به نام خدا

دانشکده علوم - گروه فیزیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد فیزیک ذرات بنیادی

پراکندگی ریسمان‌های بسته تاکیونی و بدون جرم از صفحه تصویرگر(O-صفحه)، در نظریه ریسمان بوزونی

استاد راهنما :

دکتر محمدرضا گروسی

نگارش:

الهه محتشمی

شهریور ۱۳۸۸

تقدیم به آنان که مرا آموختند.

و به دو آموزگار بزرگ زندگی‌ام، **پدر و مادرم**

باشد که جبران‌کننده قطره‌ای از دریای بیکران محبت آن‌ها باشد.

و به **همسرم**، **به پاس همه حمایت‌ها و صبوری‌هایش**

تقدیر و تشکر

خداوند را شاکرم که مرا مورد لطف خود قرار داد تا در مسیر کسب علم و دانش قرار گیرم و دریابم که انسان برای درک حقیقت گوشه‌ای از اسرار خلقت شکوهمندش، چه عاجزانه در تقلاست. این بزرگ‌ترین و ارزشمندترین دستاوردی است که اجرای این پژوهش برای من داشته است.

بر خود لازم می‌دانم که از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر محمدرضا گروسی که راهنمایی‌های ایشان دراجرای این تحقیق برای من بسیار مفید و ارزشمند بوده است، همچنین از استاد گرامی، جناب آقای دکتر احمد قدسی که در طی این دوره تحصیلی بسیار از ایشان آموختم، سپاسگزاری نمایم.

از زحمات استادان عزیزم در دانشگاه فردوسی مشهد که افتخار شاگردیشان را در این دوره داشتم، آقایان، دکتر محسن سربیشه‌ای، دکترمحمد ابراهیم زمردیان، دکتر کورش جاویدان، دکتر ناصر شاه‌طهماسبی و سرکار خانم دکتر پروین اسلامی، همین‌طور از استادان بزرگوارم در دانشگاه بیرجند بالاخص جناب آقای دکتر محمد بهدانی که نقش بزرگی درتشویق من برای ادامه تحصیل و ورود به مقاطع تحصیلی بالاتر داشتند، قدردانی می‌کنم.

همچنین از دو سرمایه بزرگ زندگی‌ام پدر و مادرم که همواره پشتیبان من در تمام مراحل زندگی‌ام بوده‌اند و ان‌شاءا... تا زنده‌ام سایه نیک‌شان بر سرم باشد، خالصانه تشکر می‌کنم.

از همسر مهربانم که بزرگترین همراه و مشوق من در طی این مسیر بوده است و نیز از همراهان همیشه در کنارم، خواهران و برادر عزیزم که در هر لحظه یاریگر و مددکارم بوده‌اند، صمیمانه سپاسگزاری می‌کنم.

از جناب آقای دکتر غلامرضا محتشمی برزادران و خانواده محترمشان که در کنارشان دوری از خانواده برایم معنایی نداشت و از کلیه دوستان عزیزم که هر یک به نحوی شریک لحظات تلخ و شیرین من بوده‌اند و در این‌جا مجالی برای ذکر اسامی ایشان ندارم و همچنین از جناب آقای محمدی و منشی محترم گروه فیزیک، سرکار خانم عصمت‌مدار قدردانی می‌کنم.

در پایان از خداوند منان خواهان طول عمر با عزت و نشاط برای تمامی این عزیزان می‌باشم و بهترین و خالصانه‌ترین دعاها را تقدیمشان می‌کنم.

چکیده

در این پایان‌نامه، عملگرهای راس مربوط به حالت‌های تاکیونی و بدون جرم درنظریه ریسمان بوزونی، در حضور صفحه تصویرگر (O-صفحه) نوشته شده‌اند. این عملگرها شامل عملگرهای راس معمول در نظریه ریسمان بوزونی به اضافه تصویر آن‌ها می‌باشند. با استفاده از توابع دو نقطه‌ای مربوط به این عملگرهای راس بر روی صفحه تصویرگر، به دامنه‌های پراکندگی می‌رسیم که به شکل دامنه پراکندگی ونزیانو فرمولبندی می‌شوند. این دامنه‌ها ناوردای پیمانه‌ای هستند و اتحاد وارد[1] را برآورده می‌کنند. محاسبات ما نشان می‌دهند که همه این پراکندگی‌ها در کانال t یا کانال u اتفاق می‌افتند. از آن‌جایی‌که این دو کانال هر دو مربوط به ریسمان‌های بسته هستند، می‌توان نتیجه گرفت که فقط ریسمان‌های بسته می‌توانند به O-صفحات جفت شوند. بنابراین، از آن‌جایی که پراکندگی‌ها در کانال s، که مربوط به ریسمان‌های باز است روی نمی‌دهد، هیچ ممنتومی در راستای جهان‌حجم O-صفحه وجود ندارد و این بدان معناست که صفحهات تصویرگر (O-صفحه‌ها)، موجودات غیردینامیکی در نقاط ثابت فضازمان هستند.

[1] Ward identity

فهرست:

مقدمه

فصل دوم: اصول پراکندگی در نظریه ریسمان و آشنایی با صفحه تصویرگر (O-صفحه) .... (۵۲-۲۴)

مقدمه:

کاوش‌های آزمایشگاهی متعدد، وجود دنیایی با ابعاد زیر هسته از ذراتی به نام کوارک‌ها[۲] و لپتون‌ها[۳] را آشکار ساخته‌اند [۱].

این ذرات که کلیه مواد سازنده عالم را، در بنیادی‌ترین سطح ممکن، تشکیل می‌دهند، از لحاظ ابعادی بسیار کوچکند و به طور معمول سریع حرکت می‌کنند لذا برای مطالعه رفتار آن‌ها به نظریه‌ای نیاز داریم که اصول کوانتوم و نسبیت را در برگیرد. نظریه میدان کوانتومی(QFT)[۴] چنین هدفی را براورده می‌سازد [۲].

در این نظریه تمامی ذرات به صورت نقاط بدون بعدی در نظر گرفته می‌شوند که به هرکدام میدانی نسبت داده می‌شود به طوری‌که هر ذره حامل آثار میدان مربوط به خود است.

میان کوارک‌ها و لپتون‌ها براساس ویژگی‌های ذاتی آنها (جرم، بارالکتریکی، رنگ، ...) اندرکنش‌هایی وجود دارد. این برهمکنش‌های بنیادین به چهار صورت عمده گرانشی، الکترومغناطیسی، هسته‌ای قوی و هسته‌ای ضعیف در طبیعت دیده می‌شوند، که سه تا از آن‌ها غیر از گرانش، توسط نظریه‌های میدان کوانتومی توصیف می‌شوند که دارای تقارن پیمانه‌ای محلی[۵] هستند. در این نظریه‌ها که به آنها نظریه‌های پیمانه‌ای[۶] گویند، اندرکنش‌ها بر اساس مبادله ذره میدان پیمانه‌ای[۷] توصیف می‌شوند [۱]. به این معنا که می‌توان اندرکنش را شامل جریانی از ذرات واسطه‌ای دانست که میان دو ذره برهمکنش‌کننده تردد و اثر اندرکنش را حمل می‌کنند [۲].

به این ترتیب در حالت کلی در این نظریه دو نوع میدان داریم:

۱- میدان‌های مادی که وابسته به یکی از ذرات مادی(کوارک‌ها، لپتون‌ها) هستند.

[2]Quark
[3]Lepton
[4]Quantum Field Theory
[5] Local gauge symmetry
[6] Gauge theory
[7] Quantum gauge field

۲- میدان‌های پیمانه‌ای که وابسته به یکی از ذرات پیمانه‌ای(فوتون[8]، گلوئون‌ها[9]، بوزون‌های ضعیف[10]) می‌باشند.

کلیه دانش تجربی کنونی ما درباره ذرات بنیادی و اندرکنش‌های آن‌ها به جز گرانش در یک نظریه پیمانه‌ای واحد، متشکل از نظریه الکتروضعیف(GWS)[11]، توصیف‌کننده برهمکنش‌های الکترومغناطیسی و هسته‌ای ضعیف، ونظریه کوانتومی رنگ(QCD)[12]، توصیف‌کننده برهمکنش‌های هسته‌ای قوی، جمعبندی شده است. این مجموعه واحد مدل‌استاندارد[13] نامیده می‌شود [۳].

گروه تقارنی مربوط به این مدل $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ است [۱].

در مدل استاندارد۱۲ذره پیمانه‌ای که همگی بوزون[14] و ۴۸ ذره مادی‌که همگی فرمیون[15] هستند وجود دارد [۳].

این مدل علی‌رغم قدرت و عظمتی که دارد به عنوان یک نظریه جامع فیزیک دارای نقاط ضعف عمده‌ای است.از آن جمله می‌توان به داشتن ثابت‌های بدون بعد تنظیم‌پذیر[16] و عدم قرارگرفتن گرانش در چارچوب آن اشاره کرد [۳].

تلاش‌های زیادی از سوی دانشمندان برای دستیابی به نظریه‌های جامع‌تر با هدف اتحاد کلیه ذرات و برهمکنش‌های شناخته شده در طبیعت انجام گرفته است که از آن جمله می‌توان به نظریه اتحاد بزرگ(GUT)[17] و همچنین گونه بسیار کامل‌تری از مدل استاندارد که دربرگیرنده ابرتقارن[18] است، اشاره کرد. اما تمام این نظریه‌ها و از جمله مدل استاندارد در ادغام گرانش با سایر نیروها با مشکل اساسی روبرو هستند. یک دلیل عمده این است که این نظریه‌ها همگی کوانتومی‌اند در حالی که نظریه حاکم بر

---

[8] photon
[9] Gluon
[10] Weak boson
[11] Glasho-Weinberg-Salam theory of weak interactions
[12] Quantum Cromo Dynamics
[13] Standard Model
[14] Boson
[15] Fermion
[16] Adjustable dimensionless parameters
[17] Grand Unified Theory
[18] Supersymmetry

گرانش، نسبیت عام[19]، کلاسیکی است و پایه‌گذاری نظریه سازگاری که بخشی از آن کوانتومی و بخشی از آن کلاسیکی باشد، حداقل در حد انرژی‌های بالا، غیرممکن به نظر می‌رسد. لذا برای قرار دادن گرانش به همراه سایر نیروها در یک مجموعه واحد، باید نظریه حاکم بر گرانش کوانتومی شود [۳].

اما کوانتومی‌کردن این نیرو بر پایه روش‌های معمول، منجر به نظریه غیرقابل محاسبه‌ای می‌شود. به این معنا که بی‌نهایت‌هایی در آن وارد می‌شود که حتی با روش‌های بازبهنجارش[20] هم قابل رفع نیستند.

با شکل‌گیری نظریه ریسمان[21] در چند دهه اخیر افق‌های روشنی برای دستیابی به یک نظریه جامع در برابر دانشمندان گشوده شده است.

این نظریه یکی از شاخه‌های پیشرفته فیزیک نظری است که در آن نظریه کوانتومی و نسبیت عام بر پایه ایده‌های ریاضی و فیزیکی جدید، در یک مجموعه واحد با عنوان نظریه کوانتومی جاذبه[22] متحد شده‌اند [۴].

نظریه ریسمان در سال ۱۹۷۰ به عنوان یک مدل تشدید دوتایی[23] برای توصیف برهمکنش‌های قوی هادرون‌ها[24] بنا نهاده شد بعدها به دلیل این‌که این مدل ذراتی را پیشگویی می‌کرد که در برهمکنش‌های قوی مشاهده نمی‌شوند، کنار گذاشته شد. تا اینکه در دهه ۸۰ میلادی دوباره مورد توجه نظریه‌پردازان قرار گرفت و تا به امروز به صورت نظریه‌هایی با فرمول‌بندی‌های مختلف و سازگاری‌های منطقی گسترش یافته است [۴].

نظریه ریسمان علاوه بر آن‌که نتایج حاصل از نظریه‌های قبلی ذرات بنیادی را تایید می‌کند، نقاط ضعفی که آن‌ها با آن روبرو هستند را ندارد. به عنوان مثال بر خلاف مدل استاندارد، این نظریه هیچ ثابت بدون بعد قابل تنظیمی ندارد و از طرفی حضور جاذبه در آن اجتناب ناپذیر است. این واقعیات فیزیکدانان

---

[19] General relativity
[20] Renormalization
[21] String theory
[22] Quantum theory of gravitation
[23] Doul Resonance Model
[24] Hadron

را به سمت این اعتقاد رهنمون می‌سازد که نظریه ریسمان یک نظریه کاملا یکتا و متحد است و لذا می‌تواند گزینه مناسبی برای نظریه همه‌چیز[۲۵] در فیزیک باشد [۳].

با این وجود، این نظریه از سوی بسیاری از فیزیکدانان مورد انتقاد واقع می‌شود، چرا که درستی یا نادرستی بسیاری از پیشگویی‌های آن را نمی‌توان با آزمایشاتی که در حد انرژی‌های قابل دسترس بشر انجام‌پذیر هستند، تایید کرد. آزمایش‌هایی که برای تایید این نظریه طراحی می‌شوند مستلزم صرف هزینه‌های هنگفت است [۴].

با وجود این، تلاش‌ها برای گسترش این نظریه و دستیابی به اتحاد بزرگ ذرات و نیروها از سوی بسیاری از نظریه‌پردازان بزرگ همچنان ادامه دارد.

آنچه در این پایان نامه به آن پرداخته شده است، ارائه نتایج مربوط به محاسبات دامنه پراکندگی ریسمان‌های بسته از صفحه تصویرگر در چارچوب اصول نظریه ریسمان بوزونیک است.

در فصل اول به ارائه اصول کلی حاکم بر نظریه ریسمان بوزونیک پرداخته‌ایم.

در فصل دوم اصول کلی پراکندگی در نظریه ریسمان را بیان نموده و در ادامه، صفحه تصویرگر (O-صفحه)[۲۶] را معرفی نموده‌ایم.

فصل سوم بیان چارچوب کلی است که محاسبات دامنه پراکندگی ریسمان‌های بسته از صفحه تصویرگر تحت آن اجرا می‌شود. همچنین در ادامه نتایج محاسبات دامنه پراکندگی دو ریسمان بوزونی بسته که هر یک می‌توانند در حالت تاکیونی و یا بدون جرم باشند، ارائه شده است.

در فصل چهارم، به تحلیل نتایج فصل سوم خواهیم پرداخت و در این راستا، دامنه پراکندگی دو ریسمان بوزونی بسته که یکی و یا هر دو دیلتون باشند، را محاسبه می‌کنیم.

در پایان، به بیان آینده و ادامه تحقیق خواهیم پرداخت.

---

[25] Theory of every thing
[26] Orientifold plane

فصل اول

آشنایی با مفاهیم نظریه ریسمان

۱-۱ مقدمه:

بر خلاف سایر نظریه‌های فیزیک ذرات که بنیادی‌ترین جـزء آنهـا همـان ذرات بنیـادین هـستند و بـه صورت نقاط بدون بعدی در نظریه وارد می‌شوند، نظریه ریسمان بر پایه موجودات یک بعـدی شـکل مـی-گیرد که به اصطلاح ریسمان‌های[۲۷] نظریه خوانده می‌شوند.

ریسمان‌ها در فضازمان دارای دینامیک هستند. می‌توان حرکت ریسمان‌ها را بر اسـاس کنـشی کـه بـر مبنای اصول خاصی برای آن‌ها در نظر گرفته می‌شود، توصیف نمود.

با کوانتومی کردن تئوری حاکم بر ریسمان‌های نسبیتی کلاسیک، به تئوری مـی‌رسـیم کـه اصـول آن مشابه اصول حاکم بر تئوری نوسانگر هماهنگ ساده کوانتومی است. این تشابه ما را به این سمت رهنمون می‌سازد که بگوییم ریسمان‌ها در فضا-زمان ارتعاش می‌کنند. این ارتعاشات در مدهای ناپیوسته مختلفـی

---

[27] string

صورت می‌گیرد. کلیه نتایج جالب‌توجه نظریه ریسمان از این واقعیت ناشی می‌شود که در فواصل بسیار بزرگ‌تر از طول ریسمان، هریک از مدهای ارتعاشی به عنوان انواع مختلفی از ذرات با جرم، اسپین، بار و ... مشخص رفتار می‌کنند.

لازم به ذکر است که طول ریسمان‌های تئوری، کوچک است لذا طبیعت ریسمان‌گونه ذرات در حد انرژی‌های پایین قابل درک نیست [۳].

ریسمان‌ها می‌توانند در هر جهتی ارتعاش کنند به این معنا که ذرات متناظر با مدهای ارتعاشی آن‌ها در همه ابعاد حتی در آن‌هایی که توسط ما قابل درک نیستند، حرکت می‌کنند [۴].

به طور کلی دو گونه مختلف از ریسمان‌ها وجود دارد: ریسمان باز[28] با دو نقطه انتهایی و ریسمان بسته[29] بدون نقاط انتهایی، به فرم یک حلقه بسته.

این دو نوع ریسمان‌ها اندکی متفاوت از یکدیگر رفتار می‌کنند. به همین علت تئوری‌های مختلفی که هر یک شامل گونه‌ای خاص و یا هر دو آن‌ها هستند، شکل گرفته است. از آن‌جایی‌که ریسمان‌های باز می‌توانند به فرم ریسمان‌های بسته درآیند، نظریه‌هایی فقط شامل ریسمان‌های باز وجود ندارد.

لازم به ذکر است که در نظریه‌هایی که شامل ریسمان‌های باز هستند وجود موجودات بنیادین دیگری به نام D-غشاءها[30]، ضروری است. این موجودات به تئوری وارد می‌شوند تا با اتصال نقاط انتهایی ریسمان‌های باز به آن‌ها اندازه‌حرکت خطی ریسمان، حفظ شود [۳].

اولین مدل ریسمان ارائه شده، مدل ریسمان بوزونیک[31] است. اگر چه این مدل دارای جذابیت‌های قابل‌توجهی است اما در کنار این جذابیت‌ها ویژگی‌هایی دارد که از امتیازات آن به عنوان یک مدل واقعی فیزیکی می‌کاهد. اول آن‌که طیف ذرات پیشگویی شده تئوری، فقط شامل بوزون‌هاست به این معنا که این تئوری فرمیون‌ها را توصیف نمی‌کند. دوم این‌که این نظریه ذره‌ای با جرم موهومی را پیشگویی می-

[28] Open string
[29] Close string
[30] D-brane
[31] Bosonic string theory

کند یعنی ذره‌ای که سرعت آن از سرعت نور بیشتر است. وجود چنین ذره‌ای که تاکیون [۳۲] نامیده می‌شود، با بیشتر اطلاعات فیزیکی ما در تعارض است. چنین ذره‌ای هنوز مشاهده نشده است.

این تئوری در ۲۶ بعد فضازمان (۱بعد زمان و ۲۵ بعد فضا) یک تئوری سازگار است [۴].

در اوایل ۱۹۸۰ میلادی ابر تقارن وارد حوزه نظریه ریسمان شد. ابرتقارن، تقارنی است که بیان می‌کند به ازای هر درجه آزادی بوزونی یک درجه آزادی فرمیونی وجود دارد. به این ترتیب تا اواسط ۱۹۸۰گونه‌های نوینی ازنظریه‌ها با عنوان تئوری‌های ابرریسمان [۳۳] (تئوری‌های ریسمان ابرمتقارن) متولد شدند.

این تئوری‌ها ابتدا به صورت ۵ تئوری مجزا مطرح شدند. در ابتدا اعتقاد بر آن بود که این تئوری‌ها کاملا از یکدیگر متمایزند و تنها یکی از آن‌ها تئوری جامع آرمانی ماست که با طبیعت سازگاری دارد.

در سال‌های بعد، نظریه‌پردازان دریافتند که این نظریه‌ها از هم مجزا نیستند بلکه توسط تبدیلاتی که در اصطلاح دوگانگی [۳۴] خوانده می‌شوند به یکدیگر مربوطند. نظریه‌هایی که تحت این تبدیلات به هم مربوطند، دوگان یکدیگر خوانده می‌شوند.

هر پنج نظریه، دارای ثابت جفت‌شدگی [۳۵] هستند که می‌توان فرض کرد این ثابت‌ها کوچک می‌باشند. لذا می‌توان آن‌ها را به صورت اختلالی [۳۶] مورد مطالعه قرار داد. گونه خاصی از تبدیلات به نام دوگانگی s، این امر را ممکن می‌سازد که بتوان هر یک از این تئوری‌ها را به صورت غیراختلالی هم بررسی کرد. به این ترتیب که اگر یک تئوری اختلالی باشد، تئوری دوگان s آن غیر اختلالی است.

این تئوری‌های پنجگانه که در ۱۰ بعد فضا-زمان سازگارند ، علاوه بر بوزون‌ها، فرمیون‌ها را هم توصیف می‌کند و تاکیون در آن‌ها ظاهر نمی‌شود لذا می‌توانند به عنوان نظریه‌های واقعی فیزیک در نظرگرفته شوند .

[32] Tachyon
[33] Superstring theory
[34] Duality
[35] Coupling constant
[36] Perturbation

امروزه، تئوری نوینی شناخته شده است که حد جفت شدگی قوی خاصی از یکی از نظریه‌های ابرریسمان است. این نظریه که در ۱۱ بعد سازگار است، تئوری M[37] نامیده می‌شود [۳].

معلوم شده است که این نظریه جدید به همراه نظریه‌های پنجگانه قبل، هر یک حد خاصی از یک نظریه واحد هستند که هنوز به طور کامل شناخته نشده است. در این تئوری واحد اسرارآمیز موجوداتی با ابعاد فضایی ۰ تا ۹ بعدی می‌توانند وجود داشته باشند. این موجودات در حالت کلی P- غشاء[38] نامیده می‌شوند که P تعداد ابعاد فضایی است که این موجودات در آن‌ها گسترش یافته اند. ریسمان‌های نظریه، ۱-غشاء هستند.

اگر چه همانطور که قبلا اشاره شد، نظریه ریسمان بوزونی واقعی نیست، اما بسیاری از اصول اساسی تئوری ریسمان، به ساده‌ترین صورت ممکن، در چارچوب این نظریه قابل بیان است [۳].

به نظر می‌رسد که نظریه ریسمان بوزونی به شبکه تئوری‌های ابرریسمان ارتباطی ندارد. اما این اعتقاد در آینده می‌تواند تغییر کند[۳].

در این فصل به معرفی اصول کلی نظریه ریسمان بوزونی که محاسبات پراکندگی فصول آینده در چارچوب آن انجام خواهد شد، می‌پردازیم.

۱-۲ ریسمان‌های نسبیتی کلاسیک

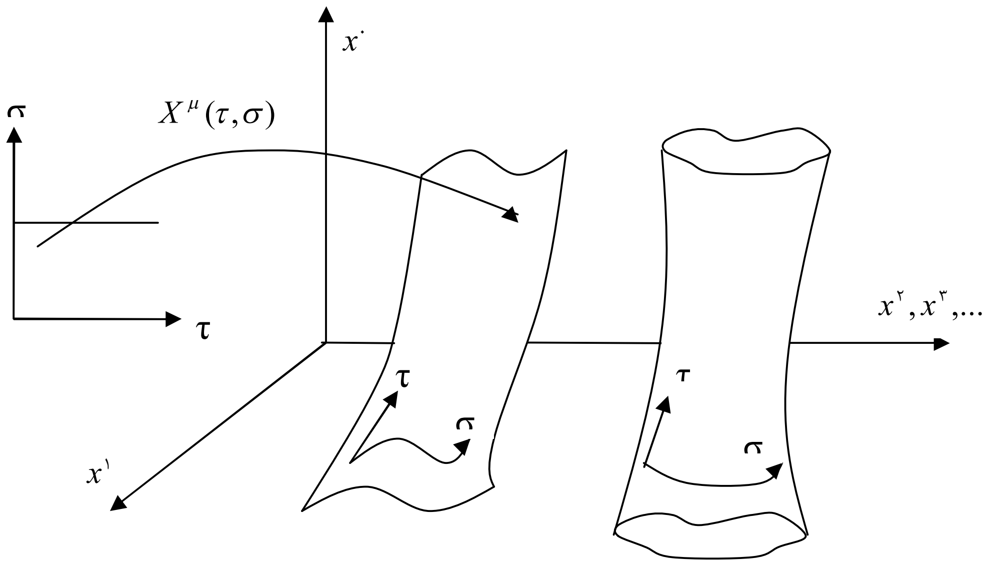
۱-۲-۱ جهان‌سطح[39]

همان‌طورکه قبلا اشاره کردیم، ریسمان‌ها موجودات یک بعدی هستند که در فضازمان حرکت می‌کنند. در طی این حرکت، یک سطح دو بعدی را جاروب می‌کنند که در اصطلاح جهان‌سطح نامیده می‌شود.

[37] M theory
[38] P-brane
[39] World-sheet

جهان‌سطح یک ربسمان باز، به شکل یک نوار یا به بیان دقیق‌تر یک سطح ریمانی دارای مرز و جهـان-سطح یک ریسمان بسته، لوله‌ای شکل یا یک سطح ریمانی بدون مرز است.

این جهان‌سطح‌ها در تصویر ۱-۱ نشان داده شده‌اند.



تصویر۱-۱ جهان‌سطح ریسمان باز (چپ) جهان‌سطح ریسمان بسته (راست).تابع نگاشت $X^{\mu}(\tau,\sigma)$ هر نقطه در فضای پارامتر را به یک نقطه روی جهان‌سطح می‌نگارد.

واضح است که خطوط با $x^{۰}$ ثابت روی این سطوح همان ریسمان‌ها هستند.

برای فرمول‌بندی دینامیک ریسمان‌ها در فضازمان توجه خود را به جهان‌سطح وابسته به آن‌ها معطوف می‌کنیم. به این منظور، این سطح دو بعدی در فضازمان را توسط دو متغیر مـستقل τو σ پارامتربنـدی می‌کنیم. τمتغیری است که معرف تحول زمانی روی جهان‌سطح و σ متغیری است که معـرف موقعیـت مکانی روی جهان‌سطح می‌باشد.

بر اساس این پارامتربندی، می‌توان مختصات فضازمانی هر نقطه روی جهان‌سطح x^{μ} ، $\mu = ۰,۱,۲,...,d$ (dشمار ابعاد فضایی فضازمان)، را به صورت تابعی از پارامترهای موضعی τ و σنوشت.

به بیان دیگر، می‌توان مختصات ریسمان‌ها X^μ، $\mu = ۰,۱,۲,...,d$، را به صورت توابع نگاشتی[۴۰] در نظر گرفت که هر نقطه در فضای پارامتر[۴۱] (σ، τ) را به یک نقطه در فضازمان و روی جهان‌سطح می‌نگارند. به این ترتیب داریم:

$$X^\mu \equiv X^\mu(\tau,\sigma) \qquad (۱-۱)$$

۱-۲-۲ مساحت ویژه[۴۲]

اکنون با معرفی این توابع نگاشت، می‌توان به محاسبه مساحت جهان‌سطح پرداخت.

با اختیار یک المان سطح مناسب بر روی جهان‌سطح و بیان آن بر حسب مختصات ریسمان و مختصه‌های موضعی جهان‌سطح، به رابطه زیر برای مساحت می‌رسیم:

$$A = \int d\tau d\sigma \sqrt{(\frac{\partial X}{\partial \tau}\cdot\frac{\partial X}{\partial \sigma})^۲ - (\frac{\partial X}{\partial \tau})^۲(\frac{\partial X}{\partial \sigma})^۲} \qquad (۱-۲)$$

ضرب نقطه‌ای نسبیتی موجود در رابطه بالا نشان می‌دهد که این کمیت یک ناوردای لورنتس[۴۳] است. A، مساحت ویژه جهان‌سطح نامیده می‌شود.

از آن‌جایی‌که کنش مربوط به ریسمان‌ها باید یک ناوردای لورنتس باشد تا معادلات حرکت منتج شده از آن از دید همه ناظرهای لخت یکسان باشد، مناسب است که از مساحت ویژه جهان‌سطح برای بنای کنش مربوط به ریسمان‌های نسبیتی کلاسیک استفاده کنیم.

۱-۲-۳ کنش نامبو-گوتو[۴۴]

مناسب است که کنش ریسمان‌های نسبیتی کلاسیک متناسب با مساحت ویژه مربوط به جهان‌سطح اختیار شود. در این صورت با در نظر گرفتن ملاحظات ابعادی این کمیت را بر اساس معادله زیر معرفی می‌کنیم:

---

[40] Mapping function
[41] Parameter space
[42] Proper area
[43] Lorentz invariant
[44] Nambu-Goto action

$$S = -\frac{T_{0}}{c}\int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_{0}^{\sigma_1} d\sigma \sqrt{(\dot{X}\cdot X')^2 - (\dot{X})^2 (X')^2} \qquad (۳-۱)$$

در این رابطه، σ_1 یک ثابت مثبت، T_0 کشش ریسمان و c سرعت نور است.

T_0، تنها پارامتر دارای بعد در کنش ریسمان است. این کمیت از طریق متغیر مهمی در نظریه ریسمان به‌نام پارامترشیب[۴۵]، α'، به طول ریسمان ℓ_s مربوط می‌شود.

$$T_0 = \frac{1}{2\pi\alpha'\hbar c} \xrightarrow{\ell_s = \hbar c\sqrt{\alpha'},\, \hbar = c = 1} T_0 = \frac{1}{2\pi\ell_s^{\,2}} \qquad (۴-۱)$$

همین‌طور، در رابطه (۱-۳)، نوشتار جدیدی برای مشتقات اختیار شده‌است که به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\dot{X}^\mu \equiv \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} \qquad (۵-۱)$$

$$X^{\mu\prime} \equiv \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} \qquad (۶-۱)$$

این کنش که کنش نامبو-گوتو نامیده می‌شود، دارای تقارن‌هایی است.

اول، ناوردایی نسبت به تبدیلات لورنتس است.

$$X^\mu \to \Lambda^\mu_\nu X^\nu + A^\mu \quad \Rightarrow \delta S = 0 \qquad (۷-۱)$$

که Λ^μ_ν ماتریس تبدیلات لورنتس و A^μ یک بردار ثابت است.

دومین تقارن، ناوردایی بازپارامتری[۴۶] است. به این معنا که کنش فوق مستقل از نحوه پارامتربندی جهان‌سطح می‌باشد.

$$\tau \to \tau', \sigma \to \sigma' \Rightarrow \delta S = 0 \qquad (۸-۱)$$

تقارن‌های دیگری هم برای جهان‌سطح وجود دارد که در آینده به آن‌ها خواهیم پرداخت.

---

45 Slope parameter

46 Reparameterization invariant

۱-۲-۴ معادلات حرکت ریسمان‌ها

از آن‌جایی‌که S تابعی[47] از X^μ است، $S = S[X^\mu]$، می‌توان با اعمال وردش $X^\mu \to X^\mu + \delta X^\mu$ و استفاده از اصل هامیلتون[48]، معادلات حرکت مربوط به ریسمان‌های نسبیتی کلاسیک را به دست آورد.

در این فرایند، ما همواره خود را محدود به وردش‌هایی می‌کنیم که،

$$\delta X^\mu(\tau_i,\sigma) = \delta X^\mu(\tau_f,\sigma) = ۰ \tag{۱-۹}$$

همچنین می‌بایست برای تعیین معادلات حرکت به این روش، شرایط مرزی خاصی برای ریسمان‌ها در نظر گرفته شود.

۱-۲-۴-۱ شرایط مرزی

از آن‌جایی‌که یک ریسمان بسته بدون نقاط انتهایی است و در آن $\sigma \in [۰,۲\pi]$، که $\sigma = ۰$ و $\sigma = ۲\pi$ معرف یک نقطه بر روی ریسمان هستند، برای آن شرط مرزی تناوبی اعمال می‌شود که به صورت زیر معرفی می‌گردد:

$$\forall \tau,\sigma : X^\mu(\tau,\sigma) = X^\mu(\tau,\sigma+۲\pi) \tag{۱-۱۰}$$

ریسمان باز دارای دو نقطه انتهایی است و در آن $\sigma \in [۰,\pi]$. به طور کلی دو نوع شرط مرزی را می‌توان روی نقاط انتهایی $\sigma = ۰$ و $\sigma = \pi$ اعمال کرد.

۱- شرط مرزی دیریکله[49] که در آن نقاط انتهایی ریسمان در کل حرکت ثابت باقی می‌مانند.

$$\frac{\partial X^\mu}{\partial \tau}(\tau,۰) = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau}(\tau,\pi) = ۰ \quad \mu \neq ۰ \tag{۱-۱۱}$$

از آن‌جایی‌که زمان همان‌طور که متغیر τ تغییر می‌کند، تغییر می‌کند، مختصه $\mu = ۰$ باید از این شرط حذف شود. لذا شرط مرزی دیریکله فقط برای جهات فضایی قابل اعمال است. برای ریسمان‌ها شرط مرزی دیریکله زمانی می‌تواند برقرار باشد که نقاط انتهایی به موجودات فیزیکی به نام D-غشاء متصل باشند زیرا در غیر این صورت، اندازه حرکت خطی ریسمان بقا نخواهد داشت.

47 Functional
48 Hamilton's principle
49 Dirichlet Boundary Condition