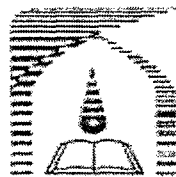


09VV

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

118889



دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده علوم پایه

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد آمار

پیشگویی فضایی بیزی در حضور نقاط
دورافتاده با استفاده از یک مدل گاوسی
تعمیم یافته

توسط

حمیدرضا زارعی فرد

۱۳۸۸ / ۴ / ۱

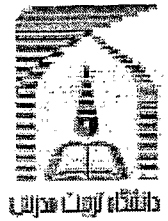
استاد راهنما

دکتر مجید جعفری خالدی

۱۱۴۵۵۲

شهریور ۱۳۸۷

مرکز اسناد و کتابخانه ملی
شبه مدرک



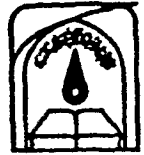
دانشگاه علوم پایه

بسمه تعالی

تاییدیه اعضای هیات داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

اعضای هیات داوران نسخه نهایی پایان نامه آقای حمیدرضا زارعی فرد جهرمی رشته آمار (ریاضی) تحت عنوان: «پیشگویی فضایی بیزی در حضور نقاط دورافتاده با استفاده از مدل گاوسی تعمیم یافته» از نظر فرم و محتوا بررسی نموده و آنرا برای اخذ درجه کارشناسی ارشد مورد تأیید قرار دادند.

اعضای هیات داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر مجید خالدی	استادیار	
۲- استاد ناظر داخلی	دکتر سیدمحمدابراهیم حسینی نسب	استادیار	
۳- استاد ناظر خارجی	دکتر عباس گرامی	دانشیار	
۴- استاد ناظر خارجی	دکتر حمید پزشکی	دانشیار	
۵- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر سیدمحمدابراهیم حسینی نسب	استادیار	



بسمه تعالی

آیین نامه چاپ پایان نامه (رساله) های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان نامه (رساله) های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس، مبین بخشی از فعالیتهای علمی - پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می شوند:

ماده ۱ در صورت اقدام به چاپ پایان نامه (رساله) ی خود، مراتب را قبلاً به طور کتبی به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اطلاع دهد.

ماده ۲ در صفحه سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه)، عبارت ذیل را چاپ کند:
«کتاب حاضر، حاصل پایان نامه کارشناسی ارشد / رساله دکتری نگارنده در رشته آمار است که در سال ۱۳۸۷ در دانشکده علوم پایه دانشگاه تربیت مدرس به راهنمایی سرکار خانم / جناب آقای دکتر خالدی، مشاوره سرکار خانم / جناب آقای دکتر _____ و مشاوره سرکار خانم / جناب آقای دکتر _____ از آن دفاع شده است.»

ماده ۳ به منظور جبران بخشی از هزینه های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ) را به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

ماده ۴ در صورت عدم رعایت ماده ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرس، تأدیه کند.

ماده ۵ دانشجو تعهد و قبول می کند در صورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در ماده ۴ را از محل توقیف کتابهای عرضه شده نگارنده برای فروش، تأمین نماید.

ماده ۶ اینجانب حمیدرضا زاری نژاد دانشجوی رشته آمار مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می شوم.

نام و نام خانوادگی: حمیدرضا زاری نژاد

تاریخ و امضا: ۵ آذر ۸۷

آیین‌نامه حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهشهای علمی

دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه:

با عنایت به سیاست‌های پژوهشی و فناوری دانشگاه در راستای تحقق عدالت و کرامت انسانها که لازمه شکوفایی علمی و فنی است و رعایت حقوق مادی و معنوی دانشگاه و پژوهشگران، لازم است اعضای هیأت علمی، دانشجویان، دانش‌آموختگان و دیگر همکاران طرح، در مورد نتایج پژوهشهای علمی که تحت عنوان پایان‌نامه، رساله و طرحهای تحقیقاتی با هماهنگی دانشگاه انجام شده است، موارد زیر را رعایت نمایند:

ماده ۱- حق نشر و تکثیر پایان‌نامه/رساله و درآمدهای حاصل از آنها متعلق به دانشگاه می‌باشد ولی حقوق معنوی پدیدآورندگان محفوظ خواهد بود.

ماده ۲- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان‌نامه / رساله به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجامع علمی باید به نام دانشگاه بوده و با تایید استاد راهنمای اصلی، یکی از اساتید راهنما، مشاور و یا دانشجوی مسئول مکاتبات مقاله باشد. ولی مسئولیت علمی مقاله مستخرج از پایان‌نامه و رساله به عهده اساتید راهنما و دانشجو می‌باشد.

تبصره: در مقالاتی که پس از دانش‌آموختگی بصورت ترکیبی از اطلاعات جدید و نتایج حاصل از پایان‌نامه/رساله نیز منتشر می‌شود نیز باید نام دانشگاه درج شود.

ماده ۳- انتشار کتاب و یا نرم‌افزار و یا آثار ویژه حاصل از نتایج پایان‌نامه / رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی کلیه واحدهای دانشگاه اعم از دانشکده‌ها، مراکز تحقیقاتی، پژوهشکده‌ها، پارک علم و فناوری و دیگر واحدها باید با مجوز کتبی صادره از معاونت پژوهشی دانشگاه و براساس آئین‌نامه‌های مصوب انجام شود.

ماده ۴- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی و یا ارائه یافته‌ها در جشنواره‌های ملی، منطقه‌ای و بین‌المللی که حاصل نتایج مستخرج از پایان‌نامه/رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با هماهنگی استاد راهنما یا مجری طرح از طریق معاونت پژوهشی دانشگاه انجام گیرد.

ماده ۵- این آیین‌نامه در ۵ ماده و یک تبصره در تاریخ ۸۷/۴/۱ در شورای پژوهشی و در تاریخ ۸۷/۴/۲۳ در

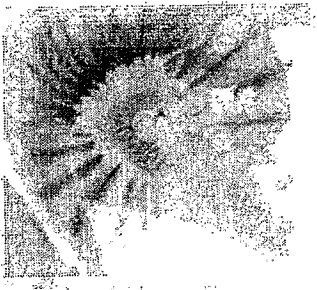
هیأت‌رئیس دانشگاه به تایید رسید و در جلسه مورخ ۸۷/۷/۱۵ شورای دانشگاه به تصویب رسیده و از تاریخ

تصویب در شورای دانشگاه لازم‌الاجرا است.



تقدیم

به او که خواهد آمد، در روزی ابری، با چتری به پهنای آسمان، به رنگ عدالت و به روشایی خورشید.



و به پر بهاترین کنج های گیتی که بود نم مدیون

وجودشان و شدنم مرهمون شعورشان است:

یگانه آموزگار عشق، فداکاری و محبت، مادرم.

یگانه آموزگار کوشش، ایستادگی و مودت، پدرم.

قدردانی

«آن که سپاس بندگان را بجا نیاورد، آفریدگار را سپاس گزار نبوده»

«و کونند سپاس خدای را که ما را بدین راه، نمون شد و اگر خدا را سپر نبود، هرگز راه نمی یافتیم.» (اعراف، ۴۳)

سپاس و ستایش معبود بجز آنکه پر تو الطاف بی شمارش بر بخلت بخت زندگی ام آشکار است. حمد و شامی گزارم اورا که فطرت و اندیشه را در بستر روح روان ساخت و بهره گیری از خوان گسترده دانش استادم را نصیب و روزی ام گردانید. اتقان و سپاس می گزارم تلاش ها، زحمات و راهنمایی های ظریف، ارزشمند و بی شائبه استاد فرزانه و گرانمایه ام، جناب دکتر مجید جعفری خالدی را که با حمیت و جدیت، مرابہ دقت، اندیشه، دکن و تعمق و امی داشتند.

و در نهایت از بهر ای و مهدی خانواده ام که همیشه بهدل و راهنمای من در تمامی مراحل زندگی بوده اند، صمیمانه تشکر می نمایم.

حمید رضا زارعی فرد بهرمی

شهریور ۱۳۸۷

پیشگویی فضایی بیزی در حضور نقاط دورافتاده با استفاده از یک مدل

گاوسی تعمیم یافته

چکیده

تحلیل داده‌های فضایی معمولاً تحت فرض نرمال بودن آنها انجام می‌شود. این در حالی است که چنین فرضی اغلب در عمل برقرار نمی‌باشد. گاهی اوقات نرمال نبودن داده‌ها از وجود داده‌های دورافتاده یا پرت ناشی می‌شود. در حقیقت وجود چنین داده‌هایی موجب می‌شود که دم‌های توزیع ضخیم‌تر شوند. لذا در این حالت نمی‌توان از توزیع نرمال که دم‌های باریکتری دارد، استفاده کرد. در آمار کلاسیک، یک راه حل برای این مسئله، استفاده از توزیع‌های ترکیب مقیاسی از نرمال است که دارای دم‌های ضخیم‌تری نسبت به توزیع نرمال می‌باشند.

در این پایان نامه تعمیمی از مدل فضایی گاوسی مبتنی بر توزیع‌های ترکیب مقیاسی از نرمال معرفی می‌شود. سپس ضمن بررسی ویژگی‌های این مدل، با اتخاذ روش بیزی، توزیع پیشین و پسین پارامترها تعیین شده و پیشگویی بیزی بدست می‌آید. لازم به ذکر است که برای انجام محاسبات لازم، مانند نمونه‌گیری از توزیع پسین و تعیین فاکتور بیزی به منظور شناسایی داده‌های پرت، روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکوفی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در پایان، نحوه‌ی کاربست مدل با استفاده از مثال‌های کاربردی و شبیه‌سازی ارائه شده و عملکرد آن ارزیابی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: داده‌های فضایی دورافتاده، توزیع‌های ترکیب مقیاسی از نرمال، مدل گاوسی تعمیم یافته، رهیافت بیزی، روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکوفی، فاکتور بیزی.

فهرست مندرجات

۱	تعاريف و مفاهيم مقدماتى	۱
۱ مقدمه	۱.۱
۴ تعاريف	۲.۱
۴ داده‌هاى فضايى	۱.۲.۱
۷ پيوستگى و مشتق پذيرى ميدان تصادفى	۲.۲.۱
۸ تغييرنگار	۳.۲.۱
۸ مدلبندى تابع همبستگى فضايى	۴.۲.۱
۱۰ مشاهدات دور افتاده	۳.۱
۱۱ روش‌هاى استوار	۱.۳.۱
۱۵ خانواده‌ى توزيع‌هاى تركيب مقياسى از نرمال	۲.۳.۱

ب

۱۶ تحلیل بیزی	۳.۳.۱
۲۳ فاکتور بیزی	۴.۳.۱

۲ بکارگیری توزیع‌های ترکیب مقیاسی از نرمال به منظور تحلیل

۳۰

رگرسیون بیزی

۳۱ مدل رگرسیونی	۱.۲
۳۳ رهیافت بسامدی	۲.۲
۳۵ رهیافت بیزی	۳.۲
۳۷ رگرسیون بیزی با خطاهای نرمال	۱.۳.۲
۴۲ رگرسیون بیزی برای خطاهای ترکیب مقیاسی از نرمال	۲.۳.۲
۴۵ پیشگویی بیزی و محاسبات پسینی	۳.۳.۲
۵۰ توزیع پیشین متغیرهای ترکیب کننده	۴.۳.۲
۵۴ شناسایی داده‌های پرت	۴.۲

۳ یک مدل فضایی مبتنی بر توزیع ترکیب مقیاسی از نرمال و تحلیل

۵۶

بیزی آن

۵۷ مدل فضایی گاوسی	۱.۳
۵۹ رهیافت بیزی	۱.۱.۳
۶۶ مدل فضایی گاوسی تعمیم یافته	۲.۳
۷۰ ویژگی‌های مدل GLG	۱.۲.۳
۷۲ تحلیل بیزی مدل GLG	۳.۳
۷۵ پیشگویی فضایی بیزی	۱.۳.۳
۸۵ شناسایی داده‌های پرت	۴.۳

۴ کاربرد و ارزیابی مدل *GLG* به منظور پیشگویی و شناسایی

۸۸	داده‌های پرت	
۸۹ مثال شبیه‌سازی	۱.۴
۹۴ مثال‌های کاربردی	۲.۴
۹۴ داده‌های دما	۱.۲.۴
۹۹ داده‌های آلودگی شهر تهران	۲.۲.۴

۱۰۳ بحث و نتیجه گیری ۳.۴

۱۱۲

الف برنامه های S-Plus

لیست جداول

۹۲ میانگین (انحراف استاندارد) پسین در حالت داده‌های پرت ملایم	۱.۱.۴
۹۲ میانگین (انحراف استاندارد) پسین در حالت داده‌های پرت قوی	۲.۱.۴
۹۲	ارزیابی مدل گاوسی و GLG برای پیشگویی فضایی بر اساس معیار $MSPE$	۳.۱.۴
۹۳ فاکتور بیزی برای مشاهدات انتخاب شده	۴.۱.۴
۹۵ داده‌های ماکسیمم دما	۵.۲.۴
۹۸ میانگین (انحراف استاندارد) پسین برای پارامترهای روند	۶.۲.۴
۹۸ میانگین (انحراف استاندارد) پسین برای تعدادی از پارامترهای غیر روندی	۷.۲.۴

- ۸.۲.۴ فاکتور بیزی برای مشاهدات انتخاب شده ۹۹
- ۹.۲.۴ موقعیت جغرافیایی ۱۱ ایستگاه سنجش آلودگی هوا در تهران ۱۰۱
- ۱۰.۲.۴ معیارهای تعیین داده‌ی دور افتاده برای ایستگاه ۱۰۲

لیست اشکال

- ۱.۱.۴ محل قرار گرفتن موقعیت‌های نمونه‌ای ۸۹
- ۲.۱.۴ نمودار دوره‌ی داغیدن برخی از پارامترهای مدل در حالت داده‌های پرت
ملایم و قوی ۹۱
- ۳.۲.۴ محل قرارگیری ایستگاههای سنجش آلاینده‌های هوا در شهر تهران ۱۰۰
- ۴.۲.۴ نمودار دوره‌ی داغیدن تعدادی از پارامترها ۱۰۱

تعاریف و مفاهیم مقدماتی

۱.۱ مقدمه

مدل رگرسیونی با خطاهای نرمال، یک مدل ساده برای تحلیل آماری داده‌ها از جمله داده‌های فضایی بشمار می‌رود. در واقع این فرض باعث سادگی تحلیل‌ها از قبیل پیشگویی می‌شود. اما اغلب توزیع داده‌ها چوله بوده و یا دارای دم‌های ضخیم‌تر از نرمال می‌باشد. ضمن آنکه ممکن است داده‌ها گسسته باشند. در این حالت فرض نرمال بودن آنها صحیح نیست. تاکنون در مقالات رهیافت‌های مختلفی برای حل این گونه مسائل ارائه شده است. در داده‌های رگرسیون کلاسیک، باکس و کاکس (۱۹۶۴) با فرض آنکه تبدیلی از داده‌ها نرمال باشد، یک مدل نرمال تبدیل یافته را پیشنهاد کردند. در آمار فضایی نیز دی‌الیویرا و همکاران (۱۹۹۷) با فرض آنکه تبدیلی از داده‌ها نرمال باشد، یک مدل گاوسی تبدیل یافته را پیشنهاد کردند. ضمن آنکه کیم و هوانگ (۲۰۰۳) از توزیع چوله گاوسی برای مدل‌بندی داده‌های فضایی ناگوسی استفاده کردند. دیگل و همکاران (۱۹۹۸) نیز برای هنگامی که مشاهدات گسسته می‌باشند، یک مدل خطی تعمیم یافته را مورد

استفاده قرار دادند.

یکی از عوامل تخطی از فرض نرمال بودن مشاهدات، داده‌های پرت می‌باشد. در واقع حضور این داده‌ها منجر به ضخامت دم‌های توزیع و بزرگی ضریب کشیدگی می‌شود. لذا در این حالت نمی‌توان از توزیع نرمال که دم‌های باریکتری دارد، استفاده کرد. به طور کلی شناسایی و مدل‌بندی داده‌های پرت یکی از مشکلاتی است که آماردانان از دیرباز با آن روبه‌رو بوده‌اند و تاکنون رویکردهای مختلفی برای غلبه بر مشکلات ناشی از حضور این مشاهدات ارائه شده است. از آن جمله می‌توان به روش‌های استوار اشاره کرد. در این روش‌ها تحت فرض نرمال بودن مشاهدات ارائه‌ی یک تحلیل استوار مورد نظر می‌باشد. اما ممکن است یک مشاهده‌ی دورافتاده به همان‌گویی که برای بقیه‌ی داده‌ها برقرار است، متعلق باشد. در این حالت بکارگیری توزیع‌هایی که دارای دم‌های ضخیم‌تر از توزیع نرمال می‌باشند، می‌تواند رهگشا باشد. این موضوع اولین بار توسط جفری (۱۹۶۱) مورد بررسی قرار گرفت. مارونا (۱۹۷۶) و لانگ و همکاران (۱۹۸۹) برای مدلی که در آن خطاها از توزیع t -استیودنت پیروی می‌کنند، برآورد ماکزیمم درست‌نمایی را مورد بررسی قرار دادند. وست (۱۹۸۴) نیز از خانواده‌ی توزیع‌های ترکیب مقیاسی از نرمال برای مدل‌بندی داده‌های پرت استفاده کرد. فرناندز و استیل (۲۰۰۰) نیز با معرفی توزیع‌های پیشین ناسره برای مدل وست، وجود توزیع پسین و گشتاورهایش را بررسی کردند. در زمینه‌ی داده‌های زمین آماری نیز پالاسیوس و استیل (۲۰۰۶) مدلی مبتنی بر توزیع‌های ترکیب مقیاسی از نرمال معرفی کردند و رهیافت بیزی را برای تحلیل‌ها بکار بردند.

در این پایان‌نامه ابتدا یک مدل رگرسیونی خطی با خطاهای مستقل و نرمال معرفی می‌شود. با توجه به اینکه حضور داده‌های دورافتاده نتایج حاصل از این مدل را به شدت تحت تاثیر قرار می‌دهد، با استفاده از خانواده‌ی توزیع‌های ترکیب مقیاسی از نرمال مدل رگرسیون خطی تعمیم داده

می‌شود. در واقع این مدل از ترکیب خطای نرمال با متغیری تحت عنوان متغیر ترکیب کننده حاصل می‌شود. برای استنباط آماری مدل، با توجه به پیچیدگی فرم تابع درست‌نمایی و مشکلات ناشی از رهیافت بسامدی، رهیافت بیزی مورد تاکید قرار می‌گیرد. در این خصوص، براساس دو نوع توزیع پیشین برای پارامترهای مدل استنباط بیزی انجام می‌شود. اما از آنجا که در هر دو حالت توزیع پسین متناظر دارای فرم تحلیلی نمی‌باشد، لذا برای انجام محاسبات بیزی الگوریتم‌های نمونه‌گیری از قبیل روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکوفی و روش‌های باز نمونه‌گیری استفاده می‌شود. بعلاوه از آنجا که توزیع متغیر ترکیب کننده یکی از موضوعات مهم در این خصوص بشمار می‌رود، برآورد بیز تجربی توزیع متغیر ترکیب کننده را با استفاده از الگوریتم EM تعیین می‌کنیم. این موضوعات در فصل دوم پایان نامه بررسی می‌شود.

در فصل سوم پایان نامه نیز، به طریق مشابه با حالت رگرسیون کلاسیک، مدل گاوسی به حالتی که در آن توزیع باقیمانده‌ها از خانواده‌ی توزیع‌های ترکیب مقیاسی از نرمال هستند تعمیم داده می‌شود. در ادامه خوش تعریفی میدان تصادفی حاصل و ویژگی‌های آن بررسی می‌شود. با توجه به فرم پیچیده‌ی تابع درست‌نمایی، از رهیافت بیزی برای تحلیل‌ها استفاده می‌شود. با توجه به اینکه بررسی وجود توزیع پسین و گشتاورهای متناظر با پیشین‌های ناسره برای پارامترهای این مدل بسیار مشکل است، از پیشین‌های سره برای پارامترهای مدل استفاده می‌شود. در ادامه با ترکیب تابع درست‌نمایی با توزیع پیشین پارامترها، توزیع پسین تعیین شده و براساس آن تحلیل بیزی مدل از جمله پیشگویی فضایی بیزی انجام می‌شود. لازم به ذکر است که در این فصل نیز برای انجام محاسبات بیزی روش‌های مونت کارلوی زنجیر مارکوفی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

از آنجا که مدل تعمیم یافته قادر به مدل‌بندی داده‌های پرت است، لذا برای انجام تحلیل‌ها نیازی به تعیین آنها نیست. با این وجود ارائه‌ی روشی که این مشاهدات پرت را تعیین کند، می‌تواند

جالب توجه باشد. لذا در فصول ۲ و ۳ روش‌هایی برای شناسایی داده‌های دور افتاده براساس سه معیار امید پسینی متغیر ترکیب کننده، ناحیه‌ی بیشترین چگالی پسین^۱ و فاکتور بیزی ارائه خواهد شد. سرانجام در فصل ۴ نحوه‌ی کاربست مدل براساس داده‌های شبیه‌سازی شده و داده‌های واقعی ارائه شده و عملکرد آن ارزیابی می‌شود. در ادامه به ارائه تعاریف و مفاهیمی پرداخته می‌شود، که در این پایان‌نامه مورد نیاز هستند.

۲.۱ تعاریف

در این بخش برخی از مفاهیم آمار فضایی بیان می‌شود.

۱.۲.۱ داده‌های فضایی

داده‌های فضایی به داده‌هایی گفته شود که وابستگی آنها ناشی از موقعیت و مکان قرار گرفتن آنها در فضایی مورد مطالعه است. دو ویژگی عمده‌ی این داده‌ها، نمایش هر داده با موقعیتش در فضای مورد مطالعه و همبستگی فضایی آنها می‌باشد. معمولاً داده‌های فضایی که از موقعیت‌های مجاور جمع‌آوری می‌شوند، همبستگی بیشتری دارند و با افزایش فاصله بین موقعیت داده‌ها، همبستگی کاهش می‌یابد. داده‌های فضایی براساس این که موقعیت‌های فضایی و متغیرهای تصادفی مرتبط به چه صورت باشند، به ۳ گروه تقسیم می‌شوند. اگر داده‌ها در موقعیت‌های ثابت مشاهده شوند و متغیر مورد مطالعه پیوسته یا گسسته باشد، داده‌ها را زمین آماری، در صورتی که داده‌ها مربوط به مکانهای ناحیه‌ای باشند داده‌های شبکه‌ای و هنگامی که موقعیت خود یک متغیر تصادفی باشد،

^۱Highest Posterior Density

الگوی نقطه‌ای نامیده می‌شوند.

برای مدل سازی داده‌های فضایی به منظور تحلیل آنها از یک میدان تصادفی مانند $Z(\cdot) = \{Z(x); x \in D\}$ استفاده می‌شود، که در آن D می‌تواند پیوسته و به صورت زیر مجموعه‌ای از فضای اقلیدسی R^d ، $d \geq 1$ ، یا گسسته و به صورت زیر مجموعه‌ای از Z^d باشد. توابع میانگین، واریانس، تغییرنگار، کوواریانس و همبستگی میدان تصادفی $Z(\cdot)$ به ترتیب به

صورت

$$\mu(x) = E(Z(x))$$

$$\sigma^2(x) = \text{Var}(Z(x)) = E[Z(x) - \mu(x)]^2$$

$$\gamma(x, y) = \text{Cov}(Z(x), Z(y))$$

$$C(x, y) = \text{Cov}(Z(x), Z(y)) = E[(Z(x) - \mu(x))(Z(y) - \mu(y))]$$

$$\rho(x, y) = \text{Corr}[Z(x), Z(y)] = \frac{C(x, y)}{C(x)C(y)} \quad (1.2.1)$$

تعریف می‌شوند.

هر میدان تصادفی را می‌توان به صورت

$$Z(x) = \mu(x) + \delta(x) \quad (2.2.1)$$

تجزیه کرد، که در آن $\mu(\cdot)$ تغییرات مقیاس بزرگ یا روند و $\delta(\cdot)$ تغییرات مقیاس کوچک یا باقیمانده نامیده می‌شود. عبارت روند ناشی از تغییرپذیری موقعیتهای مختلف بوده، اما باقیمانده از تغییرپذیری در موقعیت مورد مشاهده یا خطای اندازه‌گیری ناشی می‌شود. در تحلیل داده‌های فضایی فرض‌هایی از جمله مانایی و همسانگردی میدان تصادفی برای سادگی مسئله در نظر گرفته