مسائل مهم در این سیستمهاست[۲].

آشکارسازهای موجود به دو دسته کلیFSS[۷] و ترتیبی[۸] تقسیم‌بندی می‌شوند. در این آشکارسازها، عموما آزمون فرضیه دومقداری[۹] شکل می‌گیرد که فرضیه‌ها به حضور یا عدم حضور سیگنال اشاره دارند و شرایط و ضوابط تفکیک بین دو فرضیه منوط به نوع آشکارساز است. مطلوب در آشکارسازهای FSS (که بر مبنای لم نیمن-پیرسون [۱۰] طراحی می‌گردند) بیشینه‌کردن توان[۱۱] P_d (احتمال تصمیم‌گیری به حضور سیگنال وقتی فرضیه درست نیز همین است) براساس تعداد ثابتی مشاهده (N_f)، در یک مقدار حداکثر پذیرفته‌شده برای احتمال هشدار کاذب[۱۲] (α) (احتمال تصمیم‌گیری به حضور سیگنال وقتی فرضیه درست به عدم حضور سیگنال اشاره دارد) است که تحقق آن با تشکیل نسبت درست‌نمایی[۱۳] حاصل از توابع چگالی احتمال دو فرضیه بعد از دریافت تعداد ثابت N_f مشاهده و مقایسه با سطح آستانه‌ای که وابسته به α است، تسهیل می‌گردد[۳] و دقت شود که توجیه انتخاب نام FSS برای این آشکارساز نیز با عنایت به ثابت‌بودن تعداد مشاهدات آن انجام می‌شود.

حال اگر علاوه‌بر مقدار حداکثر احتمال هشدار کاذب، بجای تعداد مشاهدات، حداقل توان آزمون ($1-\beta$) را بعنوان ورودی آشکارساز قرار دهیم چه خواهدشد؟ درحقیقت فلسفه آشکارساز ترتیبی از همین ایده منشا می‌گیرد که توسط Wald در سال ۱۹۴۵ بیان شد[۴]. او با تعیین حداقل توان و حداکثر احتمال هشدار کاذب بعنوان ورودی آشکارساز، به آشکارسازی دست یافت که تعداد مشاهدات آن یک متغیر تصادفی بود. درواقع در یک آشکارساز ترتیبی، آشکارسازی بصورت نمونه‌به‌نمونه انجام می‌گیرد که بعد از دریافت هر مشاهده قاعده تصمیم‌گیری به‌روز می‌شود و در صورت محقق نشدن عملکرد مطلوب برای آشکارساز، عمل دریافت نمونه بعد، ادامه می‌یابد. بنابراین می‌توان گفت در این آشکارساز، برخلاف قبل، قاعده تصمیم‌گیری

---

[۶] Spectrum Sensing
[۷] Fixed Sample Size Detector
[۸] Sequential Detector
[۹] Binary Hypothesis Test
[۱۰] Neyman-Pearson
[۱۱] Probability Detection
[۱۲] False Alarm Probability
[۱۳] Likelihood Ratio

شامل دو قسمت "قاعده توقف[۱۴] " و "قاعده تصمیم‌گیری نهایی[۱۵]" می‌باشد[۵]. پس می‌توان با انتخاب زمان توقف بهینه، تعداد نمونه را نیز بنحو مناسب برای تحقق عملکرد مورد نظر اختیار کرد یا بعبارتی از افزایش بی‌مورد تعداد مشاهدات جلوگیری نمود که نتیجه آن کاهش تاخیر در تصمیم‌گیری است. این همان هدف مهمی است که با استفاده از آشکارساز ترتیبی بوقوع می‌پیوندد؛ حال آنکه در یک آشکارساز FSS به دلیل ثابت بودن تعداد نمونه، کاهش تاخیر با مفهوم فوق، دور از انتظار است.

با توجه به متغیربودن تعداد مشاهدات آشکارساز ترتیبی، برای بررسی عملکرد آشکارساز ترتیبی و مقایسه با آشکارساز FSS از تابع ASN[۱۶] (ASN) بعنوان مشخصه این آشکارساز بهره می‌جویند (که در آتی مفصل بحث خواهدشد) و انتظار می‌رود که با توجه به ترتیبی‌بودن دریافت مشاهدات، ASN مورد نیاز با هدف ارضای قیود خطای α و β به مراتب کمتر از تعداد مشاهدات دریافتی لازم آشکارساز FSS برای ارضای همان قیود خطا باشد. در [۶] اثبات شده‌است که در بین تمام آزمون‌های ممکن با توان یکسان برای یک آزمون فرضیه دومقداری ساده[۱۷]، آزمون ترتیبی بر مبنای نسبت درست‌نمایی[۱۸] یعنی SPRT دارای ASN حداقل است. در فصل دوم، نشان دادیم که در آشکارسازی سیگنال ثابت در حضور نویز گوسی به ازای قیود خطای کوچک، ASN مورد نیاز برای تصمیم‌گیری در آشکارساز ترتیبی، $\frac{1}{4}$ برابر تعداد نمونه مورد استفاده در آشکارساز FSS است[۷].

می‌دانیم که پویش طیف در سیستم‌های رادیوشناختی باید حتی‌الامکان در کمترین زمان ممکن انجام گیرد تا از تداخل بین کاربران اولیه و ثانویه جلوگیری به عمل آید. حال با عنایت به مسئله کلیدی‌بودن زمان در این سیستم‌ها، به‌نظر می‌رسد که گزینش آشکارساز ترتیبی به‌منظور پویش طیف یک انتخاب مناسب باشد. از طرف دیگر به‌منظور افزایش اطمینان از تصمیم صحیح، پویش طیف چندکاربره نسبت به تک‌کاربره ارجحیت می‌یابد[۹، ۸]. در پویش طیف چندکاربره که با عنوان پویش طیف مشارکتی[۱۹] مشهور است، چند کاربر ثانویه بطور هماهنگ به آشکارسازی سیگنال کاربر اولیه می‌پردازند و تصمیم‌گیری نهایی مبنی بر حضور یا عدم حضور سیگنال کاربر اولیه، با ادغام آماره‌های تمام کاربران در یک مرکز ادغام[۲۰]

[۱۴] Stopping Rule
[۱۵] Terminal Decision Rule
[۱۶] Average Sample Number
[۱۷] Simple Binary Hypothesis Test
[۱۸] این آزمون را با عنوان Sequential Probability Ratio Test (SPRT) شناخته و در ادامه مفصل درموردش صحبت خواهیم‌کرد.
[۱۹] Cooperative Spectrum Sensing
[۲۰] Fusion Center

اتخاذ می‌گردد. حال آنکه در سناریوی تک‌کاربره، تنها یک کاربر ثانویه پویش طیف را به عهده دارد و تصمیم‌گیری نیز توسط همان کاربر گرفته‌می‌شود. می‌توان سناریوهای متنوعی را برای پویش طیف ترتیبی و مشارکتی بیان کرد[۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳] که این پایان‌نامه از یکی از آنها بهره جسته‌است که در فصل‌های آتی بیان خواهدشد.

۲.۱ ساختار پایان‌نامه

در فصل دوم، نخست مبانی یک آشکارساز ترتیبی را بیان می‌کنیم و نحوه طراحی آن را با توجه به شرایط و ضوابط تعریف‌شده شرح می‌دهیم. در انتهای فصل با ارائه چند مسئله که اغلب به پویش طیف در سیستم‌های رادیوشناختی اختصاص دارند، برای بررسی عملکرد این آشکارساز و مقایسه آن با آشکارسازهای دیگر بسنده می‌کنیم. با توجه به نامعلوم‌بودن پارامترهای یک مسئله آزمون فرضیه در شرایط عملی، در فصل دوم به بیان چگونگی طراحی آشکارساز ترتیبی برای آزمون فرضیه دومقداری مرکب یک‌طرفه[۲۱] می‌پردازیم و روش‌های تحقق آشکارساز ترتیبی را در این سناریوها بیان می‌کنیم. در انتهای فصل نیز، با طراحی آشکارساز ترتیبی در مسائل مختلف که پویش طیف را مدل می‌کنند، عملکرد روش‌های مذکور را باهم مقایسه می‌نماییم. اما چگونگی طراحی آشکارساز ترتیبی برای مسائل آزمون فرضیه دومقداری مرکب دوطرفه[۲۲] را در فصل سوم مورد بررسی و در مسائلی مورد استفاده قرار می‌دهیم. دقت شود که روش مورد استفاده در این فصل برای مسائل آزمون فرضیه یک‌طرفه با پارامتر مزاحم[۲۳] نیز قابل استفاده است که در مسئله‌ای آن را نمایش داده و درنهایت، در فصل پنجم به جمع‌بندی و ارائه پیشنهاداتی برای تحقق آشکارساز ترتیبی می‌پردازیم.

[۲۱] One-sided Composite Binary Hypothesis Test
[۲۲] Two-sided Composite Binary Hypothesis Test
[۲۳] Nuisance Parameter

فصل ۲

معرفی آشکارساز ترتیبی

۱.۲ مبانی آشکارساز ترتیبی

همانطور که قبلا اشاره کردیم، تعداد نمونه برای آشکارسازهای FSS از قبل تعیین شده‌است و آشکارساز بعد از دریافت تمام نمونه‌ها اقدام به آشکارسازی می‌کند که این عمل منجر به افزایش تاخیر و درنتیجه هزینه می‌گردد. همین مسئله منجر به ارائه ایده آشکارساز ترتیبی شد. این آشکارساز به‌محض دریافت نمونه اقدام به تصمیم‌گیری براساس نمونه‌های موجود می‌کند و اگر تصمیم اتخاذشده، مطلوب نباشد، دریافت نمونه بعد ادامه می‌یابد. با این ایده، می‌توان انتظار داشت که تاخیر و هزینه موجود در آشکارسازهای FSS بهبود یابد.

فرض می‌کنیم که دنباله متغیرهای تصادفی $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \cdots)^T$ مشاهدات موجود برای تصمیم‌گیری در یک مسئله آزمون فرضیه دومقداری باشد که $\mathbf{x}_n, n = 1, 2, \cdots$ معرف نمونه دریافتی در زمان nام بوده و روی فضای نمونه[۱] χ_n تعریف شده‌است. بنابراین فضای نمونه دنباله مشاهدات $\mathbf{X}$ بصورت $\chi_1 \times \chi_2 \cdots$ ملاحظه می‌شود. حال با تامل در مقدمات می‌توان دریافت که قاعده تصمیم‌گیری در یک آشکارساز ترتیبی از دو جزء تشکیل شده‌است[۵]:

الف) قاعده توقف $\boldsymbol{\varphi}$ که شامل دنباله توابع $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{X}) = (\varphi_0, \varphi_1(\mathbf{x}_1), \varphi_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \cdots)$ است که هر تابع روی فضای نمونه تعریف می‌شود. تابع φ_0 احتمال توقف بدون دریافت هیچ نمونه و تابع $\varphi_N(\mathbf{x}_1, \cdots, \mathbf{x}_N)$ مبین احتمال توقف نمونه‌برداری، بعد از دریافت N نمونه است. بنابراین داریم: $0 \leq \varphi_N \leq 1, \forall N$. حال اگر N_s را زمان توقف نمونه‌برداری تعریف نماییم، داریم:

[۱] Sample Space

$$N_{\mathrm{s}} = \min\{\, N |\, \varphi_N(\mathbf{x}_1,\ \cdots,\ \mathbf{x}_N) = 1\},$$

که خود یک متغیر تصادفی است؛ چراکه با توجه به رابطه فوق به دنباله مشاهدات تصادفی وابسته است[۷].

ب) قاعده تصمیم‌گیری نهایی $\boldsymbol{\delta}$ که شامل توابع $\boldsymbol{\delta}(\mathbf{X}) = (\delta_0, \delta_1(\mathbf{x}_1), \delta_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2),\ \cdots)$ است. درحقیقت اگر قاعده توقف در یک آشکارساز ترتیبی، بعد از دریافت N_{s} مشاهده، پایان نمونه‌برداری را اعلام نماید، براساس قاعده تصمیم‌گیری $\delta_{N_{\mathrm{s}}}(\mathbf{x}_1, \cdots, \mathbf{x}_{N_{\mathrm{s}}})$ تصمیم نهایی گرفته‌می‌شود. ضمنا δ_0 قاعده تصمیم‌گیری بدون دریافت هیچ نمونه است. بعبارت‌دیگر، این قاعده به ما می‌گوید که چه تصمیمی را با توجه به نمونه‌های دریافتی تا زمان تعیین‌شده از طریق قاعده توقف، اتخاذ نماییم و ضمنا از ارضای قیود خطای مطلوب نیز مطمئن باشیم.

درحقیقت، این دو قاعده با هدف ارضای قیود خطای موردنظر تعیین می‌گردند که در ادامه بطور مفصل بحث خواهدشد. بنابراین قاعده تصمیم‌گیری برای یک آشکارساز ترتیبی با $d = (\varphi_{N_{\mathrm{s}}}, \delta_{N_{\mathrm{s}}})$ بیان می‌گردد و مبین این است که آشکارساز بعد از دریافت N_{s} نمونه، متوقف شده و براساس این N_{s} مشاهده با قاعده $\delta_{N_{\mathrm{s}}}$ یکی از دو فرضیه را بعنوان تصمیم نهایی اختیار می‌کند. اما در آشکارساز FSS ، قاعده تصمیم‌گیری تنها یک جزء دارد و آن تصمیم نهایی است که با توجه به تعداد نمونه ازپیش‌تعیین‌شده N_{f} گرفته‌می‌شود؛ بنابراین داریم $d = \delta_{N_{\mathrm{f}}}$ که براساس لم نیمن-پیرسون، با مقایسه آماره $T(\mathbf{x})$ حاصل از نسبت درست‌نمایی بین دو فرضیه با سطح آستانه η (که با توجه به مقدار مطلوب α قابل حصول است) بدست می‌آید؛ یعنی:

$$d = \begin{cases} 1 : T(\mathbf{x}) > \eta, \\ 0 : T(\mathbf{x}) < \eta, \end{cases} \qquad (۱.۲)$$

که $d = 1$ مبین پذیرش $\mathcal{H}_1$ و $d = 0$ مبین پذیرش $\mathcal{H}_0$ است. درحقیقت، خروجی این آشکارساز تصمیمی است که توانی وابسته به N_{f} و α دارد[۳].

۲.۲ اصول انتخاب آشکارساز ترتیبی

مسئله آزمون فرضیه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\theta} \in \Omega, \\ \mathcal{H}_1 : \boldsymbol{\theta} \in \bar{\Omega}, \end{cases} \qquad (۲.۲)$$

که $\bar{\Omega}$ فضای مکمل Ω است. قصد داریم با طراحی یک آشکارساز ترتیبی با کمترین متوسط تعداد نمونه، یکی از دو فرضیه $\mathcal{H}_0$ یا $\mathcal{H}_1$ را بعنوان تصمیم نهایی، اعلام نماییم. نیل به هدف، منوط به اعمال شرایط و

ضوابطی می‌باشد که در ذیل به تفصیل شرح داده‌شده‌است[۱۴]:

۱.۲.۲ میزان اولویت پذیرش یا رد فرضیه $\mathcal{H}_0$ بر حسب بردار پارامتر $\boldsymbol{\theta}$

برای طراحی یک آشکارساز ترتیبی ابتدا باید وابستگی تصمیم صحیح را به پارامتر مجهول تعیین نماییم. مسئله به ما می‌گوید که برای $\boldsymbol{\theta} \in \Omega$ فرض $\mathcal{H}_0$ دارای اولویت انتخاب بالاتری است و برای $\boldsymbol{\theta} \in \bar{\Omega}$ فرض $\mathcal{H}_1$. اما در یک آشکارساز ترتیبی باید میزان این اولویت نیز برحسب پارامتر مجهول تعیین گردد. بعبارتی دیگر، برای $\boldsymbol{\theta} \in \Omega$ در مقادیر نزدیک مرز Ω و $\bar{\Omega}$، اولویت انتخاب فرضیه $\mathcal{H}_0$ از سایر مقادیر $\boldsymbol{\theta} \in \Omega$ کمتر است. به‌همین‌ترتیب، برای $\boldsymbol{\theta} \in \bar{\Omega}$ و نزدیک مرز نیز اولویت انتخاب فرضیه $\mathcal{H}_1$ از سایر مقادیر $\boldsymbol{\theta} \in \bar{\Omega}$ کمتر است و تصمیم اشتباه در این نواحی نزدیک به مرز، زیانی به‌بار نخواهد آورد. ضمنا اگر پارامتر مجهول دقیقا روی مرز قرار گرفته باشد، تصمیم‌گیری به هر کدام از دو فرضیه از اهمیتی برخوردار نیست. بعبارتی دیگر، می‌توان گفت که با دور شدن از مرز دو فرضیه و توجه به ناحیه‌ای که پارامتر مجهول در آن قرار گرفته‌است، اولویت پذیرش و یا رد فرضیه پوچ افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان اینگونه بیان نمود که تعیین میزان اولویت پذیرش یا رد فرضیه پوچ منجر به تقسیم‌بندی فضای پارامتر مجهول به سه ناحیه مجزا می‌گردد:

- ناحیه‌ای شامل مقادیر پارامتر مجهول مشمول در Ω که فرضیه $\mathcal{H}_0$ قویا پذیرش می‌شود و خطای ناشی از تصمیم اشتباه از لحاظ عملی قابل چشم‌پوشی نیست[۲].
- ناحیه‌ای شامل مقادیر پارامتر مجهول مشمول در $\bar{\Omega}$ که فرضیه $\mathcal{H}_0$ قویا رد می‌شود و خطای ناشی از تصمیم اشتباه از لحاظ عملی قابل چشم‌پوشی نیست[۳].
- ناحیه‌ای شامل مقادیر پارامتر مجهول مشمول در Ω و $\bar{\Omega}$ که تصمیم‌گیری به هرکدام از دو فرضیه از اولویت بالایی برخوردار نیست و خطای ناشی از تصمیم اشتباه از لحاظ عملی حائز اهمیت نیست[۴].

تقسیم‌بندی سه‌گانه فوق‌الذکر، اولین اصل یک آشکارساز ترتیبی است که با توجه به ملاحظات عملی مربوط به نتایج ناشی از تصمیم اشتباه بدست می‌آید؛ یعنی تعیین مرز همسایگی توسط طراح تعیین

[۲] Zone of Preference for Acceptance (AZ)
[۳] Zone of Preference for Rejection (RZ)
[۴] Indifference Zone (IZ)

می‌گردد. اگر بخواهیم دقیقتر بیان کنیم باید تابع زیان[۵] را معرفی نماییم. با فرض برقراری $\mathcal{H}_j$، زیان ناشی از تصمیم‌گیری به $\mathcal{H}_i$ را $C_{i,j}(\boldsymbol{\theta})$ درنظر می‌گیریم که با توجه به توضیحات فوق بصورت زیر قابل بیان هستند:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta} \in \mathrm{AZ} : C_{0,0}(\boldsymbol{\theta}) = 0, C_{1,0}(\boldsymbol{\theta}) > 0, \\ \boldsymbol{\theta} \in \mathrm{RZ} : C_{0,1}(\boldsymbol{\theta}) > 0, C_{1,1}(\boldsymbol{\theta}) = 0, \\ \boldsymbol{\theta} \in \mathrm{IZ} : C_{0,1}(\boldsymbol{\theta}) = 0, C_{1,0}(\boldsymbol{\theta}) = 0. \end{cases} \tag{۳.۲}$$

همانطور که رابطه فوق نشان می‌دهد، تصمیم‌گیری برای مقادیری از پارامتر مجهول که در همسایگی دو فضای Ω و $\bar{\Omega}$، (که از این پس با نماد IZ نشان می‌دهیم) قرار دارد، حائز اهمیت نیست یا معادلا دارای زیان صفر است. قابل ذکر است که تابع زیان را می‌توان بصورت پیوسته نیز بیان نمود؛ اما در بیشتر موارد استفاده از این فرم پله‌ای که ناشی از تقسیم‌بندی سه‌گانه فضای پارامترهای مجهول است کفایت می‌کند.

به‌منظور تسهیل فهم مطالب به بیان یک مثال بسنده می‌کنیم. فرض می‌کنیم که متغیر تصادفی $\mathbf{x}$ نماینده مقاومت[۶] یک کالا در برابر فشار باشد؛ بطوریکه $\mathbf{x} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ و سطح آستانه L مبنایی برای پذیرش کالا بصورت زیر باشد:

رد کالا اگر $P(\mathbf{x} \leq L) \geq 0.05$،

پذیرش کالا اگر $P(\mathbf{x} \leq L) \leq 0.01$،

که دو مقدار ۰.۰۵ و ۰.۰۱ توسط طراح تعیین شده‌است که بدین‌ترتیب می‌توان فضای پارامترهای μ و σ^2 را با روابط زیر به سه دسته تقسیم‌بندی نمود:

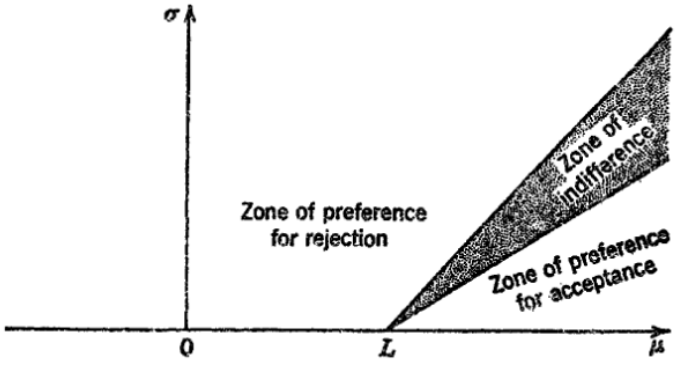
$$Q(\tfrac{\mu-L}{\sigma}) \geq 0.05 \Rightarrow \tfrac{\mu-L}{\sigma} \leq Q^{-1}(0.05) = \lambda_1,$$
$$Q(\tfrac{\mu-L}{\sigma}) \leq 0.01 \Rightarrow \tfrac{\mu-L}{\sigma} \leq Q^{-1}(0.01) = \lambda_2.$$

بنابراین نواحی سه‌گانه بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{cases} \mathrm{RZ} : \tfrac{\mu-L}{\sigma} \leq \lambda_1, \\ \mathrm{AZ} : \tfrac{\mu-L}{\sigma} \geq \lambda_2, \\ \mathrm{IZ} : \lambda_1 < \tfrac{\mu-L}{\sigma} < \lambda_2 \end{cases} \tag{۴.۲}$$

شکل (۱.۲) روابط ریاضی فوق را متصور می‌کند.

[۵] Loss Function
[۶] Resistance



شکل ۱.۲: نمایش تقسیم‌بندی سه‌گانه فضای پارامترها برای مثال مذکور[۱۴]

۲.۲.۲ تابع مشخصه عملکرد

دومین قدم در انتخاب آشکارساز ترتیبی، مقیدکردن تابع مشخصه عملکرد[۷] (OC) است که با نماد $L(\boldsymbol{\theta})$ نشان داده‌می‌شود. این تابع که معرف احتمال پذیرش فرضیه $\mathcal{H}_0$ می‌باشد، درحالت ایده‌آل دارای رابطه زیر است:

$$\begin{cases} L(\boldsymbol{\theta}) = 1, \boldsymbol{\theta} \in \Omega, \\ L(\boldsymbol{\theta}) = 0, \boldsymbol{\theta} \in \bar{\Omega}, \end{cases} \qquad (۵.۲)$$

اما می‌دانیم که حالت ایده‌آل دورازدسترس است و مطلوب، تابعی است که حتی‌الامکان به حالت ایده‌آل نزدیک باشد. نکته دیگر این است که ما به‌دنبال آشکارسازی با ASN حداقل هستیم؛ حال آنکه مطلوب خلاف این نکته را تحقق می‌بخشد! زیرا مبرهن است که نزدیکی هرچه بیشتر تابع OC به حالت ایده‌آل، افزایش تعداد نمونه و درنتیجه متوسط تعداد نمونه را می‌طلبد.

بنابراین انتخاب آشکارساز ترتیبی منوط به بده‌بستان[۸] بین تابع OC و متوسط تعداد نمونه است. روش استفاده‌شده برای تسهیل حل مسئله بدین‌صورت بیان می‌شود: ابتدا آزمون‌هایی را انتخاب می‌کنیم که برای آنها قیود مربوط به تابع OC برای نزدیکی به حالت ایده‌آل محقق شود و بعد از میان آن‌ها، آزمونی را برمی‌گزینیم که متوسط تعداد نمونه کمتری را داشته‌باشد.

حال به بررسی قیود مربوط به تابع OC می‌پردازیم. همانطور که در قسمت قبل بیان شد، زیان تصمیم اشتباه در IZ صفر است و بنابراین قید روی تابع مذکور در این ناحیه، معقول نیست. اما برای دو ناحیه

[۷] Operating Characteristic (OC)
[۸] Trade off

دیگر با انتخاب مناسب دو مقدار $0 < \alpha < 1$ و $0 < \beta < 1$ قیود ذیل، مطلوب را محقق می‌سازند:

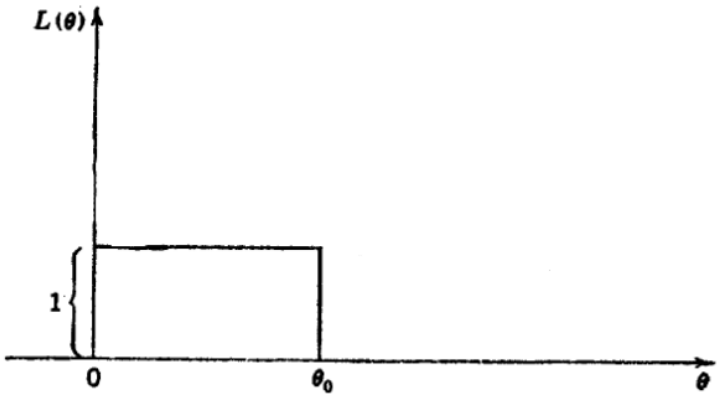
$$\begin{cases} L(\boldsymbol{\theta}) \geq 1 - \alpha : \boldsymbol{\theta} \in \mathrm{AZ}, \\ L(\boldsymbol{\theta}) \leq \beta : \boldsymbol{\theta} \in \mathrm{RZ}. \end{cases} \tag{۶.۲}$$

آزمونی که شرایط فوق را ارضا نماید یک آزمون روا[۹] نامیده‌می‌شود.

بعنوان مثال، آزمون فرضیه دومقداری با یک پارامتر مجهول زیر را درنظر بگیرید:

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \theta < \theta_0, \\ \mathcal{H}_1 : \theta \geq \theta_0, \end{cases} \tag{۷.۲}$$

که θ_0 نقطه مرزی پارامتر مجهول θ تحت دو فرضیه می‌باشد. تابع OC ایده‌آل برای مسئله آزمون فرضیه (۷.۲) در شکل (۲.۲) نمایش داده‌شده‌است.



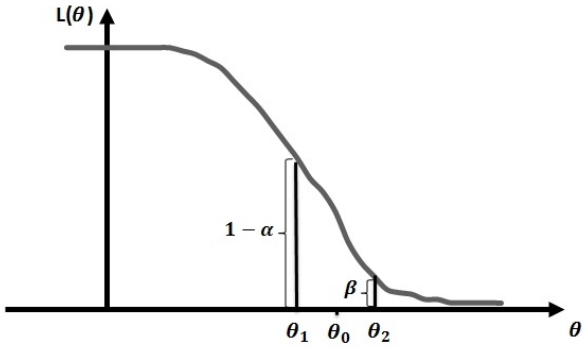
شکل ۲.۲: مثالی از نمایش تابع OC در حالت ایده‌آل برای مسئله (۷.۲)[۴]

حال اگر براساس مباحث مذکور در قسمت ۱.۲.۲، به‌ازای دو مقدار $\theta_1 < \theta_0$ و $\theta_2 > \theta_0$ سه ناحیه AZ، RZ و IZ برای این مسئله، به‌ترتیب بصورت $\theta \leq \theta_1$، $\theta \geq \theta_2$ و $\theta_1 < \theta < \theta_2$ داده‌شده‌باشد، تابع OC مطلوب در شکل (۳.۲) ملاحظه می‌گردد.

۳.۲.۲ تابع متوسط تعداد نمونه

آخرین قدم که اساسی‌ترین مرحله به‌منظور تحقق یک آشکارساز ترتیبی است، انتخاب هدفمندانه آزمون باتوجه به متوسط تعداد نمونه است. با تقسیم‌بندی سه‌گانه فضای پارامترها، آزمون‌های روای گوناگونی وجود دارند که دارای تابع OC با دو مقدار مطلوب $0 < \alpha < 1$ و $0 < \beta < 1$ باشند؛ اما همانطور که گفتیم مطلوب، انتخاب آشکارساز ترتیبی است که متوسط تعداد نمونه حداقلی داشته‌باشد؛ از طرف دیگر،

[۹] Admissible



شکل ۳.۲: مثالی از نمایش تابع OC برای مسئله (۷.۲)

متوسط تعداد نمونه برای هر آشکارساز ترتیبی، تابعی از پارامتر مجهول مسئله یعنی $\boldsymbol{\theta}$ نیز خواهدبود که آن را با فرض $\mathbf{N_s}$ بعنوان متغیر تصادفی مبین تعداد نمونه لازم برای تحقق قیود خطای آشکارساز با نماد $\mathbf{E}_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{N_s}; S)$ نمایش داده و تابع ASN آزمون ترتیبی روای S به‌ازای مقادیر ممکن برای پارامتر مجهول $\boldsymbol{\theta}$ می‌نامیم. بنابراین حل مسئله بهینه‌سازی $\min_S \mathbf{E}_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{N_s}; S)$ به‌معنی استخراج آزمون روای Sی است که ASN حداقلی را به‌ازای مقداری خاص از پارامتر مجهول اختیار می‌کند. بعبارت‌دیگر، به‌ازای هر آزمون ترتیبی روای S' دیگر رابطه زیر را به‌ازای مقداری خاص از پارامتر مجهول خواهیم‌داشت:

$$\mathbf{E}_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{N_s}; S') \geq \min_S \mathbf{E}_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{N_s}; S) \qquad (۸.۲)$$

و آزمون S_0ی که به‌ازای تمام مقادیر پارامتر مجهول $\boldsymbol{\theta}$ دارای ASN حداقل باشد، یعنی

$$\mathbf{E}_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{N_s}; S_0) = \min_S \mathbf{E}_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{N_s}; S), \forall \boldsymbol{\theta} \qquad (۹.۲)$$

بطور یکنواخت بهترین[۱۰] نامیده‌می‌شود. توجه شود که در حالت کلی تحقق چنین آزمونی دور از انتظار است. می‌توان با بیان آزمون بهینه در آشکارساز FSS برای همه پارامترهای مجهول، این مسئله را ملموس‌تر نمود. به یاد داریم که در معیار نیمن-پیرسون، آشکارساز FSS را که به‌ازای همه پارامترهای مجهول دارای توان حداکثر باشد، آزمون UMP[۱۱] می‌نامیم و می‌دانیم که چنین آشکارسازی تنها تحت شرایط خاص، تحقق می‌یابد[۳].

[۱۰] Uniformly Best
[۱۱] Uniformly Most Powerful