



دانشگاه خوارزمی تهران

دانشکده فنی و مهندسی

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر، گرایش علوم تصمیم و مهندسی دانش

عنوان :

یادگیری تقویتی در فضای پیوسته و

تقریب تابع به وسیله شبکه عصبی خودسازمان ده **DIGNET**

دانشجو :

نجمه علی بابایی

استاد راهنما :

دکتر میرمحسن پدرام

پاییز ۱۳۹۱

یادگیری تقویتی در فضای پیوسته

و تقریب تابع به وسیله شبکه عصبی خودسازمان ده

DIGNET

ای دو جهان از قلمت یک رقم

بی قلمت لوح دو عالم عدم

در کف من مشعل توفیق نه

ره به نهانخانه تحقیق ده

شمع زبانم سخن افروز ساز

شام من از صبح سخن روز ساز

تقدیم به پدر و مادر

بزرگوارانی که همواره

مدیون زحماتشان

شرمنده محبتشان

و منتظر دعای خیرشان

هستم.

با سپاس از سه وجود مقدس:
آنان که ناتوان شدند تا ما به توانایی برسیم...
موهایشان سپید شد تا ما روسفید شویم...
و عاشقانه سوختند تا گرمابخش وجود ما و روشنگر راهمان باشند...

پدر

مادر

استاد

چکیده

یادگیری تقویتی عبارت است از قالب بندی یک مسئله به فرم یادگیری از طریق تعامل برای رسیدن به هدف. زمانی که فضای حالات و یا کنش‌ها پیوسته و یا خیلی بزرگ شود استفاده از عناصر حافظه برای نگه‌داری ارزش حالات بسیار زیاد خواهد شد. این مسئله در رابطه با زمانی که در طول یادگیری ارزش کنش‌ها به دست آورده می‌شود، بحرانی تر خواهد شد. علاوه بر حافظه مصرفی مسئله، داده و زمان لازم برای پر کردن آنها نیز مهم است. بنابراین مسئله تعمیم پیش خواهد آمد. روش پیشنهاد شده برای مسائل یادگیری تقویتی با فضای پیوسته‌ای از حالت‌ها و کنش‌ها مناسب است.

در این روش از شبکه عصبی خودسازمان ده *DIGNET* برای نمایش فضای حالت و کنش استفاده شده است. استفاده از این شبکه سبب می‌شود در یک فضای پیوسته، عامل بتواند با استفاده از یک حافظه مصرفی مناسب، میزان داده و زمان قابل قبول به هدف دست یابد. در پیشنهاد این پایان نامه مفاهیم اساسی یک مسئله یادگیری تقویتی و همچنین یک شبکه عصبی خودسازمان ده *DIGNET* بررسی می‌شود، و ساختار این شبکه به عنوان یک روش خوشه‌بندی کارا برای حل چالش پیوستگی فضای حالات و کنش‌ها، در مسئله یادگیری تقویتی پیشنهاد می‌شود و کارایی آن بررسی و مقایسه می‌شود.

کلمات کلیدی : یادگیری ماشین ، یادگیری تقویتی، مسیرهای شایستگی ، تعمیم، یادگیری Q ، شبکه عصبی خودسازمان ده *DIGNET*

فهرست مطالب

فصل ۱: مقدمه	۱
۱-۱: هدف و دستاوردها	۱
۲-۱: مروری بر فصل‌های رساله	۲
فصل ۲: مروری بر یادگیری تقویتی و شبکه عصبی خودسازمان ده DIGNET	۴
۱-۲: مقدمه	۴
۲-۲: ایده کلی	۵
۳-۲: معادله بلمن	۶
۴-۲: بهره برداری و اکتشاف	۷
۵-۲: مفاهیم مورد نیاز	۸
۱-۵-۲: مدل مارکوف	۸
۲-۵-۲: تکرار سیاست	۹
۳-۵-۲: تکرار مقدار	۱۰
۴-۵-۲: روشهای مقدار کنش	۱۰
۶-۲: مفاهیم مبتنی بر سیاست و مستقل از سیاست	۱۱
۷-۲: روشهای اختلاف زمانی	۱۱
۸-۲: یادگیری Q	۱۲
۹-۲: روش‌های نقاد و کنشگر	۱۲
۱۰-۲: مسیرهای شایستگی	۱۳
۱۱-۲: شبکه عصبی خودسازمان ده DIGNET	۱۴
۱۲-۲: مقدمات ریاضی مورد نیاز	۱۷
۱۳-۲: روال اصلی روش DIGNET در ساختار خوشه‌بندی الگوها	۱۸
۱۴-۲: پایداری، همگرایی و ظرفیت DIGNET	۲۱
۱۵-۲: استفاده از معیارهای شباهت مختلف	۲۴
۱۶-۲: خلاصه	۲۵

فصل ۳: مروری بر کارهای انجام شده در محیط‌های پیوسته	۲۶
فصل ۴: روش پیشنهادی و آزمون آن	۳۱
۱-۴: مقدمه	۳۱
۲-۴: روش پیشنهاد شده	۳۱
۳-۴: آزمون روش	۳۴
۱-۳-۴: مساله کنترل بازوی دو اتصالی با هدف پایدار	۳۴
۲-۳-۴: مساله کنترل بازوی دو اتصالی ناپایدار	۳۸
۳-۳-۴: مساله کنترل شناور زیر دریایی	۴۶
فصل ۵: جمع بندی و پیشنهادها	۵۱
۱-۵: جمع بندی	۵۱
۲-۵: پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی	۵۳
واژه نامه انگلیسی به فارسی	۵۴
واژه نامه فارسی به انگلیسی	۵۷
فهرست منابع	۶۰
چکیده (به زبان انگلیسی)	۶۳

فهرست جدول‌ها، شکل‌ها و نشانه‌های اختصاصی

فصل ۲: مروری بر یادگیری تقویتی و شبکه عصبی خودسازمان ده DIGNET..... ۴

شکل ۱-۲: الگوریتم یادگیری Q ۱۲

شکل ۲-۲: شمای روش نقاد و کنشگر ۱۳

شکل ۳-۲: همسایگی‌ها بر روی یک کره یکپارچگی ۱۸

شکل ۲-۲: شمای عملیات در DIGNET ۲۱

فصل ۴: روش پیشنهادی و آزمون آن ۳۱

شکل ۱-۴: الگوریتم پیشنهادی ۳۳

شکل ۲-۴: دیاگرام مدل پیشنهادی ۳۵

شکل ۳-۴: کنترل بازوی دو اتصالی ۳۶

شکل ۴-۴: یادگیری نگاشتی از فضای هدف به فضای زوایای توام با استفاده از سیگنال پاداش. ۳۶

شکل ۵-۴: نتایج به دست آمده برای کنترل بازوی دو اتصالی ۳۸

شکل ۶-۴: مساله ربات بازوی دو اتصالی ناپایدار ۳۹

شکل ۷-۴: مقایسه نتایج به دست آمده در مساله بازوی دو اتصالی ناپایدار ۴۰

شکل ۸-۴: پراکندگی جاذب‌های شبکه کنش پس از ۵۰۰۰۰ دنباله ۴۲

شکل ۹-۴: پراکندگی جاذب‌های شبکه کنش پس از تغییر مکان هدف ۴۲

شکل ۱۰-۴: عمق جاذب‌های شبکه کنش پیش از تغییر مکان هدف ۴۳

شکل ۱۱-۴: عمق جاذب‌های شبکه کنش پس از تغییر مکان هدف ۴۳

شکل ۱۲-۴: پراکندگی جاذب‌های شبکه حالت پس از ۵۰۰۰۰ دنباله (پیش از تغییر موقعیت هدف) ۴۴

شکل ۱۳-۴: پراکندگی جاذب‌های شبکه حالت پس از تغییر مکان هدف ۴۴

شکل ۱۴-۴: عمق جاذب‌های شبکه کنش پیش از تغییر مکان هدف ۴۵

شکل ۱۵-۴: عمق جاذب‌های شبکه حالت پس از تغییر مکان هدف ۴۵

- شکل ۴-۱۶: مدل شماتیک شناور زیردریایی ۴۶
- شکل ۴-۱۷: نتایج حاصل از شبکه *DIGNET* در مساله یادگیری تقویتی کنترل شناور ۴۸
- شکل ۴-۱۸: چند مسیر طی شده توسط عامل در طول زمان یادگیری در مسئله کنترل شناور ۵۰
- جدول ۴-۱: مجموعه پارامترهای استفاده شده برای مدل پیشنهادی در مسئله کنترل بازوی دو اتصالی ۳۷
- جدول ۴-۲: مراکز جاذب‌های شبکه حالت و کنش پیش از تغییر هدف و پس از تغییر هدف ۴۱

فصل ۱ : مقدمه

چالش اساسی یک تیم روبوکاپ بر سر توسعه فوتبالیستهای مستقل و خودمختار است . گاهی هدف اصلی یک مساله مشخص است اما راه رسیدن به آن دشوار و یا معلوم نیست در این مواقع یادگیری تقویتی به عنوان یک ابزار مناسب می تواند با اینگونه مسائل روبرو شود. ایده اصلی این تئوری بر پایه جعبه پرپیچ و خم^۱ است.

هدف اساسی یک تیم روبوکاپ توسعه رباتهایی است که بتواند در مسابقه فوتبال رباتها برنده جام جهانی شوند. در این زمینه روشهای زیادی استفاده شده است و یکی از آنها یادگیری تقویتی است. ربات به وسیله این روش می تواند خود مختاری^۲ و استقلال را از طریق تجربیات خود بیاموزد. این نوع یادگیری بر پایه پاداش است همانند روشی که برای تعلیم سگها و آموزش ترفندها به آنان به کار می برند.

از جمله روشهای حل یک مسئله یادگیری تقویتی می توان به برنامه ریزی پویا^۳، روشهای مونت کارلو^۴ و یادگیری اختلاف زمانی^۵ اشاره کرد. هر یک از این روشها مزایا و معایب خاص خود را دارند. مثلاً نقطه قوت روشهای برنامه ریزی پویا خود را در توسعه آن به صورت ریاضی نشان می دهد درحالی که نقطه ضعف آن ریشه در نیاز آن به یک مدل کامل و دقیق از محیط دارد.

۱-۱ : هدف و دستاوردها

زمانی که فضای حالات و یا عملها پیوسته و یا خیلی بزرگ شود استفاده از عناصر حافظه برای نگه داری ارزش حالات بسیار زیاد خواهد شد و این مسئله در رابطه با زمانی که ارزش کنشها به دست می آید، بحرانی تر خواهد شد. علاوه بر حافظه مصرفی مسئله ، داده و زمان لازم برای پر کردن آنها نیز مهم است.

¹ Maze

² Autonomous

³ Dynamical programming

⁴ Monte Carlo

⁵ Temporal Difference Learning

بنابراین مسئله تعمیم پیش خواهد آمد. آیا می‌توان با تعداد محدودی حالت یک مسئله را تجربه کرد و نتایج را به مسئله بزرگتر تعمیم داد و تقریبی برای مقادیر به دست آورد. تعمیم در این بحث همان ترکیب روش‌های تعمیم و روش‌های یادگیری تقویتی است.

در مبحث یادگیری تقویتی، تعمیم به عنوان مسئله‌ای سخت و شاق مطرح می‌شود. به این ترتیب زمانی که یادگیری تقویتی در بسیاری از زمینه‌ها به کار می‌رود، حالاتی پیش می‌آید که پیش از این با آنها برخوردی صورت نگرفته است. این حالت زمانی رخ می‌دهد که فضاهای کنش یا حالت دارای متغیرهای پیوسته و ظواهر پیچیده باشند و تنها راه برای یادگیری این است که عامل بتواند اطلاعاتی که پیش از این آموخته است را برای حالاتی که تا به حال ندیده است، تعمیم دهد.

در مساله پیش رو پویایی محیطی موجود معلوم نیست. بنابراین از الگوریتم‌های برنامه ریزی پویا نمی‌توان استفاده کرد. دوم اینکه تا حد امکان هم متغیرهای حالت پیوسته و هم متغیرهای کنش پیوسته در نظر گرفته شوند. سوم اینکه با توجه به اینکه در الگوریتم‌هایی مثل مونت کارلو و... که پویایی محیط در آنها مشخص نیست ممکن است عامل با حالاتی مواجه شود که پیش از این هرگز با آنها مواجه نشده است. پس باید به گونه‌ای عمل کرد که در هر لحظه با مواجه شدن با موقعیت جدید، عامل بتواند نتایج حاصل از تجربه این موقعیت را به دانش خود بیفزاید. روش پیشنهاد شده برای مسائل یادگیری تقویتی با فضای پیوسته‌ای از حالت‌ها و کنش‌ها مناسب است. در این روش از شبکه عصبی خودسازمان ده *DIGNET* برای نمایش فضای حالت و کنش استفاده شده است. استفاده از این شبکه سبب می‌شود در یک فضای پیوسته، عامل بتواند با استفاده از یک حافظه مصرفی مناسب، میزان داده و زمان قابل قبول به هدف دست یابد.

۱-۲: مروری بر فصل‌های رساله

محورهای اصلی مطرح شده در این پایان نامه بر سه قسمت کلی استوار است. در قسمت اول بررسی روش‌های موجود در یادگیری تقویتی و جزئیات مربوط به آن است، تئوری یادگیری تقویتی مطرح شده در این مکتوب بر اساس کتاب "*Reinforcement Learning: An introduction*" (۱) است. قسمت دوم شبکه عصبی

خودسازمانده *DIGNET* را معرفی و نکات موجود در آن را مطرح می‌کند و در نهایت قسمت سوم ترکیب دو قسمت پیش را برای به‌دست آوردن روش پیشنهادی ما و پیاده‌سازی و نتایج کار را نشان می‌دهد. در فصل دوم پس از معرفی مفاهیم اولیه سعی می‌شود به جزئیات روش‌های برنامه‌ریزی پویا برای حل یک مسئله یادگیری تقویتی پرداخته شود. پیش از آن خاصیت مهم مارکوف⁶ به عنوان یک پیش‌نیاز برای تئوری‌های بعدی معرفی می‌شود. به علاوه المان‌های کلیدی در ساختار ریاضی مسئله نظیر توابع مقدار⁷ و معادله بلمن⁸ نیز توضیح داده خواهد شد. به علاوه روش تکرار سیاست⁹ برای به‌دست آوردن توابع ارزش و اساس روش یادگیری از اختلاف زمانی عنوان خواهد شد.

در فصل سوم به معرفی شبکه عصبی خودسازمانده *DIGNET* و چند اصل ریاضی به کار رفته در آن، تشریح روال اصلی این روش در ساختار خوشه‌بندی الگوها، پایداری، همگرایی، ظرفیت و معیارهای شباهت مختلفی که می‌تواند در آن به کار رود پرداخته می‌شود. در فصل چهارم نیز ساختار شبکه عصبی *DIGNET* را درون چند مسئله یادگیری تقویتی به کار برده و ضمن ارائه روش پیشنهادی، نتایج به‌دست آمده ارزیابی می‌شود. در نهایت در فصل پنجم به جمع بندی و پیشنهادها پرداخته می‌شود.

⁶ Markov

⁷ Value Functions

⁸ Bellman Equation

⁹ Policy Iteration

فصل ۲: مروری بر یادگیری تقویتی و شبکه عصبی خود سازمان ده DIGNET

۱-۲: مقدمه

یادگیری ماشین^{۱۰} علمی است که در آن سعی بر طراحی و گسترش الگوریتم‌هایی است که از طریق آنها یک ماشین بتواند یاد بگیرد. (۲) انواع روشهای یادگیری در یادگیری ماشین عبارتند از:

۱. یادگیری نظارت شده^{۱۱}

۲. یادگیری بدون نظارت^{۱۲}

۳. یادگیری تقویتی^{۱۳}

۱. یادگیری نظارت شده:

در این نوع یادگیری، تعدادی ورودی و خروجی معلوم وجود دارد و در طی این یادگیری نگاشتی از ورودی‌ها به خروجی انجام می‌شود سپس رفتار مناسب تثبیت می‌شود و عناصر یادگیری سعی می‌کنند که این رفتار را برای موارد مشاهده نشده کپی کنند (۲). یک مثال برای این روش الگوریتم پس انتشار خطا^{۱۴} می‌باشد که در شبکه‌های پرسپترون^{۱۵} برای آموزش، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲. یادگیری بدون نظارت:

در این نوع یادگیری، سعی بر یافتن ارتباطات موجود بین ورودی‌ها است و تنها از ورودی‌ها برای ارائه رفتار خروجی استفاده می‌کنند. نمونه‌هایی از این نوع یادگیری در مساله خوشه‌بندی^{۱۶} و طبقه‌بندی و تخمین ابعاد و مواردی همچون تشخیص چهره^{۱۷} مشاهده می‌شود. این روش برای تفسیر و پردازش

¹⁰ Machine learning

¹¹ Supervised learning

¹² Unsupervised learning

¹³ Reinforcement Learning

¹⁴ Error Backpropagation

¹⁵ Perceptron Network

¹⁶ Clustering

¹⁷ Face recognition

مقادیر زیادی داده به کار رفته و عنوان می‌شود که هنگامی که بتوان حواس پنجگانه دریافتی را تفسیر و پردازش کرد به نوعی فرمی از هوشمندی وجود دارد (۲). یک مثال برای این روش الگوریتم کوهنن^{۱۸} می‌باشد.

۳. یادگیری تقویتی

قالب بندی یک مسئله به فرم یادگیری از طریق تعامل برای رسیدن به هدف (۳). آنچه که واقعاً در یک مسئله یادگیری تقویتی روی می‌دهد به شرح ذیل است: یک یادگیرنده و تصمیم گیرنده با نام عامل^{۱۹} شناخته می‌شود. این عامل مرتب در مقاطع زمانی با محیط تعامل دارد. به این ترتیب که عامل در ابتدا در یک حالت^{۲۰} از محیط قرار دارد. سپس با توجه به حالتی که در آن قرار دارد یک کنش^{۲۱} از میان کنش‌های ممکن در آن حالت را انجام می‌دهد. سپس محیط، یک حالت جدید را به عامل نشان می‌دهد. به علاوه یک مقدار پاداش^{۲۲} هم به ازای کنش مورد نظر به عامل اختصاص می‌دهد. هدف یک عامل پیشینه ساختن این پاداشها است که در طی یک دوره بلند مدت به دست می‌آید.

در هر گام، عامل یک نگاهت از حالات به احتمال انتخاب کنشها انجام می‌دهد که این نگاهت با نام سیاست^{۲۳} شناخته می‌شود و با π_t نشان داده می‌شود. به عبارت دیگر $\pi_t(s, a)$ یعنی اینکه اگر حالت جاری s باشد ($s_t = s$) احتمال اینکه کنش a باشد برابر است با $\pi_t(s, a)$.

۲-۲: ایده کلی

در یک مسئله یادگیری تقویتی عامل سعی می‌کند بر اساس تجربیات خود یاد بگیرد و از طرف دیگر ناظری نیز وجود ندارد. یعنی عاملی وجود دارد که به طور همزمان هم برای به دست آوردن دانش جدید تلاش می‌کند و هم تصمیمات خود را بر اساس دانش موجود بهینه می‌کند.

¹⁸ Kohonen

¹⁹ Agent

²⁰ State

²¹ Action

²² Reward

²³ Policy

در همه این مسائل عملی یک موضوع اساسی وجود دارد و آن هم به وجود آوردن نوعی تعادل بین به دست آوردن حداکثر پاداش بر اساس دانشی که قبل به دست آمده است و همینطور تلاش برای انجام یک کنش جدید است به طوری که بتواند دانش بعدی را افزایش دهد که این مسئله با نام اکتشاف در مقابل بهره برداری^{۲۴} در یادگیری تقویتی شناخته می شود. به عبارت دیگر در این مسئله نیاز به جست و جو در فضای کنش ها می باشد. لذا گفته می شود که بازخورد در این مسئله صرفاً ارزیابی^{۲۵} است و این برخلاف حالتی است که در مسئله یادگیری نظارت شده وجود دارد.

۲-۳: معادله بلمن^{۲۶}

تقریباً تمامی الگوریتم های یادگیری تقویتی بر پایه تخمین توابع ارزش هستند و آنها توابعی از حالت ها و یا حالت - کنش ها هستند. منظور این است که برآورد شود که چقدر خوب است که یک عامل در یک حالت معلوم باشد. یا اینکه برآورد شود که چقدر خوب است که عامل در یک حالت معلوم یک کنش مشخص را انتخاب کند(۴).

ارزش اتخاذ کنش ، a ، در یک حالت s و تحت سیاست ، π ، با $Q^\pi(s, a)$ نشان داده می شود. به صورت زیر برای هر π و هر حالت s :

$$\sum_a \pi(s, a) \sum_{s'} P_{ss'}^a [R_{ss'}^a + \gamma V^\pi(s')] \quad 1-2$$

معادله بالا معادله بلمن نامیده می شود. معادله بلمن ارتباط بین ارزش یک حالت و ارزش حالت های جایگزینش را نشان می دهد. معادله بلمن میانگین وزن دار همه حالات ممکن را بر اساس احتمال رخداد هر یک محاسبه می کند.

²⁴ Exploration vs exploitation

²⁵ Evaluation

²⁶ Bellman equation

همیشه حداقل یک سیاست وجود دارد که بهتر یا مساوی همه سیاست‌ها باشد اما ممکن است چندین سیاست برتر وجود داشته باشد به هر حال این سیاست‌های بهینه با π^* نمایش داده می‌شود و برای آنها یک تابع ارزش حالت بهینه مشترک به نام V^* استفاده می‌شود:

$$V^*(s) = \max_{\pi} V^{\pi}(s) \quad \forall s \in S \quad 2-2$$

و همچنین یک تابع ارزش کنش بهینه مشترک به نام Q^* به صورت زیر

$$Q^*(s, a) = \max_{\pi} Q^{\pi}(s, a) \quad \forall s \in S, a \in A(s) \quad 3-2$$

معادله بهینگی بلمن برای Q^* به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} Q^*(s, a) &= E \{ r_{t+1} + \gamma \max_{a'} Q^*(s_{t+1}, a') \mid s_t = s, a_t = a \} \\ &= \sum_{s'} P_{ss'}^a [R_{ss'}^a + \gamma \max_{a'} Q^*(s', a')] \end{aligned} \quad 4-2$$

اگر V^* موجود باشد می‌توان سیاست بهینه را مشخص کرد، به این صورت که برای هر حالت s ، یک یا چند کنش وجود دارد که در معادله بهینگی بلمن مقدار حداکثر را به دست آورده است.

$$V^*(s) = \max_{a \in A(s)} \sum_{s'} P_{ss'}^a [R_{ss'}^a + \gamma V^*(s')] \quad 5-2$$

هر سیاست که به این کنش‌های ماکسیمم احتمال غیر صفری را نسبت دهد یک سیاست بهینه است.

۲-۴: بهره برداری و اکتشاف

اغلب برای انجام یک کنش یا انتخاب یک گزینه نمی‌توان هم اکتشاف^{۲۷} و هم بهره برداری^{۲۸} انجام داد و این موضوع با عنوان جنگ میان شناسایی و اکتشاف شناخته می‌شود. اینکه اکتشاف در یک حالت خاص بهتر است

^{۲۷} Exploration

^{۲۸} Exploitation

یا بهره برداری به روش پیچیده ای براساس مقادیر غیر مبهم از مقادیر برآورد شده ، عدم قطعیت‌ها و تعداد مراحل باقیمانده بستگی دارد(۵) . در زمینه تعادل و توازن بهره برداری و اکتشاف‌ها روشهای توانمندی وجود دارد که بیشتر آنها از این فرض استفاده می‌کنند که اطلاعات قبلی و ثابت معلومی در این کاربردها و مسائل یادگیری تقویتی وجود ندارد.

۲-۵: مفاهیم مورد نیاز

۲-۵-۱: مدل مارکوف

در چهار چوب یک مسئله یادگیری تقویتی ، یک عامل تصمیمات خود را به صورت تابعی از یک سیگنال محیط یعنی حالت می‌گیرد. در یک پرتاب گلوله مکان آن و سرعت و شتاب آن مهم است ولی این موضوع اهمیتی ندارد که این سرعت و شتاب چگونه و از کجا آمده است. لذا به این موضوع با نام "استقلال از مسیر"^{۲۹} اشاره می‌شود، چرا که تمامی چیزهایی که اهمیت دارند در سیگنال حالت فعلی هست و با این حال از مسیر یا تاریخچه مستقل است. اما توضیح ریاضی خاصیت مارکوف :

یک کنش در زمان t اتخاذ می‌شود و محیط در زمان $t+1$ به آن پاسخ می‌دهد. اما شاید پاسخی که در گام زمانی فعلی صادر شده است وابسته به مواردی باشد که قبلاً انجام شده باشد به عبارتی این مطالب حاکی از در نظر گرفتن پویایی مسئله به وسیله توزیع احتمال کل است.

$$Pr \{s_{t+1} = s', r_{t+1} = r \mid s_t, a_t, r_t, s_{t-1}, a_{t-1}, \dots, r_1, s_0, a_0\} \quad 6-2$$

برای همه s' و r و همه مقادیر ممکن برای رویدادهای گذشته $s_t, a_t, r_t, s_{t-1}, a_{t-1}, \dots, r_1, s_0, a_0$.

اما اگر سیگنال حالت ما خاصیت مارکوف داشته باشد، پاسخی که محیط در زمان $t+1$ می‌دهد فقط وابسته به حالت و کنش زمان t است ، لذا پویایی محیط به وسیله احتمال زیر نشان داده می‌شود.

$$Pr \{s_{t+1} = s', r_{t+1} = r \mid s_t, a_t\} \quad 7-2$$

²⁹ Independence of Path

برای همه s' و r' و s_t و a_t ها.

یک سیگنال حالت خاصیت مارکوف دارد یا به عبارتی یک حالت مارکوف است هرگاه، به ازای تمام s' و r' به علاوه $s_0, a_0, r_1, s_1, a_1, r_2, \dots, r_t, s_t, a_t$ دو معادله اخیر برابر باشد. در چنین صورتی وظیفه^{۳۰} و محیط به همراه هم خاصیت مارکوف دارند. نتیجه سودمند خاصیت مارکوف برای یک محیط می تواند در موارد زیر دیده شود:

۱. به سادگی می توان حالت بعدی را با توجه به اطلاعات موجود حالت فعلی و در نتیجه خاصیت مارکوف پیش بینی کرد

۲. خاصیت مارکوف برای یک حالت می تواند تشکیل دهنده پایه مناسبی برای انتخاب کنش باشد، به این معنا که بهترین سیاست برای انتخاب یک کنش به صورت تابعی از یک حالت مارکوف می تواند به خوبی یک سیاست باشد که تابعی از تاریخچه کامل است (۶).

فرایند تصمیم مارکوف: هر وظیفه یادگیری تقویتی که در آن خاصیت مارکوف وجود داشته باشد با نام فرایند تصمیم مارکوف شناخته می شود. اگر فضای کنش ها و حالت ها محدود و متناهی باشد آن گاه فرایند مذکور با نام فرایند تصمیم مارکوف محدود شناخته می شود (۷).

۲-۵-۲: تکرار سیاست

هنگامی که با استفاده از V^π ، سیاست، π به عنوان سیاست بهتر به دست می آید می توان $V^{\pi'}$ را محاسبه کرد و مجدداً از آن استفاده کرد و باز سیاست بهتر π'' را به دست آورد و به همین ترتیب یک توالی از سیاست هایی را به دست آورد که مرتب بهبود یافته اند یعنی:

نماد نشان دهنده ارزیابی سیاست^{۳۱} \xrightarrow{E} نماد نشان دهنده بهبود سیاست^{۳۲} \xrightarrow{I}

³⁰ Task

³¹ Policy Evaluation

³² Policy Improvement

به این روش یافتن سیاست بهینه، تکرار سیاست گفته می‌شود که از تابع مقدار مربوط به سیاست قبلی شروع می‌شود و نهایتاً همگرایی سریعتری از ارزیابی سیاست به دنبال خواهد داشت.

۲-۵-۳: تکرار مقدار

براساس آنچه که در تکرار سیاست گفته شد پس از اینکه π تعیین می‌شود روند ارزیابی سیاست اجرا می‌شود و این روند پس از چند دنباله اجرا به V^π همگرا می‌شود. پس از آن در فاز $I \rightarrow$ آن بهبود می‌یابد و مجدداً $E \rightarrow$ بر روی π' اجرا می‌شود. همین محاسبات و دوره اجرای مربوط به $E \rightarrow$ می‌تواند کار را طولانی کند و این موضوع اشکالی است که بر تکرار سیاست وارد می‌شود.

در حقیقت کوتاه کردن گام $E \rightarrow$ در تکرار سیاست به روشهای مختلفی امکان پذیر است، بدون اینکه در این میان خللی به تضمین همگرایی آن وارد شود. در یکی از مهمترین آنها $E \rightarrow$ تنها پس از یک جریان متوقف می‌شود که به این الگوریتم تکرار مقدار گفته می‌شود.

۲-۵-۴: روش‌های مقدار کنش

در واقع بحث بر سر نحوه برآورد مقدار برای کنش‌ها است به عبارت دیگر منظور برآورد میانگین برای توزیع مربوط به هر گزینه است. یک روش ساده برای این منظور استفاده از میانگین پاداش‌هایی است که پیش از این به دست آمده است. به این روش میانگین نمونه‌ها^{۳۳} گفته می‌شود. این روش یکی از روش‌های ساده است اما لزوماً بهترین نیست. روش‌های جایگزین دیگری وجود دارد که در آنها در اکثر مواقع اقدام حریصانه انجام داده می‌شود، اما هر از گاهی با احتمال ϵ به صورت یکنواخت و تصادفی از بین کنش‌های موجود بدون در نظر

³³ Sample-Average Method