



دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده مهندسی مکانیک

تحلیل خستگی و شکست در چرخنده ها به  
کمک روش اجزاء محدود

رضا افتخاری و کیلی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در

رشته مهندسی مکانیک

استاد راهنما: دکتر علیرضا گوهری ازارکی

۳۹۹۳ / ۲

آبان ۱۳۷۷

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## تقدیم به:

پدر و مادر،

به پاس تشویق و حمایت‌های بی‌دریغشان.

در این پروژه رفتار الاستیک - پلاستیک فیلتهای چرخنده تحت بارهای نوسانی و یکنواخت و به کمک تحلیل اجزاء محدود بررسی شده است و تغییرات تنش‌ها و کرنش‌ها در مسیرهای مختلف روی دندان در ناحیه الاستیک و پلاستیک به صورت نمودارهای متعدد ارائه شده است. در تحلیل برای ارتباط دادن تنش با نمو کرنش‌های پلاستیک از قانون جریان Prandtl - Reuss همراه با معیار تسلیم Von - Mises استفاده شده است. برای مدل کردن رفتار تنش - کرنش الاستیک - پلاستیک یکنواخت و نوسانی از سه مدل ساده الاستیک - کاملاً پلاستیک (EPP)، الاستیک با سختی ایزوتروپیک (EIH) و الاستیک با سختی سینماتیک (EKH) استفاده شده است و نتایج بدست آمده با مقادیر برآورده شده توسط قوانین تنش - کرنش ناچ (NSSC Rules) مورد مقایسه قرار گرفتند و رابطه عددی مناسب از روی نتایج حاصل ارائه گردیده است. در ادامه نتایج تحلیل در منطقه الاستیک با نتایج آزمایشگاهی فتوالاستیسیته مقایسه شده است.

در این پروژه کلیه نتایج بر حسب خواص ماده نمالیز شده‌اند بطوریکه می‌توان از آنها برای دیگر مواد دی که دارای رفتار تنش - کرنش و ابعاد هندسی مشابه باشند استفاده نمود.

## تقدیر و تشکر

ضمن سپاس بیکران خداوند، بر خود لازم می‌دانم، از استاد ارجمند آقای دکتر گوهری انارکی که با راهنماییهای خود نظارت بر این پایان‌نامه را عهده داشته‌اند صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم.

همچنین از مسئولین آزمایشگاه CAD/CAM و آزمایشگاه مواد مرکب، اساتید محترم هیئت داوران و کلیه دوستانی که اینجانب را در انجام این پروژه یاری داده‌اند سپاسگزارم.

آبان. ۱۳۷۷

## فهرست عناوین

۲	(۱ - ۱) مقدمه	فصل اول:
۴	(۱ - ۲) مروری بر کارهای انجام شده	
۴	(۱ - ۲ - ۱) مجموعه مقالات مربوط به ناچ‌ها	
۷	(۱ - ۲ - ۲) مجموعه مقالات مربوط به چرخنده‌ها	
۹	(۲ - ۱) مروری بر کلیات چرخنده‌های ساده	فصل دوم:
۱۱	(۲ - ۲) رفتار غیر خطی ماده الاستوپلاستیک	
۱۲	(۲ - ۳) معیارهای تسلیم ماده (Yeild Creterion)	
۱۳	(۲ - ۳ - ۱) معیار تسلیم فون میزر (Von Mises)	
۱۴	(۲ - ۳ - ۲) معیار تسلیم ترسکا (tresca)	
۱۵	(۲ - ۳ - ۳) معیار تسلیم مور کولمب (Mohr - Coulomb)	
۱۵	(۲ - ۳ - ۴) معیار تسلیم دراگر - پراگر (Drucker - Prager)	
۱۷	(۲ - ۴) معیارهای سخت‌شوندگی (معیار کار سختی یا کرنش سختی)	
۱۸	(۲ - ۴ - ۱) مدل پلاستیک کامل Perfectly Plastic	
۱۸	(۲ - ۴ - ۲) مدل سخت‌شوندگی ایزوتروپیک (Isotropic Hardening)	
۲۰	(۲ - ۴ - ۳) مدل سخت‌شوندگی سینماتیک (Kinematic Hardening)	
۲۱	(۲ - ۴ - ۴) مدل سخت‌شوندگی مرکب (Mixed Hardening)	
۲۱	(۲ - ۵) روابط تنش - کرنش، الاستیک - پلاستیک	
۲۳	(۲ - ۶) سخت‌شوندگی الاستیک-پلاستیک ماده	
۲۳	تحت‌بارگذاری تک محوری	
۲۵	(۲ - ۷) روشهای تخمین عمر بروز ترک مهندسی در قطعات ناچدار	
۲۷	(۲ - ۷ - ۱) مدل الاستیک با سخت‌گردانی سینماتیک (EKH)	
۲۸	(۲ - ۷ - ۲) مدل الاستیک با سخت‌گردانی ایزوتروپیک (EIH)	
۳۱	(۳ - ۱) کاربرد روشهای عددی در حل تقریبی مسائل مهندسی	فصل سوم:
۳۱	(۳ - ۱ - ۱) روش تفاضل محدود (FDM)	
۳۲	(۳ - ۱ - ۲) روش المان محدود (FEM)	

- ۳۲..... روش المان مرزی (BEM) (۳-۱-۳)
- ۳۳..... مقایسه روشهای عددی (۳-۲)
- ۳۴..... روش اجزاء محدود (المان محدود) (۳-۳)
- ۳۶..... اصل می‌نیمم انرژی پتانسیل و کاربرد آن (۳-۴)
- ۳۶..... در روش اجزاء محدود (۳-۴)
- ۴۰..... حل معادلات غیر خطی در روش اجزاء محدود (۳-۵)
- ۴۱..... روش تکرار مستقیم (۳-۵-۱)
- ۴۴..... روش نیوتن رافسون (روش سختی مماسی) (۳-۵-۲)
- ۴۶..... روش نیوتن - رافسون بهبود یافته (روش سختی اولیه) (۳-۵-۳)
- ۴۷..... معیار همگرایی (۳-۶)
- ۴۷..... ۱- معیار جابجائی: (۳-۶)
- ۴۷..... ۲- معیار نیرو: (۳-۶)
- ۴۸..... ۳- معیار انرژی: (۳-۶)
- ۴۹..... ۴-۷ محاسبه جابجائی، کرنش و تنش در مسائل (۳-۶)
- ۴۹..... الاستیک - پلاستیک (۳-۶)
- ۵۷..... ۴-۱ مقدمه (فصل چهارم:)
- ۵۷..... ۴-۲ مشخصات هندسی دندانه (فصل چهارم:)
- ۵۸..... ۴-۳ مدلسازی چرخنده در اجزاء محدود (فصل چهارم:)
- ۶۰..... ۴-۴ تحلیل اجزاء محدود (فصل چهارم:)
- ۶۱..... ۴-۵ نحوه بارگذاری (فصل چهارم:)
- ۶۲..... ۴-۶ شرایط مرزی (فصل چهارم:)
- ۶۳..... ۴-۷ معیارهای همگرایی (فصل چهارم:)
- ۶۴..... ۴-۸ تحلیل الاستیک - پلاستیک (فصل چهارم:)
- ۶۴..... ۴-۸-۱ محاسبه تنش و کرنش اسمی (فصل چهارم:)
- ۶۵..... ۴-۸-۲ نتایج تحلیل الاستیک - پلاستیک روی دندانه (فصل چهارم:)
- ۶۹..... ۴-۸-۳ اثر ضخامت دندانه در رفتار تنش - کرنش ناچ (فصل چهارم:)
- ۷۰..... ۴-۸-۴ اثر نوع بارگذاری (استاتیکی و نوسانی) و مدل رفتار تنش - کرنش ساده (فصل چهارم:)
- ۸۰..... ۴-۹ مقایسه نتایج آنالیز اجزاء محدود با روابط عددی (فصل چهارم:)
- ۸۲..... ۴-۱۰ مقایسه نتایج آنالیز اجزاء محدود با آزمایش فتوالاستیسیته (فصل چهارم:)
- ۸۲..... ۴-۱۰-۱ آشنائی با فتوالاستیسیته (فصل چهارم:)

۸۳	.....	۲ - ۱۰ - ۴) آزمایش فتوالاستیسیته
۸۳	.....	۳ - ۱۰ - ۴) نتیجه آزمایش
۸۷	.....	۱ - ۵) نتیجه گیری فصل پنجم:
۸۷	.....	۲ - ۵) پیشنهادهائی جهت تحقیقات آینده
۹۸		مراجع



## فهرست تصاویر

		فصل دوم.....
۱۰	شکل (۱ - ۲) نمایش مشخصات چرخنده.....	
۱۴	شکل (۲ - ۲) نمایش دویعدی معیارهای تسلیم ترسکا و فون میزر.....	
۱۴	(a) نمایش در صفحه p (b) نمایش مهندسی.....	
۱۵	شکل (۲ - ۳) نمایش دایره مور معیار تسلیم مور کولمب.....	
۱۶	شکل (۲ - ۴) نمایش هندسی سطوح.....	
۱۷	شکل (۲ - ۵) نمایش دو بعدی معیارهای تسلیم.....	
۱۷	مور - کولمب و دراگر - پراگر در صفحه p.....	
۲۰	شکل (۲ - ۶) مدلهای ریاضی برای نمایش رفتارهای مختلف.....	
۲۰	سخت‌شوندگی کرنشی.....	
۲۲	شکل (۲ - ۷) نمایش هندسی شرط تعامد طبق نظریه قانون جریان مربوطه.....	
۲۵	شکل (۲ - ۸) رفتار سخت‌گردانی کرنش الاستوپلاستیک.....	
۲۵	برای حالت تک محوری.....	
۲۶	شکل (۲ - ۹) پروسه برآورد عمر بروز ترک در قطعات ناچدار.....	
۲۸	شکل (۲ - ۱۰) تئوریهای ارائه شده برای اثر باوشینگر.....	
۲۹	شکل (۲ - ۱۱) مدلهای مختلف رفتار تنش - کرنش سیکلی ماده.....	
		فصل سوم.....
۴۳	شکل (۳ - ۱) منحنی تنش - کرنش و روش تکرار مستقیم.....	
۴۵	شکل (۳ - ۲) الگوریتم حل به روش نیوتن رافسون برای مسئله یک متغیره.....	
۴۶	شکل (۳ - ۳) الگوریتم حل مسئله به روش.....	
۵۱	شکل (۳ - ۴) تغییرات نمو تنش در حالتی که قبلاً تسلیم به وقوع پیوسته است.....	
۵۲	شکل (۳ - ۵) تغییرات تنش در حالتی که برای اولین بار تسلیم اتفاق می‌افتد.....	
۵۴	شکل (۳ - ۶) فرآیند اصلاح (کاهش) تنش برای رسیدن به سطح تسلیم.....	
		فصل چهارم.....

- شکل (۱ - ۴) نمایش مش ریز و درشت در مدل ..... ۵۹
- شکل (۲ - ۴) مقایسه تنشهای معادل در فیلتهای برای مش بندی ریز و درشت ..... ۵۹
- شکل (۳ - ۴) مدل دندان با پهنای  $b = 1$  ..... ۶۰
- شکل (۴ - ۴) نمایش مدل دندان با اعمال شرایط مرزی ..... ۶۳
- شکل (۵ - ۴) نمایش مسیرهای مختلف روی دندان ..... ۶۴
- شکل (۸ - ۴) تغییرات تنشهای معادل نرمالایز شده در ..... ۶۷
- الف) سمت راست دندان      ب) سمت چپ دندان ..... ۶۷
- شکل (۹ - ۴) تغییرات تنشهای طولی نرمالایز شده در ..... ۶۸
- الف) سمت راست دندان      ب) سمت چپ دندان ..... ۶۸
- شکل (۱۰ - ۴) تغییرات تنشهای معادل و طولی در ریشه دندان ..... ۶۸
- شکل (۱۱ - ۴) تغییرات کرنشی پلاستیک نرمالایز شده ..... ۶۹
- در فیلتهای فشاری و کششی و منطقه زیربار ..... ۶۹
- شکل (۱۲ - ۴) تغییرات کرنش معادل کل نرمالایز شده در ..... ۶۹
- الف) فیلت راست      ب) فیلت چپ ..... ۶۹
- شکل (۱۳ - ۴) تغییرات تنش معادل و کرنش ..... ۷۰
- معادل فیلت فشاری در امتداد ضخامت دندان ..... ۷۰
- شکل (۱۴ - ۴) تغییرات ضرائب  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  برحسب  $\gamma$  برای فیلت فشاری ..... ۷۱
- تحت بارگذاری استاتیکی براساس ماکزیمم تنش و کرنش معادل ..... ۷۱
- شکل (۱۵ - ۴) تغییرات ضرائب  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  برحسب  $\gamma$  برای فیلت فشاری ..... ۷۲
- تحت بارگذاری استاتیکی براساس ماکزیمم تنش و کرنش طولی ..... ۷۲
- شکل (۱۶ - ۴) تغییرات ضرائب  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  برحسب  $\gamma$  برای فیلت کششی ..... ۷۲
- تحت بارگذاری استاتیکی براساس ماکزیمم تنش و کرنش معادل ..... ۷۲
- شکل (۱۷ - ۴) تغییرات ضرائب  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  برحسب  $\gamma$  برای فیلت کششی ..... ۷۳
- تحت بارگذاری استاتیکی براساس ماکزیمم تنش و کرنش طولی ..... ۷۳
- شکل (۱۸ - ۴) تغییرات ضرائب  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  برحسب  $\gamma$  برای فیلت فشاری ..... ۷۳
- تحت بارگذاری استاتیکی ..... ۷۳
- شکل (۱۹ - ۴) تغییرات ضرائب  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  برحسب  $\gamma$  برای فیلت کششی ..... ۷۴
- تحت بارگذاری استاتیکی ..... ۷۴
- شکل (۲۰ - ۴) رفتار تنش معادل - کرنش پلاستیک معادل نوسانی ..... ۷۵
- شکل (۲۲ - ۴) تغییرات تنش معادل و کرنش معادل کل ..... ۷۷

- در حین بارگذاری و باربرداری در تنش‌های اسمی مختلف. ۷۷
- شکل (۲۳ - ۴) تغییرات  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  بر حسب  $\gamma$  برای فیلته فشاری. ۷۸
- تحت بارگذاری نوسانی براساس ماکزیمم تنش - کرنش معادل. ۷۸
- شکل (۲۴ - ۴) تغییرات  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  بر حسب  $\gamma$  برای فیلته فشاری. ۷۸
- تحت بارگذاری نوسانی براساس ماکزیمم تنش - کرنش طولی. ۷۸
- شکل (۲۵ - ۴) تغییرات  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  بر حسب  $\gamma$  برای فیلته کششی. ۷۹
- تحت بارگذاری نوسانی براساس ماکزیمم تنش - کرنش معادل. ۷۹
- شکل (۲۶ - ۴) تغییرات  $K_{\sigma}$  و  $K_{\epsilon}$  بر حسب  $\gamma$  برای فیلته کششی. ۷۹
- تحت بارگذاری نوسانی براساس ماکزیمم تنش - کرنش طولی. ۷۹
- شکل (۲۷ - ۴) مقایسه کرنش پیش‌بینی شده توسط روش. ۸۱
- اجزاء محدود و قوانین عددی با سختی‌های کرنشی متفاوت. ۸۱
- شکل (۳۱ - ۴) مقایسه تنش پیش‌بینی شده توسط روش. ۸۵
- اجزاء محدود و آزمایش فتوالاستیته در فیلته فشاری. ۸۵
- شکل (۳۲ - ۴) مقایسه تنش پیش‌بینی شده توسط روش. ۸۵
- اجزاء محدود و آزمایش فتوالاستیته در فیلته کششی. ۸۵

## فهرست علائم

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ . . . . . کرنش‌های محوری	E . . . . . مدل الاستیسیته
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ . . . . . کرنش‌های برشی	$E_{eff}$ . . . . . مدول الاستیسیته مؤثر
$\sigma_m$ . . . . . تنش تسلیم	$E_p, E_T$ . . . . . مدل پلاستیسیته
$\sigma_a$ . . . . . تنش اسمی	$E_s$ . . . . . مدول سکانت
$\sigma_{eq}$ . . . . . تنش معادل	G . . . . . مدول برشی
$\gamma$ . . . . . نسبت تنش اسمی به تنش تسلیم	$I_1, I_2, I_3$ . . . . . نامتغیرهای تنش
$\beta$ . . . . . میزان سختی کرنشی	$I'_1, I'_2, I'_3$ . . . . . نامتغیرهای تنش انحرافی
$\nu$ . . . . . ضریب پواسون	$K_t$ . . . . . ضریب تمرکز تنش هندسی
$\sigma_{ij}$ . . . . . مولفه‌های تنش	$K_\sigma$ . . . . . ضریب تمرکز تنش پلاستیک
$\varepsilon_{ij}$ . . . . . مولفه‌های کرنش	$K_\varepsilon$ . . . . . ضریب تمرکز کرنش الاستیک - پلاستیک
$\sigma_m$ . . . . . تنش هیدروستاتیکی	p . . . . . گام دایره‌ای
$\varepsilon^e_{ij}$ . . . . . مولفه‌های کرنش الاستیک	P . . . . . گام قطری
$\varepsilon^p_{ij}$ . . . . . مولفه‌های کرنش پلاستیک	a . . . . . اندازه سردنده
{ $\sigma$ } . . . . . تانسور تنش	b . . . . . اندازه پای دنده
{ $\varepsilon$ } . . . . . تانسور کرنش	N . . . . . تعداد دندانه
$\varphi$ . . . . . زاویه فشار	Q . . . . . تابع پتانسیل پلاستیک
EPP . . . . . مدل الاستیک کاملاً پلاستیک	$H'$ . . . . . تاج سخت شونده‌گی
EKH . . . . . مدل الاستیک با سختی سینماتیک	$\pi$ . . . . . انرژی پتانسیل کل
EIH . . . . . مدل الاستیک با سختی ایزوتروپیک	U . . . . . انرژی کرنشی
FEM . . . . . روش المانهای محدود	W . . . . . کار
	m . . . . . نمای قانون intermedia
	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ . . . . . تنش‌های محوری
	$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ . . . . . تنش‌های برشی

## فصل اول :

مقدمه و مروری بر کارهای انجام شده

## ۱-۱) مقدمه

در اکثر قطعات مکانیکی، ناپیوستگیهای هندسی (از قبیل شیار، جاخار، رزوه و ...) وجود دارند که اصطلاحاً ناچ (notch) نامیده می‌شوند. ناچها عامل ایجاد تمرکز تنش هندسی بسیار بالائی در ریشه خود می‌باشند به طوری که ابتدا باعث ایجاد بروز ترکهای ریز و سپس پیشروی ترکها می‌گردند. در محدوده الاستیک، میزان افزایش تنش در ناچ را نسبت به تنش اسمی با ضریبی به نام ضریب تمرکز تنش هندسی  $K_t$  بیان می‌کنند اصولاً ضریب تمرکز تنش هندس برای اجسام نرم در مقابل بارهای استاتیکی از اهمیت خاصی برخوردار نمی‌باشد. زیرا به علت ایجاد منطقه خمیری (پلاستیک) در اطراف ناچ، توزیع تنش نسبت به حالت الاستیک کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر وجود منطقه پلاستیک در محل ناچ موجب رها شدن تمرکز تنش به میزان قابل ملاحظه‌ای می‌گردد و لذا در طراحی معضلی ایجاد نمی‌کند. اما در مورد اجسام نرم تحت بارهای دینامیکی تمرکز تنش از اهمیت بالائی برخوردار است. همچنین در اجسام شکننده تحت بارهای استاتیکی، ضریب تمرکز تنش هندسی حائز اهمیت می‌باشد. در هر حال برای تخمین زمان بروز ترکهای ریز مهندسی، به شدت به میزان محدودیت منطقه پلاستیک در اطراف ناچ بستگی دارد.

چرخنده‌ها در معرض مدهای شکست زیادی هستند که سه تا از آنها به خستگی

فلزات بستگی دارد [۱۰]:

۱ - خستگی ناشی از پوسته شدن نزدیک خط دایره گام Spalling Fatigue

۲ - خستگی ناشی از حفره شدن نزدیک خط دایره گام Pitting Fatigue

۳ - خستگی خمشی در ریشه دندانه.

که در این پایان نامه به دلیل اهمیت خستگی خمشی در ریشه دندانه مورد بررسی قرار

می‌گیرد.

امروزه تخمین زمان بروز ترک در محل ناچ از روش آزمایش قطعات اصلی

(Prototype Testing) بسیار گران است. همچنین تخمین عمر با استفاده از روشهای

عددی نظیر روش المانهای محدود نیز بسیار وقت گیر و گران قیمت می باشد. از این رو محققین بسیاری سعی به ارائه تئوریه‌ها و روشهای ساده تری نموده اند. این روشها بر مبنای استفاده از روابط تنش - کرنش بحرانی بر اساس تنش - کرنش اسمی می باشند. این روشها بسیار مفید بوده و طراحی سریع و ارزان قیمتی را به همراه دارد.

در این پروژه صحت یا عدم صحت این تئوریه‌ها برای چرخنده‌ها با ضخامتهای مختلف تحت بارهای استاتیکی و نوسانی و برای سختی کرنشی صفر تا یک  $(1, 0.2, 0.1, 0.05, 0)$  مورد بررسی قرار می گیرد. این تحقیق از طریق روش المانهای محدود و با استفاده از کد غیر خطی نرم افزار NISAII انجام می شود. تحلیل الاستیک (خطی) بر اساس معادلات هوک می باشد و تحلیل الاستیک، پلاستیک (غیر خطی) با استفاده از قانون جریان Parentl - Rauss آمیخته با معیار تسلیم Von Mises انجام می گیرد. رفتار استاتیکی ماده توسعه سه مدل کاملاً الاستیک  $(\beta = 1)$  و الاستیک کاملاً پلاستیک  $(\beta = 0)$  و الاستیک با سختی کرنشی  $(0 < \beta < 1)$  بیان شده و برای رفتار سیکلی ماده، سه مدل EIH, EKH, Epp در نظر گرفته شده است. مدل‌های مورد استفاده به گونه ای هستند که رفتار تنش - کرنش طیف وسیعی از مواد مهندسی را در بر می گیرد.

به طور کلی پایان نامه مطالب زیر را در بر می گیرد:

فصل اول، به مقدمه و مروری بر کارهای انجام شده توسعه محققین مختلف در مورد موضوع مرتبط با پایان نامه اختصاص دارد: نتایج تعدادی از این کارها، برای مقایسه و بحث و نتیجه گیری نهائی در فصل آخر مورد استفاده قرار گرفته است.

در فصل دوم، علاوه بر مروری بر کلیات چرخنده‌ها، تئوریه‌ها و معادلات حاکم بر رفتار الاستیک و الاستیک پلاستیک مورد تشریح شده اند. همچنین تئوریه‌های ارائه شده برای فرموله کردن چگونگی تغییرات تنش - کرنش بحرانی در محل ناچ به طور خلاصه مطرح گردیده اند. فصل سوم به تشریح چگونگی حل معادلات الاستیک (خطی) و الاستیک - پلاستیک (غیر خطی) از روش المانهای محدود پرداخته شده است.

فصل چهارم به بررسی رفتار الاستیک - پلاستیک دندانه مورد مطالعه تحت بارگذاری