بسم الله الرحمن الرحيم

**دانشگاه صنعتی اصفهان**

دانشکده مهندسی مکانیک

# بررسی ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد با خواص تابعی(FGM) با در نظر گرفتن جابه‌جایی‌های اولیه ، اثرات حرارتی و فشاری

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک-طراحی کاربردی

**بهروز میرشفیعی**

استاد راهنما

**دکتر حسن نحوی**

۱۳۹۰

**دانشگاه صنعتی اصفهان**

دانشکده مهندسی مکانیک

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی مکانیک طراحی کاربردی آقای بهروز میرشفیعی تحت عنوان

# بررسی ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد باخواص تابعی(FGM) با در نظر گرفتن جابه‌جایی‌های اولیه ، اثرات حرارتی و فشاری

در تاریخ ۹۰/۱۱/۲۵ توسط کمیته‌ی تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت.

| | |
|---|---|
| ۱- استاد راهنمای پایان‌نامه | دکتر حسن نحوی |
| ۲- استاد مشاور پایان‌نامه | دکتر حسن حدادپور |
| ۳- استاد داور | دکتر حسن موسوی |
| ۴- استاد داور | دکتر مصطفی غیور |
| سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده | دکتر محمدرضا سلیم‌پور |

بر خود لازم می‌دانم که از آقایان دکتر حسن نحوی استاد راهنما و مهندس سعید محمودخانی دانشجوی دکترای مهندسی هوافضا-سازه دانشگاه صنعتی شریف تشکر کنم که بدون راهنمایی ایشان این پایان‌نامه با این کیفیت به پایان نمی‌رسید.

**کلیه‌ی حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه (رساله) متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.**

تقدیم به:

مادر عزیزم که همیشه همدم و یاور من بوده است.

## فهرست مطالب


**عنوان** **صفحه**

فهرست مطالب.....هفت

جدول قراردادها.....نه

چکیده..... ۱

فصل اول: مقدمه ۳

۱-۱- روش های تولید مواد FG..... ۴

۱-۱-۱- روش متالوژی پودر..... ۴

۱-۱-۲- روش پوشش دهی..... ۵

۱-۱-۲-الف- روش پاشش پلاسما..... ۵

۱-۱-۲-ب روش الکتروفرمینگ..... ۶

۱-۱-۲-ج- رسوب گذاری با بخار..... ۶

۱-۲-تاریخچه کارهای انجام شده..... ۶

۱-۳- اهمیت موضوع..... ۸

**۱-۴-محتوای فصل‌های بعدی**..... ۹

فصل دوم:مقدمه‌ای بر تئوری پوسته‌ها ۱۰

۲-۱-روابط کرنش-جابه‌جایی..... ۱۳

فصل سوم:تعریف مسئله و فرمول‌بندی ۱۵

۳-۱-تعریف مسئله ..... ۱۵

۳-۲ مدل‌سازی خواص مادهFG ..... ۱۷

۳-۴-روابط استفاده شده برای استخراج معادلات کلی پوسته.. ..... ۱۹

فصل چهارم: استخراج معادلات ۲۴

۴-۱-معادلات کلی پوسته..... ۲۴

۴-۲ معادلات استاتیکی..... ۲۵

۴-۳-معادلات دینامیکی ..... ۲۵

فصل پنجم:حل مسئله و بررسی نتایج ۲۷

۵-۱-اعتبارسنجی ..... ۲۷

۵-۲- حل دمایی.... ..... ۲۸

۵-۳- تحلیل استاتیکی ..... ۳۰

۵-۴- روش گالرکین ..... ۳۸.
۵-۵- تابع‌های جابه‌جایی ..... ۳۹
۵-۵-۱ تابع‌های جابه‌جایی برای ۸ تکیه‌گاه ..... ۴۰
۵-۵-۱-الف- تکیه‌گاه ساده ..... ۴۰
۵-۵-۱-ب-تکیه‌گاه گیردار ..... ۴۱
۵-۶-تحلیل دینامیکی ..... ۴۲
۵-۷- شیوه اعمال قیدهای مختلف ..... ۴۵
۵-۸-اثرات n در فرکانس طبیعی برای $SS_3$ ..... ۴۶
۵-۹-همگرایی برای mهای مختلف ..... ۴۷
۵-۱۰ کاهش فرکانس در اثر افزایش دما ..... ۴۸
۵-۱۱- بررسی یک نمونه فرکانس‌های مختلف برای تکیه‌گاه ساده کلاسیک ..... ۴۹
۵-۱۲ -اثرات افزایش N روی فرکانس‌های طبیعی برای شرایط مرزی SS3 و دو حالت FG ..... ۵۱
۵-۱۳ -اثرات افزایش N در فرکانس طبیعی کمینه برای ۴ قید داخل صفحه‌ای برای حالت $FG_1$ ..... ۵۲
۵-۱۴- بررسی اثرات جابه‌جایی اولیه ..... ۵۳
فصل شش: نتیجه گیری ۵۵
۶-۱- نتیجه‌گیری ..... ۵۵
۶-۳- پیشنهادات ..... ۵۶
پیوست ..... ۵۷
مراجع ..... ۶۷
چکیده انگلیسی ..... ۷۱

# جدول قراردادها

| نام ریاضی | فارسی |
|---|---|
| N | ضریب توانی Power law exponent |
| n | شماره موج محیطی Circumferential wave number |
| m | شماره موج طولی Axial wave number |
| $A_{ij}$ | سختي طولي extensional stiffness |
| $B_{ij}$ | سختي كوپلي coupling stiffness |
| $C_{ij}$ | سختي خمشي bending stiffness |
| $T_m$ | دمای سطح فلز |
| $T_c$ | دمای سطح سرامیک |
| $T_{in}$ | دمای سطح داخلی پوسته |
| $T_{out}$ | دمای سطح خارجی پوسته |
| h | ضخامت پوسته |
| R | شعاع پوسته |
| L | طول پوسته |
| $FG_1$ | ماده‌ی FG نوع اول(سطح داخل فلز و سطح خارج سرامیک) |
| $FG_2$ | ماده‌ی FG نوع دوم (سطح داخل سرامیک و سطح خارج فلز) |
| $P_m$ | فشار داخل پوسته |
| $SS_1, SS_2, SS_3, SS_4$ | انواع مختلف تکیه‌گاه‌های ساده |
| $CS_1, CS_2, CS_3, CS_4$ | انواع مختلف تکیه‌گاه‌های گیردار |
| $E_{FG}, E_m, E_c$ | مدول یانگ |
| $M_{ss}, M_{s\theta}, M_{\theta\theta}$ | ممان منتجه( Moment resultant ) |
| $N_{ss}, N_{s\theta}, N_{\theta\theta}$ | تنش منتجه(Stress resultant) |
| $P_{FGM}, P_i$ | ویژگی ماده(general material properties) |
| $V_{f_i}$ | ضریب حجمی (Volume fraction) |
| $\omega_U, \omega_V, \omega_W$ | فرکانس طبیعی شعاعی،محیطی و طولی(Axial,Circumferential,Radial frequencies) |
| $\rho_m, \rho_c, \rho_{FG}$ | چگالی فلز، سرامیک و ماده FG |
| $\upsilon_m, \upsilon_c, \upsilon_{FG}$ | نسبت پواسان |
| $\zeta$ | طول بدون بعد $\pi s / L$ |

**چکیده**

در این تحقیق از روش تحلیلی برای بررسی ارتعاشات آزاد پوسته‌ی استوانه‌ای ساخته شده از مواد با خواص تابعی(FG) تحت فشار داخلی و اثرات حرارتی استفاده شده است. برای حل مسئله از کدنویسی در نرم افزار MAPLE11 استفاده شده است. ماده‌ی FG استفاده شده در این پایان‌نامه از فولاد ضد زنگ و سرامیک ساخته شده است. سطح داخلی کاملا از فولاد و سطح خارجی کاملا از سرامیک می‌باشدتابتواند دمای بالای خارجی را تحمل کند. خواص ریز ماده‌ها هر کدام تابع دما می‌باشد، برای حل مسئله ابتدا خواص فلز و سرامیک به صورت تابعی از دما تعریف شده‌است. سپس حل دمایی مسئله به صورت حل یک بعدی هدایت حرارتی در طول ضخامت برای ماده با استفاده از سری‌ها صورت گرفته است. با استفاده از تئوری پوسته لاو بین جابه‌جایی‌ها،کرنش‌ها و تنش‌ها رابطه‌ی موجود نوشته شده است. و تنش‌های ناشی از فشار داخلی و تنش حرارتی به دست آمده است.

برای حل استاتیکی از حل دقیق معادله دیفرانسیل استفاده شده است. جابه جایی‌های محوری و شعاعی ناشی از تنش حرارتی به صورت حل استاتیکی بررسی شده‌اند.

پاسخ مسئله به صورت مجموع حل استاتیکی و دینامیکی بررسی شده است. اثرات تنش‌ها و جابه‌جایی‌های استاتیکی در حل دینامیکی بررسی شده‌است.چهار نوع تکیه‌گاه ساده در این کار بررسی شده است.برای این تکیه‌گاه‌ها فرکانس‌های شعاعی،محیطی و طولی همراه با مود شیپ‌های مربوطه به دست آمده است.با افزایش تعداد جملات فرکانس‌های طبیعی بالاتر بررسی شده است. در ادامه با افزایش دما،تغیرات فرکانس‌های طبیعی و مود شیپ‌ها بررسی شده ، در انتها برای اعتبار سنجی، برای تکیه‌گاه ساده کلاسیک تنش محوری افزایش داده شده است و بار محوری را برای فرکانس طبیعی صفر، معادل کمانش یافته شده و دقت کار به دست آمده است.

کلمات کلیدی: ۱- پوسته استوانه‌ای ۲-مواد با خواص تابعی ۳-ارتعاشات آزاد ۴- جابه جایی اولیه ۵- اثرات حرارتی ۶- فشار داخلی

# فصل اول
## مقدمه

مواد با عملکرد درجه بندی شده(FGM) گروه جدیدی از مواد هستند که برای استفاده در دمای بالا و شرایطی که یک قطعه بایستی خواص متفاوتی در قسمت های مختلف داشته باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این شرایط استفاده از مواد با خواص ثابت کارایی لازم را نداشته و این باعث ایجاد موادی شده که دارای خواصی متغیر به صورت تابعی هستند. به خاطر تغییرات تدریجی در میکروساختارهای این مواد، تغییرات خواص به صورت تدریجی بوده و مشکل عدم تطابق در سطوح تماس در دو ماده مختلف که در بارگذاری های مختلف و در تغییرات دمایی در ماده نقش منفی خود را در استحکام و طول عمر نشان می‌دهند، از بین خواهد رفت.

کاربرد پوسته‌های استوانه‌ای در صنایع فضایی مانند ساخت بدنه فضاپیماها می‌باشد، که در معرض تنش حرارتی و گرادیان دما می‌باشند.

بسیاری از مواد با خواص تابعی متغیر از ترکیبی از سرامیک و فلز ساخته شده اند. می توان این مواد را به گونه ای ساخت که در قسمت هایی که نیاز به قابلیت تحمل دماهای بالا و مقاومت به سایش است. درصد سرامیک بالا بوده و خواص ماده به خواص سرامیک نزدیک باشد و از طرف دیگر در قسمت هایی که نیاز به استحکام زیاد است درصد فلز بیشتر و خواص ماده به خواص فلز شباهت داشته باشد.

این مواد به خاطر خواص ذکر شده در بالا دارای کاربردهای فراوانی در صنایع مربوط به مهندسی مکانیک، هوافضا و عمران هستند و به خاطر خواص دمایی و مکانیکی مناسب، دارای پتانسیل بالایی برای استفاده در بسیاری از زمینه ها هستند.

در صنایعی که سازه در مجاورت دماهای بسیار بالا قرار دارد استفاده از مواد همگن که خواسته های طراح را برآورده کنند بسیار مشکل است. در حرارت های زیاد، فلزات و آلیاژهای فلزی به شدت در معرض اکسیداسیون، خوردگی، خزش و ... قرار می گیرند و این در حالیست که استفاده تنها از مواد با خواص ترمودینامیکی مطلوب همچون سرامیکها بسیاری از خواص مورد نظر در طراحی مانند چقرمگی و استحکام بالا را برآورده نمی کنند. برای رفع این مشکل از فلزات یا مواد مرکب با پوشش عایق حرارتی استفاده می شود ولی تغییر ناگهانی خواص ترمودینامیکی از لایه ای به لایه دیگر در مواد مرکب موجب افزایش تنش های حرارتی و ایجاد ترک در سطوح مشترک و گسیختگی سازه در تغییرات دمایی بالا می شود. از این رو در سال های اخیر دستیابی به موادی که دارای تغییرات یکنواخت خواص مکانیکی و حرارتی در راستای ضخامت باشند، مورد توجه محققان قرار گرفته است. به این مواد در اصطلاح علمی Functionally Graded Materials یا به اختصار FGM گفته می شود. مواد FG در زمره مواد همسانگرد[۱] و غیر همگن[۲] قرار دارند که خصوصیات آنها به طور پیوسته از یک نقطه به یک نقطه دیگر تغییر می کند. در بیشتر آنها، ماده سرامیکی به عنوان پوشش محافظ در برابر حرارت روی سازه فلزی که دارای چقرمگی و استحکام و دیگر خواص مطلوب طراحی است، قرار می گیرد. تغییرات تدریجی و پیوسته نسبت حجمی مواد سازنده FGMها موجب جلوگیری از تغییر ناگهانی خواص ترمودینامیکی بین پوشش سرامیکی و فلز شده و موجب کاهش تنش های حرارتی و تنش های پس ماند در سطح تماس پوشش و فلز می شوند. متداول ترین کاربرد مواد FG در فضاپیماها، توربین های گاز، پوشش مقاوم در برابر سایش و خوردگی در ابزار برش، چرخ دنده ها، بلبرینگ ها و ... است. مواد با روکش پلاسما، راکتورهای هسته ای، مواد دندان سازی، اورتوپدی، حس گرهای الکتریکی، ترموژنراتورها، ابزار برش، خطوط تخلیه موتور، سطوح سازه های هوایی و فضایی، کوره ها، صنعت الکترونیک و مواد نوری از دیگر موارد کاربرد مواد FG هستند.

مواد FG اولین بار در سال ۱۹۸۴ توسط گروهی تحقیقاتی در سندای ژاپن به عنوان مواد تحمل کننده دما، ارائه شدند. عمده مقالات ارائه شده در این زمینه از سال ۱۹۹۰ و بعد از آن بوده است. در حال حاضر تحقیق و پژوهش بر روی این مواد به شدت در حال افزایش بوده و انتظار می رود در سال های آتی کاربردهای آن در صنعت بیش‌تر متداول شود.

---

[۱] Isotropic

[۲] inhomogeneous

## ۱-۱- روش های تولید مواد FG

تا به امروز روش های متعددی برای تولید مواد FG توسعه داده شده است که به طور کلی در سه گروه روش های ترکیب کردنی[۳]، روش های همگن سازی[٤] و روش های مجزا سازی[٥] دسته بندی می شوند[1].

۱- ترکیب کردنی: در روش های ترکیب کردنی، ماده FG به طور لایه به لایه و با در نظر گرفتن توزیعی مناسب برای اجزای سازنده، ساخته می شود. در این روش، تغییرات تدریجی ماده، با کامپیوتر قابل کنترل است و امکان ایجاد هر گونه تغییر تدریجی وجود دارد. پیشرفت های صورت گرفته در زمینه فن آوری اتوماسیون در دهه اخیر، استفاده از این روش را از لحاظ فنی و اقتصادی ممکن ساخته است.

۲- روش همگن سازی: در این روش ، تغییرات ناگهانی در سطح مشترک بین دو ماده مختلف، از طریق انتقال مواد تغییرات به صورت تدریجی ایجاد می شود.

۳- روش مجزا سازی: ماده ای که به طور ماکروسکوپیک همگن است از طریق انتقال ماده به وسیله میدانی خارجی مانند میدان الکتریکی یا میدان گرانش تبدیل به ماده FG می شود. در این دو روش بر خلاف روش ترکیب کردنی، امکان ایجاد هر گونه تغییر تدریجی در خواص وجود ندارد[1]. در ادامه تعدادی از روش های ترکیب کردنی معرفی می شوند.

### ۱-۱-۱- روش متالوژی پودر

روش متالوژی پودر که برای تولید مواد FG به‌کار می‌روند، به طور کلی شامل تشکیل ساختاری از پودر با تغییرات تدریجی مورد نظر در درصد حجمی اجزا و سپس استفاده از روش های جامد سازی مانند پرس سرد، لختسازی[٦] بدون فشار و پرس گرم در قالب بسته، جهت تراکم آن هستند[۲]. این روش را می توان یکی از متداول ترین روش های تولید مواد FG دانست. زیرا با استفاده از روش هایی که در طول دهه های گذشته در زمینه متالوژی پودر و سرامیک توسعه یافته اند امکان تولید پودر بسیاری از فلزات و آلیاژها و مواد سرامیکی وجود دارد و هم‌چنین تبدیل ماده ای به ذرات بسیار کوچک، شرایط مناسبی را برای ایجاد تغییرات تدریجی دلخواه فراهم می نماید. شایان ذکر است که در این روش امکان نفوذ همزمان فازهای تشکیل دهنده در صورت کوتاه تر بودن زمان نفوذ[۷] از زمان تولید می تواند مشکل ساز شود مگر آنکه ماده FG بسیار نازک باشد[2].

از چالش های اصلی در تولید مواد FG با استفاده از روش متالوژی پودر، چگونگی ایجاد تغییرات تدریجی در ساختار اولیه تشکیل شده از پودر است. روش های متنوعی در این زمینه ارائه شده که شامل روش های دستی تا

---

[۳] Constitutive

[٤] Homogenizing

[٥] Segregating

[٦] Sintering

[۷] Diffusion Time

روش های نیازمند سیستم های با فن آوری بالا است. در زمینه مواد FG تک جهته که خواص آن‌ها تنها در یک جهت تغییر می کند روش های دستی متعددی برای ایجاد خواص تدریجی ارائه شده که از پر کاربردترین این روش ها، تهیه لایه های جداگانه با ترکیب یکنواخت و سپس انباشتن این لایه ها بر روی یکدیگر است. برای تولید مواد FG تک جهته، چندین روش اتوماتیک نیز توسعه یافته است. از جمله این روش ها می توان به روش گریز از مرکز برای تراکم پودر اشاره کرد که برای ساخت اجسام استوانه ای شکل به کار می رود. در این روش پودرها از سه مخزن با سرعت هایی که توسط کامپیوتر کنترل می شود به داخل مخلوط کن عمودی تغذیه می شوند و از آنجا پودرهای مخلوط شده به مرکز قالبی دوار پاشیده می شوند. در این روش تاکید بر اختلاط سریع پودرها به منظور ایجاد اطمینان از سرعت عملکرد بالای دستگاه می باشد. قبل از توقف چرخش موم تزریق می گردد تا پودرها را در جای خود نگه دارد[2].

### ۱-۱-۲- روش پوشش دهی

در بسیاری از کاربردها، لایه های FG می توانند نقش ماده واسط بهینه‌ای را بین جزء توده ای و پوشش خارجی که از سایر اجزا در مقابل شرایط نامناسب دمایی، خوردگی و فرسایش محافظت می کند، ایفا کنند. روش های متعددی از پوشش دهی برای تولید مواد FG ارائه شده که در تعدادی از آنها امکان تولید سازه با ضخامت های زیاد وجود دارد. اما این روش ها با توجه به هزینه های بالا و حفره های زیادی که باقی می ماند، چندان کاربرد ندارند. روش های پوشش دهی در واقع جزء روش های ترکیب کردنی هستند که در آنها امکان کنترل تغییرات تدریجی ترکیبات به وسیله دستگاه های تغذیه گاز، مایع و یا پودر، که به وسیله کامپیوتر کنترل می شوند، وجود دارد. همانند روش متالوژی پودر، پدیده نفوذ نباید باعث بر هم زدن تغییرات تدریجی اولیه ایجاد شده شوند. در روش های معمول پوشش دهی از قبیل پاشش پلاسما[۸]، الکتروفرمینگ[۹] و رسوب گذاری با بخار[۱۰]، زمان تولید به اندازه کافی کوتاه بوده و در نتیجه پدیده نفوذ اتفاق نمی افتد. در ادامه تعدادی از روش های تولید مواد FG با روش پوشش دهی معرفی می‌شوند.

#### ۱-۱-۲-الف- روش پاشش پلاسما

در این روش فلز و مواد دیر گداز به وسیله تفنگ پلاسما تبدیل به ذرات پودر با دما و سرعت بالا شده، سپس با نسبت های از قبل تعیین شده از طریق کنترل سرعت تغذیه، مواد پودر شده به هم می چسبند. در این روش سرعت بالای ذرات ، موجب صاف شدن قابل توجه ذرات پودر ذوب شده در اثر فشار بر روی زیر لایه جامد می شود که این ویژگی موجب کاهش حفره های باقی مانده در پوشش ته نشین شده نهایی می شود[2].

---

[۸] Plasma spray

[۹] Electroforming

[۱۰] Vapor Deposition

### ۱-۱-۲-ب- روش الکتروفرمینگ

در این روش از پدیده الکتروشیمیایی برای تولید ماده FG استفاده می شود. بدین صورت که فلز به عنوان آند انتخاب و ذرات سرامیک به محلول الکترولیت اضافه می شوند. از طریق تغییر چگالی جریان الکتریکی و یا تغییر نسبت های حجمی در سوسپانسیون، پوشش بر روی کاتد ته نشین می شود. از این روش برای تولید مواد FG فلز-فلز و فلز-سرامیک استفاده می شود. عیب این روش مدت زمان زیاد مورد نیاز برای تولید ماده با ضخامت زیاد است. این زمان برای تولید پوششی با ضخامت ۸ میکرومتر تا ۳۰ روز می رسد[2].

### ۱-۱-۲-ج- رسوب گذاری با بخار

این روش شامل رسوب گذاری چند فلز بخار شده و با اعمال همزمان اتم های کربن یا نیتروژن در فاز گازی است. واکنش بین اتم های فلزی و اتم های کربن یا نیتروژن به منظور تشکیل مخلوط کنترل شده از فلز و نیترید یا کاربید مربوط به آن می شود. با تغییر تراکم گازهای واکنش پذیر در طول زمان، سازه با تغییرات تدریجی خواص تولید می شود. مزیت اصلی این روش امکان تولید لایه های بسیار نازک با شیب تغییرات زیاد ترکیبات است هر چند که دماهای بسیار بالا در این روش موجب کاهش پایداری ماده FG می شود[2].

## ۱-۲-تاریخچه کارهای انجام شده

پاره‌ای از مقالاتی که در این زمینه انتشار یافته اند به بررسی ارتعاشات یا کمانش پوسته های استوانه ای با خواص متغییر پرداخته اند که در زیر به تعدادی از آن ها اشاره شده است.

پرادهان و همکاران[3]در مقاله ای که به عنوان مرجع بسیاری از مقالات قرار گرفته است، ارتعاشات آزاد پوسته استوانه ای FGM را مورد بررسی قرار داده و فرکانس های طبیعی آن را به دست آورده اند، ماده ترکیبی ازفولاد ضدزنگ و زیرکونیا است و تغییرات خواص به صورت تدریجی درراستای ضخامت و بر اساس کسر حجمی مواد و به صورت تابع نمایی است. تاثیرات قیود تکیه گاهی وکسر حجمی بر روی فرکانس های طبیعی پوسته استوانه ای بررسی شده و خواص سیستم پس از تحلیل، مشابه پوسته های استوانه ای ایزوتروپیک به دست آمده و از تئوری پوسته لاو و روش ریلی برای به دست آوردن معادلات استفاده شده است.

لوی و همکاران[4] ارتعاشات پوسته های استوانه ای FG که ترکیبی از فولاد ضدزنگ و نیکل است را مورد بررسی قرار داده اند. خواص به صورت تابع نمایی در راستای ضخامت تغییر می کندو تاثیر ضرایب حجمی اجزا در فرکانس های طبیعی مورد بررسی قرار گرفته است. در این جا نیز از تئوری پوسته لاو استفاده شده است و مقادیر ویژه با استفاده از روش ریلی ریتز به دست آمده است. حدادپور و همکاران[5] ارتعاشات آزاد پوسته های استوانه ای دارای خواص متغیر و تابع دما برای چهار نوع قید داخل صفحه‌ای را بررسی کرده‌اند. خواص مواد به صورت تابع نمایی در راستای ضخامت تغییر می کند. اثرات افزایش دما با فرض دمای ثابت در داخل پوسته و دمای بالا و متغیر در سطح خارجی و با فرض انتقال حرارت هدایتی در راستای ضخامت بررسی شده است. ابتدا از حل استاتیکی برای یافتن جابه جایی‌های اولیه ناشی از تنش‌های حرارتی استفاده شده و سپس حل دینامیکی مسئله ارائه شده‌است. برای به‌دست آوردن معادلات حرکت از حل تحلیلی و اصل همیلتون استفاده شده و از حل دقیق و روش گالرکین برای حل معادلات استفاده شده است. ژاو و همکاران[6] پاسخ استاتیکی و ارتعاشات آزاد مواد با

خواص متغیر را با فرض تغییرات خواص به طور پیوسته در راستای عمق با روش کپ–ریتزو با استفاده از تئوری تغییر شکل مرتبه اول ساندرز برای پوسته به دست آورده اند. در این مطالعه تاثیر عواملی مانند کسر حجمی، خواص مواد، شرایط مرزی، نسبت طول به ضخامت برای پوسته، برای ارتعاش آزاد و در صورت وجود نیروی محوری مورد بررسی قرار گرفته است. همگرایی حل با تغییر تعداد گره ها برای معتبر سازی حل مورد بررسی قرار گرفته است.

درمقاله ماتسونگا[7] تئوری تغییر فرم مرتبه دو برای بررسی ارتعاشات و کمانش پوسته استوانه ای FG مورد استفاده قرار گرفته است. فرض شده که مدول یانگ به طور پیوسته و با تابع نمایی در راستای ضخامت تغییر می کند. با استفاده از روش بسط سری توانی برای جابه جایی پیوسته و با استفاده از اصل همیلتون، یک سری از معادلات حاکم بر مسئله که جابه جایی ها در راستای عمودی، برش جانبی و اینرسی دورانی را در نظر می گیرد، استخراج شده است. برای یافتن دقت حل، همگرایی فرکانس های طبیعی برای مود اول بررسی شده است. تنش بحرانی کمانش برای پوسته استوانه‌ای با خواص متغیردر معرض تنش محوری به دست آمده و رابطه بین تنش کمانش و فرکانس های طبیعی ارائه شده است. در این مقاله از تئوری تغییر شکل مرتبه دو که نسبت به تئوری خطی دقت بیشتری دارد استفاده شده است. رانگ و همکاران[8] ارتعاشات آزاد پوسته استوانه ای سه لایه ای با تکیه گاه های لولا و لایه میانی دارای خواص متغیر و لایه های خارجی ساخته شده از مواد همگن را بررسی کرده است. از تئوری پوسته فلاگ برای به دست آوردن معادلات حاکم استفاده شده و فرکانس های طبیعی بر اساس پارامتر های مواد و ویژگی های هندسی بررسی شده است. نتایج حل نشان می‌دهد که فرکانس های طبیعی با افزایش نسبت شعاع به ضخامت، کاهش می‌یابد و با افزایش مدول یانگ برای لایه داخلی یا خارجی افزایش می‌یابد. درمقاله ای از سپیانی و همکاران[9] ارتعاشات و کمانش پوسته دو لایه ای با سطح داخلی FG و سطح خارجی ماده ایزو تروپیک الاستیک تحت نیروی محوری پریودیک مورد بررسی قرار گرفته است. کدولی وجانسان[10] کمانش حرارتی خطی و ارتعاشات آزاد را برای پوسته های استوانه ای دارای خواص متغیردر راستای ضخامت با تکیه گاه های درگیر–درگیر و با فرض خواص وابسته به دما برسی کرده‌اند. برای حل معادلات از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و از بسط سری فوریه برای جابه جایی ها در راستای زاویه ای استفاده شده است. بهتویی واسلامی [11] پاسخ ترموالاستیک مواد با خواص متغیر را برای پوسته استوانه ای با استفاده از حل معادلات انرژی که در معرض بار ضربه ای حرارتی قرار دارد، بررسی کرده اند. در این مقاله از تئوری پوسته مرتبه دو با در نظر گرفتن کرنش های برشی جانبی و چرخش استفاده شده است. دارابی و همکاران [12] پایداری پوسته های استوانه ای دارای خواص متغیر را تحت نیروی محوری متناوب بر اساس تئوری تغییر شکل های بزرگ بررسی کرده‌اند. در این مقاله خواص مواد وابسته به دما و دارای تغییرات در راستای ضخامت می باشد. هانگ و هن[13] کمانش پوسته استوانه ای دارای خواص متغیر در راستای ضخامت و نقص هندسی را بررسی کرده اند. در این مقاله از تئوری پوسته دونل و روابط غیر خطی کرنش جابه جایی برای جابه جایی های بزرگ استفاده شده است. هانگ و هان درمقاله دیگر [14]رفتار غیر خطی پوسته استوانه‌ای دارای خواص متغیر را در کمانش و پس از کمانش تحت بار ترکیبی فشاری محوری و بار فشاری شعاعی بررسی کرده اند. در این مقاله از روابط غیر خطی کرنش–جابه جایی برای تغییر شکل

های بزرگ و روش ریتز استفاده شده است. ژاو و لیو [15] ارتعاشات آزاد پوسته مخروطی دارای خواص متغیر در ضخامت را با استفاده از روش بدون المان کیپ-ریتز بررسی کرده اند. در این تحقیق از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول با در نظر گرفتن کرنش های برشی جانبی و اینرسی چرخشی استفاده شده است.

در تعدادی از مقالات کمانش حرارتی و رفتار پس‌کمانش پوسته‌ها بررسی شده که در زیر می‌آیند.

شاه‌سیاه و اسلامی[16] و لانهی و همکارانش [17] کمانش حرارتی در پوسته استوانه‌ایFG را مورد بررسی قرار دادند.در این مقالات معادلات تعادل و پایداری حاکم با استفاده از نظریه پوسته کلاسیک سندرز بر حسب مولفه‌های جابه‌جایی استخراج و با روش تقریبی گالرکین حل شد.توابع جابه‌جایی تقریبی مورد استفاده در این مقاله شرایط مرزی با تکیه‌گاه ساده و قید محیطی را ارضا می‌کرد ولی موارد دیگر از شرایط مرزی داخل صفحه‌ای مورد توجه قرار نگرفت. در نهایت مقادیر بحرانی دمای کمانش به صورت حل صریح در این مقاله به دست آمد. رفتار پس‌کمانش[11] پوستهFG نیز توسط شن[18,19,20] مورد مطالعه قرار گرفت. وی نیز در این مقالات از نظریه کلاسیک پوسته‌برای الگوسازی پوسته استفاده کرده بود. شن در مقاله دیگری به همراه نودا[21] رفتار پس از کمانش پوسته استوانه‌ایFG تحت بارهای مکانیکی شعاعی و محوری را با استفاده از نظریه پوسته درجه‌ی بالا تغییر شکل برشی مورد بررسی قرار داده‌است.

کمانش و ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای FG تحت اثر دما توسط کادولی و گانسان[22] مورد مطالعه قرار گرفت. در این مقاله از نظریه پوسته درجه اول تغییر شکل برشی استفاده شد.حل معادلات با استفاده از روش اجزا محدود و برای استوانه با تکیه‌گاه دو سر درگیر انجام شد. همچنین کمانش حرارتی پوستهFG توسط سوفینف[23] مورد بررسی قرار گرفت. در این مقاله معادله پایداری دانل حاکم بر پوستهFG با استفاده از روش گالرکین حل شد. عبارت‌های تابع تنش موجود در معادله‌ی پایداری نیز با جای‌گذاری تابع تقریبی جابه‌جایی شعاعی در معادله‌ی سازگاری و تعیین جواب‌های خصوصی معادله حاصل به دست آمد ولی از جواب‌های همگن معادله صرف‌نظر شد. در واقع با صرف‌نظر کردن از جواب‌های همگن معادله، امکان بررسی شرایط مرزی مختلف داخل صفحه‌ای ممکن نبود.

**۱-۳-اهمیت موضوع**: پوسته‌های استوانه‌ای کاربرد فراوانی در صنایع مختلف از جمله هوافضا و مکانیک دارند. این پوسته‌ها معمولا در راستای ضخامت دارای خواص متغیر می‌باشند. هزینه تولید این پوسته‌ها بسیار بیشتر از پوسته‌های همگن است، ولی به عنوان مزیت می‌توان به توانایی تحمل دماهای بالا همراه با تنش‌های مکانیکی و حرارتی اشاره کرد. آن‌چه در صورت وجود فشار داخلی و گرادیان دما در یک یا دو راستا در این پوسته‌ها اتفاق می‌افتد، ایجاد تنش‌ها و کرنش‌های اولیه(استاتیکی)در این پوسته‌هاست. اثرات این تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در این پایان نامه بررسی شده است. بررسی اثر جابه‌جایی شعاعی $W^0(S)$ برای اولین بار در این پایان نامه بررسی شده

---

[11] Postbuckling

است. فرکانس‌ها و مودشیپ‌ها با و بدون در نظر گرفتن اثر این جابه‌جایی‌ها در گرادیان دمایی مختلف و فشار داخلی متفاوت به دست آمده و درصد تاثیر این جابه‌جایی بررسی شده‌است.

## ۱-٤-محتوای فصل‌های بعدی

در فصل‌های بعدی کارهای زیر انجام شده‌است.

در فصل دوم ابتدا به بررسی تئوری‌های پوسته پرداخته شده و تئوری پوسته لاو توضیح داده شده است. هم چنین علت استفاده از این تئوری بیان شده‌است.

در فصل سوم ابتدا ماده فرمول‌بندی شده‌است وخواص مادهFG بر اساس ضریب توانی به دست آمده‌است.

در فصل چهارم ابتدا معادلات غیرخطی کلی استخراج شده و پس از خطی‌سازی معادلات استاتیکی و دینامیکی به دست آمده اند.

در فصل پنجم حل دمایی مسئله و تابعیت خواص از دما آمده‌است. نمودارهایی برای بررسی دما به صورت تابعی ازN آمده‌است. سپس روابط ساختاری و تابعیت خواص از ضریب توانی و دما آمده‌است. در ادامه تنش‌های حرارتی محاسبه و جای گذاری شده و برای حل مسئله از روش حل تحلیلی استفاده شده است. ابتدا حل استاتیکی مسئله آمده است. برای حل استاتیکی از روش حل دقیق و حل معادله دیفرانسیل استفاده شده است و جا به جایی‌های استاتیکی وتنش‌های حرارتی به دست آمده اند. در این بخش اثرات $\mathrm{N}\,\Delta T$ ,N و $P_m$نوع ماده FG, نوع تکیه‌گاه‌ها در جابه‌جایی استاتیکی به دست آمده‌است. برای حل معادلات دینامیکی از روش حل تقریبی استفاده شده‌است. در این حل برای چهار نوع تکیه‌گاه مختلف مود شیپ‌ها و فرکانس‌های طبیعی به دست آمده و اثرات دما و فشار داخلی در حل در نظر گرفته شده‌اند.

در فصل ششم نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای ادامه کار آمده‌است.

# فصل دوم

## مقدمه ای بر تئوری پوسته ها

پوسته های نازک، سازه های سه بعدی هستند که بین دو سطح منحنی شکل محصور شده و فاصله بین دو سطح در مقایسه با ابعاد دیگر کوچک است. مکان هندسی نقاطی که در بین دو سطح بیرونی پوسته قرار دارند، صفحه میانی پوسته را تشکیل می دهند که به طور معمول در بررسی پوسته ها به عنوان سطح مرجع دستگاه مختصات انتخاب می گردند .

با توجه به پیچیدگی های فراوان در مسائل سه بعدی الاستیسیته، به منظور تحلیل پوسته ها فرضیات ساده کننده ای که بیانگر رفتار معقولی از سازه باشند مورد استفاده قرار می گیرند که منجر به توسعه زیر مجموعه ای از نظریه الاستیسیته با نام نظریه پوسته ها گردیده است. روابط بین کرنش و جابه‌جایی در پوسته ها با استفاده از نظریه سطوح[۱۲] و روابط کرنش–جابه‌جایی الاستیسیته سه بعدی در دستگاه مختصات منحنی الخط به دست می آیند. همچنین مقادیر جابه‌جایی در دو راستای درون صفحه ای و برون صفحه ای، با توابع تقریبی جایگزین می شوند. به طور معمول از بسط تیلور جابه‌جایی ها در جهتی که کمترین حساسیت نسبت به آن وجود دارد استفاده می شود. با توجه به ضخامت کم پوسته، بسط تیلور در راستای ضخامت و حول جابه‌جایی ها در صفحه میانی صورت می گیرد:

$$U(\alpha_1,\alpha_2,z)=U_0(\alpha_1,\alpha_2)+z\,\frac{\partial U(\alpha_1,\alpha_2,0)}{\partial z}+....+\frac{z^n}{n!}\frac{\partial^n U(\alpha_1,\alpha_2,0)}{\partial z^n} \qquad (۱\text{-}۱)$$

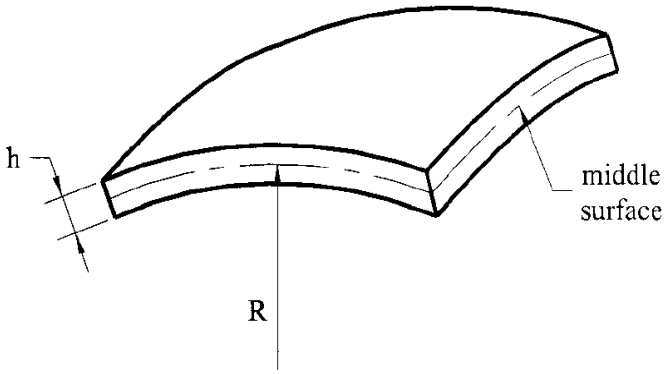
$$V(\alpha_1,\alpha_2,z)=V_0(\alpha_1,\alpha_2)+z\,\frac{\partial V(\alpha_1,\alpha_2,0)}{\partial z}+....+\frac{z^n}{n!}\frac{\partial^n V(\alpha_1,\alpha_2,0)}{\partial z^n} \qquad (۱\text{-}۲)$$

---

[۱۲] Surface Theory

$$W(\alpha_1,\alpha_2,z)=W_0(\alpha_1,\alpha_2)+z\frac{\partial W(\alpha_1,\alpha_2,0)}{\partial z}+....+\frac{z^n}{n!}\frac{\partial^n W(\alpha_1,\alpha_2,0)}{\partial z^n} \qquad (۳-۱$$

$W, V, U$ به ترتیب عبارتند از جابه‌جایی های شعاعی، محیطی و طولی و $z$ فاصله از صفحه میانی است. در شکل ۲-۱ صفحه میانی، شعاع انحنا و ضخامت برای پوسته منحنی شکل نشان داده شده است.




**شکل ۲-۱: هندسه پوسته منحنی شکل[۳۰]**

بسیاری از نظریه های کلاسیک پوسته بر مبنای فرضیات لاو[۱۳] بنا شده اند. این فرضیات عبارتند از:

۱- پوسته نازک است. به بیان دیگر ضخامت پوسته در مقایسه با کوچکترین شعاع انحنای پوسته ناچیز است.

۲- تغییر شکل پوسته کوچک است. بنابراین استخراج معادلات بر اساس شکل اولیه پوسته صورت می گیرد.

۳- تنش عمودی در راستای ضخامت در مقایسه با تنش های داخل صفحه ای کوچک و قابل صرف نظر کردن است.

۴- خط عمود بر صفحه میانی پوسته پس از تغییر شکل، عمود بر صفحه میانی باقی مانده و طول آن ثابت می ماند.

فرضیه چهارم معروف به فرضیه کیرشهف است. بر اساس این فرضیه کرنش های برون صفحه ای برابر با صفر خواهند بود. در نتیجه تنش های برشی برون صفحه ای بر اساس قانون هوک نیز صفر خواهند بود با این وجود، هنگام استخراج معادلات تعادل یا معادلات حرکت با استفاده از روش نیوتن، نمی توان از تنش های برشی برون صفحه ای صرف نظر کرد. ناسازگاری دیگر فرضیات لاو، برقراری هم زمان فرضیات سوم و چهارم است که در نتیجه آن تنش وکرنش عمودی هر دو صفر خواهند بود[۲۴].

---

[۱۳] Love