

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

١٥٢٦٩٦



دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه ی کارشناسی ارشد رشته ی فیزیک گرایش ماده چگال

امکان تشکیل شاره کوانتومی هلیم سه یک بعدی در خلل و فرج نانو

استاد راهنما:

دکتر محمد علی شاهزمانیان

استاد مشاور:

دکتر حشمت اله یآوری

پژوهشگر:

مریم شهبازی

اسفند ماه ۱۳۸۶

۱۵۲۶۶۶

کتابخانه مرکزی
سازمان اسناد و کتابخانه ملی
جمهوری اسلامی ایران

۱۳۸۷ / ۵ / ۲۸

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات
و نوآوری های ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه
متعلق به دانشگاه اصفهان است.

شود بکارش پایان نامه
رعایت شده است
تعمیرات تکمیلی دانشگاه اصفهان



دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه ی کارشناسی ارشد رشته ی فیزیک گرایش ماده چگال خانم مریم شهبازی
تحت عنوان

امکان تشکیل شاره کوانتومی هلیم سه یک بعدی در خلل و فرج نانو

در تاریخ ۸۶/۱۲/۲۲ توسط هیأت داوران زیر بررسی و با درجه عالی به تصویب نهایی رسید.

امضا
امضا
امضا
امضا

۱- استاد راهنمای پایان نامه دکتر محمد علی شاهزمانیان با مرتبه ی علمی استاد

۲- استاد مشاور پایان نامه دکتر حشمت اله یآوری با مرتبه ی علمی استادیار

۳- استاد داور داخل گروه دکتر غلامرضا راشدی با مرتبه ی علمی استادیار

۴- استاد داور خارج از گروه دکتر هادی سلامتی با مرتبه ی علمی استاد

امضای مدیر گروه

از استاد بزرگوار، جناب آقای دکتر محمد علی شاهزمانیان که در طول مراحل تحقیق از راهنمایی های ارزنده ایشان استفاده کردم سپاسگزارم. همچنین از زحمات جناب آقای دکتر یاوری، استاد مشاور گرامی، و کلیه کسانی که در این کار پژوهشی مرا یاری نموده اند قدردانی و تشکر می نمایم.

چکیده

مایع هلیم سه در هندسه های محدود، در نتیجه پدیده هایی که خود را در تحلیل ها و پیش گویی های تجربی و نظری آشکار می کنند، یکی از موضوعات مورد توجه در سال های اخیر است. از جمله این موضوعات، جذب هلیم در مواد خلل و فرج دار است. این خلل و فرج ها که با بستر هلیم چهار پوشانیده شده اند، محیط شبه یک بعدی ایده آلی را با نسبت سطح به حجم بالا برای بررسی شار هلیم سه در آن ها فراهم می کنند.

تشکیل شار هلیم سه شبه یک بعدی در مواد خلل و فرج دار ۱۶-FSM به لحاظ تجربی توسط تانیگوچی و همکارانش مورد بررسی قرار گرفته است. در این پایان نامه، ما به تحلیل و بررسی نظری این آزمایش می پردازیم و با مقایسه با تجربه ظرفیت گرمایی شار هلیم سه را به دست می آوریم. برای ورود به بحث در فصل اول، به معرفی مختصری از خواص هلیم های مایع سه و چهار می پردازیم و با توضیح نظریه پدیده شناختی لاندائو گرمای ویژه هلیم سه عادی را بر اساس آن به دست می آوریم.

در فصل دوم، به معرفی دستگاه های مزوسکوپی به منظور توصیف دستگاه های کوانتومی با ابعاد کاهش یافته می پردازیم. خلل و فرج نانو به عنوان مثالی از دستگاه های کوانتومی (شبه) یک بعدی، امکان ایجاد شار ه یک بعدی هلیم سه را در دماهای پایین فراهم می کنند.

در فصل سوم، خواص گاز فرمی ایده آل یک بعدی و نیز خواص گاز فرمی بر هم کنش دار بدون اسپین یک بعدی، به خصوص گرمای ویژه آن را، مورد بررسی قرار می دهیم. نشان داده می شود که خواص فیزیکی گاز فرمی یک بعدی، حتی اگر بر هم کنش ها ضعیف باشند، با ابعاد بالاتر متفاوت می باشند.

در فصل چهارم، ابتدا به توضیح چگونگی تشکیل تجربی لایه شار هلیم سه (شبه) یک بعدی در خلل و فرج نانو می پردازیم. سپس ظرفیت گرمایی آن را با صرف نظر کردن از بر هم کنش ها به دست می آوریم. این ظرفیت گرمایی ویژه با نمودار تجربی مربوطه در چگالی های رقیق در توافق است.

در فصل پنجم، به بررسی ظرفیت گرمایی در حضور بر هم کنش ها می پردازیم. به این منظور ابتدا مختصری، توابع گرین و نظریه اختلال در دمای غیر صفر را معرفی می کنیم. ظرفیت گرمایی را بر حسب زمان واهلش و پتانسیل کاهش یافته به دست می آوریم. با مقایسه با مقادیر تجربی وابستگی دمایی زمان واهلش را تعیین می کنیم. این وابستگی دمایی به صورت مجموع یک جمله خطی و یک جمله درجه دوم است. همچنین با مقایسه ظرفیت گرمایی به دست آمده با نمودارهای تجربی، مقادیر ضرایب دمایی ظرفیت گرمایی را برای هر غلظت به دست آوردیم. نمودارهای این ضرایب بر حسب غلظت نشان می دهد که این ضرایب به برهم کنش بستگی ندارند و فقط به غلظت اتم های هلیم سه بستگی دارند. بنابراین این دستگاه شبه یک بعدی هلیم سه به صورت یک دستگاه تبهکن در دماهای پایین رفتار می کند

کلید واژه: هلیم سه، هلیم چهار، مواد خلل و فرج دار، ظرفیت گرمایی، زمان واهلش، پتانسیل برهم کنش

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

فصل اول: هلیم سه و هلیم چهار

۱	مقدمه
۲	۱-۱- هلیم سه
۴	۱-۱-۱- برانگیختگی های اولیه گاز فرمی بدون برهم کنش
۴	۲-۱-۱- تعریف شبه ذره و شبه حفره
۵	۳-۱-۱- بسط انرژی آزاد
۶	۴-۱-۱- انرژی موضعی یک شبه ذره
۷	۵-۱-۱- توزیع ترازمند شبه ذرات در دمای معین
۷	۶-۱-۱- گرمای ویژه هلیم سه عادی
۸	۲-۱- هلیم چهار
۹	۱-۲-۱- هلیم مایع II
۹	۱-۱-۲-۱- چسبندگی و ابر شارگی
۱۰	۲-۱-۲-۱- اثر ترمومکانیکی
۱۱	۳-۱-۲-۱- صوت دوم و سوم و چهارم
۱۲	۲-۲-۱- چگالش بوز انیشتین
۱۴	۳-۲-۱- برانگیختگی های اولیه در هلیم II
۱۶	نتیجه گیری

فصل دوم: دستگاه های مزوسکوپی

۱۸	مقدمه
۱۹	۱-۲- ساختارهای در مقیاس نانو
۱۹	۲-۲- اثر های کوانتومی

۱۹	۱-۲-۲- افت و خیز کوانتومی
۲۰	۲-۲-۲- دو گانگی موج- ذره
۲۰	۳-۲-۲- همدوسی و تداخل کوانتومی
۲۱	۳-۲- دستگاه های کوانتومی سه بعدی
۲۳	۴-۲- دستگاه های محدود شده کوانتومی
۲۳	۱-۴-۲- دستگاه های کوانتومی دو بعدی
۲۳	۱-۱-۴-۲- چاه کوانتومی
۲۵	۲-۴-۲- دستگاه های کوانتومی یک بعدی
۲۵	۱-۲-۴-۲- نانولوله های کربنی
۲۵	۲-۲-۴-۲- سیم های نیمه رسانا
۲۵	۳-۲-۴-۲- مواد شبه یک بعدی
۲۵	۴-۲-۴-۲- مواد خلل و فرج دار نانو
۲۶	نتیجه گیری

فصل سوم: گاز فرمی در یک بعد

۲۷	مقدمه
۲۷	۱-۳- پتانسیل ترمودینامیکی گاز فرمی ایده آل در d بعد
۲۹	۲-۳- متغیرهای ترمو دینامیکی
۲۹	۱-۲-۳- پتانسیل شیمیایی
۳۲	۲-۲-۳- انرژی درونی
۳۲	۳-۲-۳- گرمای ویژه
۳۴	۳-۳- گاز فرمی بر هم کنش دار در یک بعد
۳۷	۴-۳- حل مسئله یک بعدی
۳۷	۱-۴-۳- مدل لوتینگر
۳۸	۱-۱-۴-۳- بوزونی شدن
۴۲	۲-۴-۳- خواص فیزیکی در یک بعد
۴۵	۱-۲-۴-۳- گرمای ویژه در حضور بر هم کنش
۴۵	نتیجه گیری

فصل چهارم: شاره هلیم سه یک بعدی در خلل و فرج نانو

مقدمه	۴۷
۱-۴- شاره بوز هلیم چهار در خلل و فرج یک بعدی	۴۸
۲-۴- شاره فرمی هلیم سه در خلل و فرج یک بعدی	۵۱
۱-۲-۴- رشد لایه ای	۵۱
۲-۲-۴- ویژه مقادیر انرژی	۵۵
۳-۲-۴- ظرفیت گرمایی	۵۷
نتیجه گیری	۶۰

فصل پنجم: گرمای ویژه در حضور برهم کنش

مقدمه	۶۱
۱-۵- تابع گرین تک ذره ای	۶۲
۱-۱-۵- نمایش لهن	۶۴
۲-۵- تابع گرین در دماهای غیر صفر	۶۵
۱-۲-۵- تعریف تابع گرین ماتسوبارا	۶۷
۲-۲-۵- ارتباط بین توابع گرین تأخیری و ماتسوبارا	۶۸
۳-۲-۵- نظریه اختلال و قضیه ویک برای $T \neq 0$	۶۸
۴-۲-۵- نمودارهای فاینمن	۶۹
۵-۲-۵- خود-انرژی و معادله دایسون	۷۰
۳-۵- رهیافت خوشه مرتبط	۷۲
۱-۳-۵- پتانسیل ترمودینامیکی	۷۲
۴-۵- اساس میکرو سکویی نظریه مایع فرمی لاندائو	۷۳
۵-۵- گرمای ویژه شاره هلیم سه یک بعدی در خلل و فرج نانو	۷۵
۱-۵-۵- مقایسه نتایج نظری و تجربی	۷۷
نتیجه گیری	۸۳
منابع و مأخذ	۸۵

فهرست شکل ها

صفحه

عنوان

فصل اول

- شکل ۱-۱- اثر ترمومکانیکی..... ۱۰
- شکل ۲-۱- منحنی پراکندگی برانگیختگی های لاندائو در مایع هلیوم II..... ۱۵

فصل سوم

- شکل ۱-۳- پتانسیل شیمیایی در $d=1,2,3$ ۳۱
- شکل ۲-۳- ظرفیت گرمایی گاز فرمی ایده آل..... ۳۳
- شکل ۳-۳- بیناب برانگیختگی های حفره - ذره (الف) در یک بعد و (ب) در دو و سه بعد..... ۳۶
- شکل ۴-۳- مدل لوتینگر: بیناب خطی به ∞ - گسترش می یابد..... ۳۸
- شکل ۵-۳- فرآیند های بر هم کنش انرژی پایین مؤثر..... ۴۳

فصل چهارم

- شکل ۱-۴- نمودار فشار بر حسب غلظت هلیوم چهار در خلل و فرج با قطر منفذ ۱۸ آنگسترم در دماهای مختلف..... ۴۹
- شکل ۲-۴- نمودار تراکم پذیری بر حسب غلظت در دماهای مختلف برای هلیوم چهار در خلل و فرج با قطر منفذ (الف) ۲۸ آنگسترم (ب) ۴۷ آنگسترم..... ۵۰
- شکل ۳-۴- ظرفیت گرمایی هلیوم چهار بر حسب غلظت در دماهای مختلف برای هلیوم چهار در خلل و فرج با قطر منفذ (الف) ۱۸ آنگسترم و (ب) ۲۸ آنگسترم..... ۵۰
- شکل ۴-۴- ظرفیت گرمایی هلیوم چهار بر حسب دما در خلل و فرج با قطر منفذ ۱۸ آنگسترم..... ۵۱
- شکل ۵-۴- نمودار ظرفیت گرمایی بر حسب غلظت هلیوم سه و هلیوم چهار در خلل و فرج با قطر منفذ ۲۸ آنگسترم..... ۵۲
- شکل ۶-۴- وابستگی دمایی ظرفیت گرمایی لایه هلیوم سه خالص در خلل و فرج با قطر منفذ ۲۸ آنگسترم..... ۵۳

عنوان

صفحه

شکل ۴-۷- (الف) وابستگی دمایی ظرفیت گرمایی در خلل و فرج با قطر منفذ ۲۸ آنگسترم. (●): هلیوم سه:

۰/۰۴ میلی مول با بستر هلیوم چهار (۱/۹۹ میلی مول). (Δ): هلیوم سه بدون بستر: ۲/۰۲ میلی مول. (+): هلیوم

چهار: ۱/۹۹ میلی مول. (ب) ظرفیت های گرمایی مربوطه زیر ۵۰ میلی کلوین..... ۵۴

شکل ۴-۸- ظرفیت های گرمایی مولی تجربی هلیوم سه در خلل و فرج با قطر منفذ ۲۸ آنگسترم..... ۵۵

شکل ۴-۹- ویژه مقادیر انرژی اتم هلیوم سه..... ۵۶

شکل ۴-۱۰- ظرفیت گرمایی ویژه گاز یک بعدی ایده آل He^3 (خط توپر) و مقایسه با حالت دو بعدی (خط

چین) در یک چگالی $(n = 0/056 \mu mol / m^2)$ ۵۸

شکل ۴-۱۱- ظرفیت گرمایی ویژه گاز یک بعدی He^3 با در نظر گرفتن یک ویژه مقدار انرژی نسبت به دما

(خط توپر) و مقایسه با حالت بدون ویژه مقدار انرژی (خط چین) در یک چگالی $(n = 0/056 \mu mol / m^2)$

..... ۵۹

شکل ۴-۱۲- ظرفیت گرمایی ویژه گاز یک بعدی He^3 با در نظر گرفتن سه ویژه مقدار انرژی نسبت به دما در

یک چگالی $(n = 0/056 \mu mol / m^2)$ ۵۹

فصل پنجم

شکل ۵-۱- وابستگی دمایی ظرفیت گرمایی شاره هلیوم سه در خلل و فرج با قطر منفذ ۲۸ آنگسترم..... ۷۸

شکل ۵-۲- نمودار تجربی β_0 بر حسب غلظت..... ۷۹

شکل ۵-۳- نمودار γ بر حسب غلظت..... ۸۰

شکل ۵-۴- نمودار β_2 بر حسب غلظت..... ۸۱

فهرست جدول ها

صفحه

عنوان

فصل پنجم

جدول ۵-۱- مقادیر γ و β_2 متناظر با هر غلظت ۸۰

فصل اول

هلیوم سه و هلیوم چهار

مقدمه

هلیوم سبک ترین عنصر پس از هیدروژن است و دارای دو ایزوتوپ پایدار He^3 و He^4 می باشد. لایه $1s$ این اتم در دماهای پایین، پر است. در نتیجه، بر هم کنش بین اتم های هلیوم به صورت نیروی ضعیف واندروالس است. آشفتگی های گرمایی بر این نیروها فایق می آیند و بنابراین هلیوم حتی در صفر درجه کلوین نیز می تواند مایع باشد.

چون در دماهای پایین اتم ها در پایین ترین حالت انرژی خود هستند، طول موج گرمایی دو بروی وابسته به آن ها با فواصل بین اتمی قابل مقایسه است. بنابراین در این دماها اثرات کوانتومی بر اثرات کلاسیکی غالب شده و هلیوم به صورت یک مایع کوانتومی در می آید.

چون اسپین اتم هلیوم چهار صفر است، بنابراین از آمار بوز-اینشتین پیروی می کند و ذره بوزون است، در حالی که اتم هلیوم سه با اسپین $\frac{1}{2}$ ، فرمیون است و از آمار فرمی-دیراک پیروی می کند.

برخی از رفتارهای متفاوت و شگفت انگیز این دو مایع ناشی از تفاوت در آمارهای حاکم بر آن هاست. در این فصل مختصراً به برخی از خواص آن ها اشاره می کنیم.

۱-۱ هلیم سه

هلیم سه در دمای ۳/۳۲ کلوین مایع می شود. رسانندگی گرمایی و ضریب چسبندگی این مایع در زیر ۵۰ میلی کلوین با کاهش دما به سرعت افزایش می یابد، سپس در حدود دمای سه میلی کلوین به ابر شارجه تبدیل می شود. بین دماهای صد میلی کلوین تا دمای گذار به ابر شارگی، T_c می توان آن را مایع فرمی عادی در نظر گرفت [۱].

توجیه خواص فیزیکی هلیم سه در این بازه دمایی توسط لاندائو به صورت «پدیده شناختی» در سال ۱۳۵۳ شمسی ارائه گردید [۲]. مطابق با نظریه مایع فرمی لاندائو مایع هلیم سه در دماهای پایین می تواند توسط یک مدل ساخته شده از گاز کامل با معرفی اثر بر هم کنش های قوی بین این اتم ها، توصیف شود. در هر حال، بر خلاف پتانسیل بین اتمی قوی، بسیاری از خواص هلیم سه در دماهای پایین شبیه خواص یک گاز فرمی با بر هم کنش ضعیف است. نظریه مایع فرمی لاندائو، عبارت هایی را برای کمیت های تجربی بر حسب جرم مؤثر شبه ذره ای و بر هم کنش های بین شبه ذرات به دست می دهد. در این بخش به طور مختصر این نظریه را معرفی و از بین خواص هلیم سه، ظرفیت گرمایی را بررسی می کنیم.

۱-۱-۱ برانگیختگی های اولیه گاز فرمی بدون بر هم کنش

دستگاهی به حجم V متشکل از N فرمیون بدون بر هم کنش، هر کدام به جرم m را در نظر می گیریم. ویژه حالت های کل دستگاه ترکیب پاد متقارنی از N حالت مختلف تک ذره ای هستند. هر تک ذره توسط دو عدد کوانتومی اندازه حرکت \vec{p} و اسپین $\sigma = \pm \frac{1}{2}$ مشخص می شود، تمام ویژه حالت ها توسط تابع توزیع $n_{\vec{p},\sigma}$ که توزیع و نحوه اشغال شدن حالت های تک ذره ای را نشان می دهد توصیف می شود.

بنابراین انرژی کل دستگاه و نیز تعداد کل ذرات چنین است:

$$E = \sum_{\vec{p}} n_{\vec{p}} \frac{p^2}{2m} \quad 1-1$$

$$N = \sum_{\vec{p},\sigma} n_{\vec{p},\sigma}$$

در دمای صفر کلوین حالت های تک ذره ای برای $\langle p_F | \vec{p} | p_F \rangle$ اشغال و برای $\langle p_F | \vec{p} | p_F \rangle$ خالی هستند، که p_F

اندازه حرکت فرمی است و توسط رابطه زیر به چگالی $\frac{N}{V}$ نسبت داده می شود:

$$p_F = \hbar \left(\frac{\pi^2 N}{V} \right)^{1/3} \quad 2-1$$

حال یک ذره به دستگاه اضافه می کنیم. حالت زمینه این دستگاه $N+1$ ذره ای با قرار دادن ذره اضافی در حالتی با اندازه حرکت $p = p_F$ به دست می آید. اختلاف بین انرژی حالت زمینه $E.(N+1)$ و $E.(N)$ برابر است با:

$$E.(N+1) - E.(N) = \frac{\partial E.(N)}{\partial N} = \mu \quad 3-1$$

که در آن مقدار پتانسیل شیمیایی μ به دما بستگی دارد، ولی برای دستگاه های تبهگن انحراف μ از E_F انرژی فرمی از مرتبه $\left(\frac{T}{T_f} \right)^2$ است که در دماهای کم قابل چشم پوشی است [۱، ۳]. رابطه صحیح تعریف μ را بعداً در معادله ۲۰-۱ می نویسیم.

برانگیختگی های اولیه دستگاه بدون برهم کنش، در دمای صفر یا در دمای پایین، با خلق تعداد معینی حفره با $|\vec{p}\rangle \langle p_F|$ و خلق تعداد مساوی از ذرات با $|\vec{p}\rangle \langle p_F|$ به دست می آید. خواص ترمودینامیکی دستگاه توسط این برانگیختگی های اولیه تعیین می شوند. اگر $n_{\vec{p}}$ تابع توزیع ترازمند (تابع فرمی) باشد تابع توزیع حالت برانگیخته عبارتست از:

$$n_{\vec{p}} = n_{\vec{p}}^0 + \delta n_{\vec{p}} \quad 4-1$$

که $\delta n_{\vec{p}}$ معیاری برای انحراف دستگاه از حالت زمینه اش است و اختلاف تابع توزیع یک حالت تک ذره ای را از حالت زمینه اش نشان می دهد. انرژی حالت برانگیخته برابر است با:

$$E - E_0 = \sum_{\vec{p}} \left(p^2 / 2m \right) \delta n_{\vec{p}} \quad 5-1$$

در دمای غیر صفر E_0 انرژی درونی حالت ترازمند است.

از آن جایی که تعداد ذرات ثابت است بنابراین معادله بالا تحت قید زیر می باشد:

$$\delta N = \sum_{\vec{p}} \delta n_{\vec{p}} \quad 6-1$$

روشن است که در دمای T و شرط $k_B T \ll \mu$ فقط ذرات و حفره های نزدیک سطح فرمی به طور گرمایی اشغال می شوند. بنابراین $\delta n_{\vec{p}}$ در ناحیه باریکی به ضخامتی از مرتبه $k_B T / \mu$ نزدیک سطح فرمی دارای مقدار و در جاهای دیگر صفر می باشد. در نتیجه بهتر است که انرژی ها نسبت به پتانسیل شیمیایی اندازه گیری شوند.

این کار با استفاده از انرژی آزاد $F = E - \mu N$ انجام می شود که یک پتانسیل ترمودینامیکی از دستگاه می باشد و با پایستگی ذرات نیز ارتباط دارد. با استفاده از معاله ۱-۵ داریم:

$$F - F_0 = \sum_{\vec{p}} \left(\frac{p^2}{2m} - \mu \right) \delta n_{\vec{p}} \quad 7-1$$

۱-۱-۲ تعریف شبه ذره و شبه حفره

حال یک گاز فرمی بدون برهم کنش را در دمای پایین (پایین در مقایسه با دمای فرمی) در نظر می گیریم و فرض می کنیم برهم کنش های بین ذرات به آهستگی برقرار شود. یعنی عمل آغاز سازی برهم کنش بی دررو است. به گونه ای که اعداد اشغال ترازهای انرژی و بنابراین آنتروپی تغییر نمی کند [۴]. وقتی که برهم کنش کاملاً روشن شد (برقراری برهم کنش کامل شد)، هر تراز انرژی متفاوتی دارد. در این حالت آنچه که تولید شده یک مایع فرمی عادی نامیده می شود. حالت های تک ذره ای توسط همان اعداد کوانتومی گاز بدون برهم کنش، برچسب زده می شوند؛ (برای He^3 یعنی \vec{p} تکانه و σ اسپین) [۵] پس در واقع می توان یک تناظر یک به یک بین حالت های ویژه دستگاه بدون برهم کنش و دستگاه برهم کنش دار برقرار کرد.

حال فرض می کنیم که یک ذره با اندازه حرکت \vec{p} به توزیع ایده آل $n_{\vec{p}}$ اضافه کنیم و دوباره برهم کنش بین ذرات به طور بی دررو روشن شود. با افزایش برهم کنش، ذره مورد نظر ذرات اطرافش را مختل می کند. اگر تغییر برهم کنش به اندازه کافی آهسته افزایش یابد، تمام دستگاه $N+1$ ذره ای در ترازمندی باقی می ماند. وقتی که برهم کنش کاملاً روشن شد، ذره مورد نظر همراه با آشفتگی اطرافش حرکت می کند. در این حال گفته می شود که ذره با ابری از خود-انرژی پوشیده شده است. ذره پوشیده شده را به صورت یک شی مستقل در نظر می گیریم و آن را شبه ذره می نامیم. حالت برانگیخته فوق متناظر است با حالت زمینه حقیقی به اضافه یک شبه ذره با اندازه حرکت \vec{p} . به همین طریق می توان یک شبه حفره با اندازه حرکت \vec{p} که در داخل سطح فرمی است را تعریف کنیم.

از آن جایی که آغاز سازی بی درو یک عمل آهسته است، این نظریه فقط برای حالت هایی با طول عمر بالا به کار می رود. از طرفی یک شبه ذره با انرژی ϵ دارای یک طول عمر متناسب با $\frac{1}{(\epsilon - \epsilon_F)^2}$ است [۶]. بنابراین شبه ذرات فقط برای اندازه حرکت های نسبتاً نزدیک به p_F تعریف می شوند و نظریه مایع فرمی فقط به حالت های برانگیخته با انرژی پایین محدود می شود. به عبارتی این نظریه، یک نظریه دما پایین است.

۳-۱-۱ بسط انرژی آزاد

در نظریه لاندائو، تأکید روی برانگیختگی های اولیه است و بنابراین روی تفاوت $F - F_0$. فرض اصلی این است که $F - F_0$ می تواند به عنوان یک سری تیلور بر حسب بسط داده شود، با توجه به فرمول ۷-۱ داریم:

$$F - F_0 = \sum_{\bar{p}} (\varepsilon_{\bar{p}} - \mu) \delta n_{\bar{p}} \quad ۸-۱$$

که در این جا $\varepsilon_{\bar{p}}$ انرژی شبه ذره و $\delta n_{\bar{p}}$ انحراف تابع توزیع شبه ذره ای از توزیع گاز ایده آل در $T=0$ است. بیشتر خواص هلیوم را می توان فقط با بررسی برانگیختگی ها در لایه ای به پهنای کوچک δ حول سطح فرمی $(\varepsilon_F \pm \delta)$ بررسی کرد. وقتی $\delta n_{\bar{p}}$ غیر صفر باشد، $\varepsilon_{\bar{p}} - \mu$ از مرتبه δ است. بنابراین اختلاف $F - F_0$ در فرمول قبل از مرتبه δ^2 است و بسط ۸-۱ که یک بسط مرتبه اول به نظر می رسد، عملاً یک بسط مرتبه دوم است. بنابراین می توان بسط تیلور تابعی $F - F_0$ را تا مرتبه دوم δn نوشت:

$$F - F_0 = \sum_{\bar{p}} (\varepsilon_{\bar{p}} - \mu) \delta n_{\bar{p}} + \frac{1}{2} \sum_{\bar{p}, \bar{p}'} f_{\bar{p}\bar{p}'} \delta n_{\bar{p}} \delta n_{\bar{p}'} + O(\delta n^3) \quad ۹-۱$$

$\varepsilon_{\bar{p}}$ و $f_{\bar{p}\bar{p}'}$ ضرایب بسط هستند.

با مقایسه روابط ۸-۱ و ۹-۱ داریم:

$$\varepsilon_{\bar{p}} = \varepsilon_{\bar{p}}^0 + \sum_{\bar{p}'} f_{\bar{p}\bar{p}'} \delta n_{\bar{p}'} \quad ۱۰-۱$$

معادله ۱۰-۱ نشان می دهد که وقتی توزیع از حالت ترازمند تغییر می کند، $\delta n_{\bar{p}} \neq 0$ ، انرژی شبه ذره $\varepsilon_{\bar{p}}$ هم تغییر می کند. این اثر ناشی از برهم کنش های بین شبه ذرات است، که توسط تابع $f_{\bar{p}\bar{p}'}$ توصیف می شوند. و این تابع $f_{\bar{p}\bar{p}'}$ بسیاری از خواص مایع را اصلاح می کند. در واقع معادله ۱۰-۱ نشان می دهد که اگر فقط یک شبه ذره برانگیخته شده باشد انرژی $\varepsilon_{\bar{p}}$ دارد. این کمیت برای تعریف جرم مؤثر m^* روی سطح فرمی به کار می رود:

$$\varepsilon_{\bar{p}}^0 = \bar{p}^2 / 2m^* \quad ۱۱-۱$$

فرض می کنیم $f_{\bar{p}\bar{p}'}$ مانند $\varepsilon_{\bar{p}}$ ، در گذار \bar{p} از سطح فرمی پیوسته باشد. در عمل مقادیر، $f_{\bar{p}\bar{p}'}$ فقط به جهت های نسبی \bar{p}, \bar{p}' و به اسپین های $\bar{\sigma}, \bar{\sigma}'$ بستگی دارد.

در غیاب میدان مغناطیسی، دستگاه تحت وارونی زمان ناوردا است و داریم:

$$f_{\bar{p}\bar{\sigma}, \bar{p}'\bar{\sigma}'} = f_{-\bar{p}-\bar{\sigma}, -\bar{p}'-\bar{\sigma}'} \quad ۱۲-۱$$

علاوه بر این، اگر سطح فرمی تحت انعکاس $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ ناوردا باشد، معادله ۱-۱۲ به صورت زیر در می آید:

$$f_{\vec{p}\vec{\sigma}, \vec{p}'\vec{\sigma}'} = f_{-\vec{p}-\vec{\sigma}, -\vec{p}'-\vec{\sigma}'} \quad 13-1$$

در این حال، $f_{\vec{p}\vec{\sigma}, \vec{p}'\vec{\sigma}'}$ فقط به جهت نسبی اسپین های $\vec{\sigma}, \vec{\sigma}'$ بستگی دارد و فقط دو مولفه متناظر با اسپین های موازی و پاد موازی وجود خواهد داشت، می توان آن ها را به صورت زیر نوشت:

$$f_{\vec{p}\vec{\sigma}, \vec{p}'\vec{\sigma}'} = f_{\vec{p}\vec{p}'}^s + \vec{\sigma} \cdot \vec{\sigma}' f_{\vec{p}\vec{p}'}^a \quad 14-1$$

$$f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\uparrow\uparrow} = f_{\vec{p}\vec{p}'}^s + f_{\vec{p}\vec{p}'}^a$$

$$f_{\vec{p}\vec{p}'}^{\uparrow\downarrow} = f_{\vec{p}\vec{p}'}^s - f_{\vec{p}\vec{p}'}^a$$

که در آن $f_{\vec{p}\vec{p}'}^a, f_{\vec{p}\vec{p}'}^s$ به ترتیب، بخش های متقارن اسپینی و پاد متقارن اسپینی بر هم کنش شبه ذره است.

اگر دستگاه همسانگرد باشد، برای \vec{p}, \vec{p}' روی سطح فرمی $f_{\vec{p}\vec{p}'}^a, f_{\vec{p}\vec{p}'}^s$ فقط به ξ زاویه نسبی بین

\vec{p}, \vec{p}' بستگی دارند، می توان آن ها را بر حسب چند جمله ای های لژاندار بسط داد:

$$f_{\vec{p}\vec{p}'}^{s(a)} = \sum_{l=0}^{\infty} f_{\vec{p}\vec{p}'}^{s(a)} p_l(\cos \xi) \quad 15-1$$

مناسب تر است که آن ها را به صورت کمیت های بدون بُعد زیر بنویسیم:

$$F_l^{s(a)} \equiv \sqrt{N(\cdot)} f_l^{s(a)} = \frac{Vm^* p_F}{\pi^{\frac{3}{2}} \hbar^3} f_l^{s(a)} \quad 16-1$$

که در آن $N(\cdot)$ چگالی حالت ها در سطح فرمی است و کمیت های بدون بعد f_l^a, f_l^s معیاری از قدرت بر هم کنش بین شبه ذرات را نسبت به انرژی جنبشی می دهند.

۴-۱-۱ انرژی موضعی یک شبه ذره

حالتی از دستگاه با توزیع معینی از شبه ذرات برانگیخته $\delta n_{\vec{p}}$ را در نظر می گیریم، حال یک شبه ذره اضافی \vec{p} به این دستگاه می افزاییم. طبق ۱-۱۰، انرژی آزاد شبه ذره اضافی برابر است با:

$$\tilde{\varepsilon}_{\vec{p}} - \mu = (\varepsilon_{\vec{p}} - \mu) + \sum_{\vec{p}'} f_{\vec{p}\vec{p}'} \delta n_{\vec{p}'} \quad 17-1$$

این انرژی نقشی اساسی در نظریه لاندائو بر عهده دارد و به آن انرژی موضعی شبه ذره می گویند. در واقع انرژی موضعی به عنوان انرژی شبه ذره ای توصیف می شود. که توسط بر هم کنش آن با دیگر شبه ذرات اصلاح شده است.

۵-۱-۱ توزیع ترازمند شبه ذرات در دمای معین

دستگاهی را در دمای T با پتانسیل شیمیایی μ در نظر می گیریم. با استفاده از ترمودینامیک می توان نوشت [۱]:

$$\mu = \left(\frac{\partial E}{\partial N} \right)_T - T \left(\frac{\partial S}{\partial N} \right)_T \quad 18-1$$

در دمای خیلی پایین، جمله دوم معادله ۸-۱ در مقایسه با جمله اول قابل چشم پوشی است. بنابراین پتانسیل شیمیایی برابر با مشتق E نسبت به N به طور همدم است.

توزیع ترازمند شبه ذرات، $n_p^\circ(T, \mu)$ ، به سادگی با محاسبه تعداد روش هایی که شبه ذرات می توانند حالت های مختلف را اشغال کنند، به دست می آید [۷] که عبارتست از:

$$n_p^\circ(T, \mu) = \frac{1}{1 + e^{(\tilde{\epsilon}_p - \mu) / k_B T}} \quad 19-1$$

که در آن انرژی موضعی $\tilde{\epsilon}_p$ از رابطه ۱۷-۱ پیروی می کند، با δn_p به صورت زیر:

$$\delta n_p = n_p^\circ(T, \mu) - n_p^\circ(\cdot, \mu) \quad 20-1$$

در دماهای بسیار پایین جمله دوم معادله ۱۷-۱ از مرتبه T^4 است، و می توان از آن در مقابل جمله اول که از مرتبه T است صرف نظر کرد [۱]. بنابراین در حد دمای پایین، می توان در توزیع ترازمند ۱۹-۱ $\tilde{\epsilon}_p$ را با ϵ_p جایگزین کرد.

۶-۱-۱ گرمای ویژه هلیوم سه عادی

یکی از خواص ترمودینامیکی تعادلی دستگاه، گرمای ویژه است. برای محاسبه گرمای ویژه هلیوم سه ابتدا آنتروپی را محاسبه می کنیم:

$$S = -k_B \sum_{\bar{p}, \sigma} \left[n_{\bar{p}\sigma} \ln(n_{\bar{p}\sigma}) + (1 - n_{\bar{p}\sigma}) \ln(1 - n_{\bar{p}\sigma}) \right] \quad 21-1$$

$$\delta S = -k_B \sum_{\bar{p}, \sigma} \delta n_{\bar{p}\sigma} \ln \frac{n_{\bar{p}\sigma}}{1 - n_{\bar{p}\sigma}} \quad 22-1$$

که در دو معادله ۲۱-۱ و ۲۲-۱، $n_{\bar{p}\sigma}$ توزیع ترازمند شبه ذرات به صورت زیر است:

$$n_{\bar{p}\sigma} = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_{\bar{p}\sigma} - \mu) / k_B T}} \quad 23-1$$

بنابراین به دست می آوریم:

$$\delta s = \frac{1}{T} \sum_{\bar{p}\sigma} (\varepsilon_{\bar{p}\sigma} - \mu) \delta n_{\bar{p}\sigma} \quad 24-1$$

برای محاسبه $\delta n_{\bar{p}\sigma}$ از معادله ۲۳-۱ نسبت به μ ، $\varepsilon_{\bar{p}\sigma}$ ، T مشتق گیری می کنیم.

$$\begin{aligned} \delta n_{\bar{p}\sigma} &= \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}} \delta \varepsilon_{\bar{p}\sigma} + \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}}{\partial T} \delta T + \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}}{\partial \mu} \delta \mu \\ &= \frac{\partial n_{\bar{p}\sigma}}{\partial \varepsilon_{\bar{p}\sigma}} \left[-\frac{\varepsilon_{\bar{p}\sigma} - \mu}{T} \delta T + \delta \varepsilon_{\bar{p}\sigma} - \delta \mu \right] \end{aligned} \quad 25-1$$

شان داده می شود که جمله $\delta \varepsilon_{\bar{p}\sigma} - \delta \mu$ از مرتبه $T^{\gamma} \ln T$ است [۸، ۱] و در مقابل جمله $\frac{\varepsilon_{\bar{p}\sigma} - \mu}{T}$ که از

مرتبه $\frac{1}{T^{\gamma}}$ است، در دماهای پایین که موضوع بحث ماست، قابل چشم پوشی است.

با قرار دادن رابطه ۲۵-۱ در ۲۲-۱ و تبدیل جمع به انتگرال به دست می آوریم:

$$S = \frac{m^* p_F}{3\hbar^{\gamma}} k_B^{\gamma} T \quad 26-1$$

طبق ترمودینامیک گرمای ویژه چنین است [۷]

$$C_v = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_V \quad 27-1$$

بنابراین

$$C_v = \frac{m^* p_F}{3\hbar^{\gamma}} k_B^{\gamma} T \quad 28-1$$

دیده می شود که در معادله ۲۸-۱ اثرات بر هم کنش فقط از طریق جرم مؤثر وارد شده است.

۲-۱ هلیوم چهار

در سال ۱۳۱۱ شمسی کیسوم^۱ و همکارانش گرمای ویژه هلیوم را در دماهای متفاوت اندازه گیری نمودند و مشاهده کردند که در دماهای نزدیک به ۲/۱۷ کلوین شکل منحنی گرمای ویژه نسبت به دما شبیه حرف λ است و آن را نقطه λ (نقطه گذار) نامیدند [۵]. هلیوم مایع در دماهای زیر ۴/۲ کلوین توسط کاهش فشار بخار بالای ظرف هلیوم، نگه داشته می شود. در نتیجه جوشش تحت فشار کاهش داده شده، اتفاق می افتد. بالای نقطه λ حباب های بخار، مطابق معمول در داخل مایع تشکیل می شوند و تمام مایع آشفته می گردد تا این که حباب ها به سطح آزاد برسند و فرار کنند. از سوی دیگر به محض این که به نقطه λ می رسیم، مایع کاملاً

^۱ - Keesom