بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی‌تکنیک تهران)
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر
گروه ریاضی محض

رساله دکتری

طراحی آلگوریتم‌های ابتکاری جدید برای حل مسئله کارگاه جریانی جایگشتی (بر اساس سنگین‌ترین مسیر در ماتریس زمانها)

دانشجو:
شهریار فرهمند راد

استاد راهنما:
دکتر ناصر بروجردیان

استاد مشاور:
دکتر مهدی هاشمی تشکری

بهار ۱۳۸۶

بسمه تعالي

تاریخ :

پیوست :

فرم اطلاعات پایان نامه
کارشناسی ارشد و دکترا

دانشگاه صنعتی امیر کبیر
(پلی تکنیک تهران)
معاونت پژوهشی

نام و نام خانوادگی : شهریار فرهمند راد **دانشجوی آزا د** ☐ **بورسیه** ■ **معادل** ☐

شمارهٔ دانشجوئی : ۸۱۱۱۳۹۵۶ **دانشکده :** ریاضی و علوم کامپیوتر **رشتهٔ تحصیلی :** ریاضی محض

نام و نام خانوادگی استاد راهنما : ناصر بروجردیان

عنوان پایان نامه به فارسی:

طراحی آلگوریتم های ابتکاری جدید برای حل مسئله کارگاه جریانی جایگشتی (بر اساس سنگین ترین مسیر در ماتریس زمان ها)

عنوان پایان نامه به انکلیسی:

Sketching New Heuristic Algorithms for Solving the Permutation Flow Shop Problem (In Base of Heaviest Path in Times Matrix)

نوع پروژه : **کارشناسی ارشد :** ☐ **کاربردی** ■ **بنیادی** ☐ **توسعه ای** ■ **نظری** ☐

دکتـــــری ■

تاریخ شروع : مهر ماه ۸۱ **تاریخ خاتمه :** ۸۶/۲/۲۹ **تعداد واحد :** ۲۴

سازمان تأمین کننده اعتبار :

واژه های کلیدی به فارسی :

کارگاه جریانی جایگشتی – روش های ابتکاری

واژه های کلیدی به انکلیسی :

Permutation Flow Shop – Heuristic Algorithms

نظرها و پیشنهادها به منظور بهبود فعالیتهای پژوهشی دانشگاه :

استاد راهنما :

دانشجو :

امضاء استاد راهنما : **تاریخ :**

نسخهٔ ۱ : معاونت پژوهشی

نسخهٔ ۲: کتابخانه و به انضمام دوجلد پایان نامه به منظور تسویه حساب با کتابخانه و مرکز اسناد و مدارک علمی

تقدیم به

روح روانشاد استاد فرهیخته جناب آقای دکتر محمد صادق منتخب

همسرم برای محبت ها و حمایت هایش

فرزندم که زیبایی زندگی‌ام است

یاد و خاطره پدرم و مادرم و پدر همسرم که ایکاش زنده بودند ...

تشکر و قدردانی

به نام خدا

شکر ایزد منان را که توفیق تحقیق و انجام رساله حاضر را عنایت فرمود. بر خود واجب می دانم از استاد علم و اخلاق جناب آقای دکتر ناصر بروجردیان که راهنمایی های ارزنده ایشان همواره چراغ راه اینجانب بوده تشکر و قدردانی نمایم. از خداوند سبحان آرزوی توفیق و تندرستی برای این استاد ارجمند دارم. از استادان مشاور، داوران داخلی و خارجی که منتهای زحمت را در مطالعه و بررسی این رساله متحمل شده و در جلسه دفاع اینجانب شرکت فرمودند، بسیار متشکر و سپاسگزارم.

از مسئولین و اساتید و کارکنان محترم دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر کمال تشکر و قدردانی را دارم.

شهریار فرهمند راد

چکیده:

در این پایان نامه سه روش جدید ابتکاری برای حل مسئله کارگاه جریانی با هدف می‌نیموم کردن حداکثر زمان در جریان ارائه می‌شود. این روشها نتایجی بهتر از آلگوریتم NEH، بهترین روش ابتکاری موجود در میان روشهای کلاسیک، ولی پیچیدگی آنها یک درجه بیشتر است. حالتی را در نظر گرفته‌ایم که در آن دنبالهٔ کارها روی همهٔ ماشین‌ها یکسان هستند(کارگاه جریانی جایگشتی). بر طبق نماد گذاری پیشنهادی گراهام[1]، مسئله مورد مطالعهٔ ما با $F|prmu|C_{max}$ نشان داده می‌شود. بعد از مقدمات لازم، مسائل زمان‌بندی طبقه‌بندی شده، روشهای مختلف حل آنها آمده است سپس پیچیدگی مطرح می‌گردد. در نهایت روشهای ابتکاری ارائه شده روی مسائل تصادفی و بستر مسائل[2] استاندارد تیلارد[3] آزمایش شده و با آلگوریتم NEH و همچنین با یکدیگر مقایسه می شوند.

1-Graham
2- Benchmark
3-Taillard

فهرست

پیشگفتار ۱

فصل اول : طبقه‌بندی مسائل زمان‌بندی ٤

۱-۱ α(محیط ماشین یا ترکیب و شکل منبع)..... ۵

۱-۲ $\Downarrow$ (مشخصه‌های کار)..... ٦

۱-۲-۱ تعریف زمان‌بندی شدنی ۷

۱-۲-۲ تعریف جواب شدنی ۷

۱-۳ γ (تابع هدف)..... ۷

۱-۳-۱ مثال ۸

۱-۳-۲ مثال ۸

فصل دوم: راه حل‌های موجود برای مسئله‌های زمان‌بندی ۹

۲-۱ روشهای دقیق ۱۰

۲-۱-۱ روش جانسون ۱۰

۲-۱-۱-۱ مثال ۱۰

۲-۱-۲ روش شاخه و کران ۱۲

۲-۱-۲-۱ کران بالا ۱٤

۲-۱-۲-۲ کران پایین ۱۵

۲-۱-۲-۳ مثال ۱٦

۲-۱-۳ برنامه‌ریزی پویا ۲۰

۲-۱-٤ برنامه‌ریزی با اعداد صحیح ۲۱

۲-۲ روشهای حل بر اساس جستجوی در همسایگی ۲۲

۲-۲-۱ روش SA ۲٤

۲-۲-۲ روش TS ۲٦

۲-۲-۳ آلگوریتم‌های ژنتیک ۲۸

۲-۳ روشهای جستجوی ابتکاری ۲۹

فصل سوم: پیچیدگی محاسباتی ۳۷
۳-۱ مثال ۳۸
۳-۲ تعریف آلگوریتم کارا ۳۸
۳-۳ موضوع تئوری پیچیدگی ۳۹
۳-٤ بعضی از نمادها و تعریف‌ها ۳۹
۳-۵ کلاسهای P و NP ٤۰
۳-۵-۱ مثال ٤۰
۳-۵-۲ تعریف مسئله حل پذیر چند جمله‌ای ٤۰
۳-۵-۳ تعریف مسئلهٔ تصمیم ٤۱
۳-۵-٤ تعریف مسئله NP ٤۱
۳-۵-٤-۱ مثال ٤۱
۳-٦ مسائل رده NP- تام و NP - سخت ٤۲
۳-٦-۱ تعریف تحویل ٤۲
۳-٦-۱-۱ مسئله افراز ٤۲
۳-٦-۱-۲ مسئله جورسازی سه بعدی ٤۲
۳-٦-۱-۳ مسئله پوشش رأس ٤۲
۳-٦-۱-٤ مسئله زیرگراف کامل ٤۳
۳-٦-۱-۵ مسئله دورهامیلتونی ٤۳
۳-٦-۱-٦ مثال ٤۳
۳-٦-۲ تعریف مسئله NP - تام ٤۳
۳-٦-۲-۱ مثال ٤۳
۳-٦-۳-تعریف مسئله NP - سخت ٤۳
۳-۷ قضیه لدنر ٤٤
۳-۸ قضیه ٤٤
۳-۹ قضیه ٤٤
۳-۱۰ آیا چیزی ما بین چند جمله‌ای‌ها و نمایی‌ها وجود دارد ؟! ٤٤
۳-۱۱ آیا هر مسئله بهینه‌سازی متناظراً مسئله‌ای تصمیم دارد ؟ ٤۵

فصل چهارم : ارائه آلگوریتم‌های جدید ابتکاری ٤٦

٤-١ آلگوریتم‌های ابتکاری جدید ٤٨

٤-١-١ قضیه بلمن ـ اسوگبو ـ نابشیما ٤٩

٤-٢ تعریف راس کوچکتر یا مساوی ٥٠

٤-٢-١ گزاره ٥٠

٤-٢-٢ گزاره ٥١

٤-٢-٣ قضیه ٥١

٤-٢-٤ نتیجه ٥٢

٤-٢-٥ نتیجه ٥٢

٤-٣ آلگوریتم ١ ..... ٥٢

٤-٤ آلگوریتم ٢ ..... ٥٤

٤-٥ پیچیدگی آلگوریتم‌ها ٥٥

٤-٦ مراحل آزمایش ٥٥

٤-٦-١ بررسی آلگوریتم ها روی مسائل تصادفی ٥٥

٤-٦-٢ نگاهی دیگر به اعتبار آلگوریتم ها ٥٩

٤-٦-٣ بررسی آلگوریتم‌ها در آزمایشگاه تیلارد ٦٠

٤-٧ مثال ٦٢

٤-٨ مثال ٦٥

فصل پنجم : آلگوریتم سوم جدید ٦٧

٥-١ توضیح آلگوریتم ٦٨

٥-١-١ مرحله اول ٦٨

٥-١-٢ مرحله دوم ٦٨

٥-١-٣ مرحله سوم ٦٩

٥-٢ جواب اولیه ٧٠

٥-٣ پیچیدگی آلگوریتم ٧١

٥-٤ آزمایشات تجربی روی آلگوریتم جستجوی جدید ٧١

٥-٥ مثال ٧٩

فصل ششم: نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادهایی برای ادامه تحقیق ۸۱
مراجع ۸۳
چکیده لاتین

پیشگفتار

"زمان‌بندی[1]" عبارت است از اختصاص‌منابع محدود در زمان‌های مشخص به مجموعه‌ای از کارها یا فعالیت‌ها جهت بهینه کردن تابع های هدف مفروض. تحویل به موقع کارها یکی از عوامل مهم رضایت مشتری است و تئوری "زمان‌بندی" نقش مهمی را در رسیدن به این هدف ایفا می‌کند. توسعه‌های اخیر در این تئوری روی محدودیت‌های عملی متمرکز است، از طرف دیگر بنا به مطالعات و بررسی‌های انجام گرفته دو دهۀ اخیر به خوبی می‌دانیم که کاربردی‌ترین مسائل، غیر چند جمله‌ای سخت[2] هستند.

در مدل‌های زمان بندی قطعی[3]، مجموعه‌ای از کارها باید به وسیله مجموعه‌ای از ماشین‌ها انجام شده و اندازه‌های اجرای مورد نظر بهینه شوند. البته اگر مدل‌بندی با در نظر گرفتن همۀ جوانب باشد زمان بسیار زیادی برای حل آن لازم است و اگر شرط‌ها و محدودیت‌های عملی نادیده گرفته شده فقط حل‌پذیری مورد نظر باشد، واقعیت ها کنار گذاشته شده و جواب بدست آمده با جواب واقعی اختلاف زیادی خواهد داشت. فضای جستجو، فضایی گسسته است(چون متناهی است). می‌توان فاصلۀ بین هر دو زمان بندی را فاصلۀ همینگ[4] تعریف کرد. از این جهت همسایگی‌های به مرکز هر زمان بندی دارای معنی خواهد بود. به علاوه به دلیل گسسته بودن، بهینه کردن تابع هدف با استفاده از روشهای معمول حساب دیفرانسیل و انتگرال امکان‌پذیر نیست.

در توالی عملیات، کارها و منابع می توانند به فرم های مختلفی باشند. منابع مثلا ماشین هایی در یک کارگاه، باندهای موجود در فرودگاه، کارگران کارگاه ساختمانی، واحدهای اجرا در محیطی محاسباتی و مشابه آن هستند، در مقابل، کارها می توانند اعمال پروسه تولید، نشست و برخاست هواپیما در فرودگاه، طبقات در پروژۀ ساختمانی، اجرای برنامه‌های کامپیوتر و مانند آن باشند. سطح تقدم کارها متفاوت است و هر کدام نیازمند زودترین زمان شروع و سریعترین زمان پایان پردازش ممکن است. هدفها نیز می‌توانند فرم‌های مختلفی داشته باشند، مثلا مینیموم کردن زمان تکمیل آخرین کار، به حداقل رساندن تعداد کارهای تکمیل نشده بعد از سر آمدن زمان تحویل مورد نظر، نمونه هایی از تابع هدف هستند.

روش‌های زمان‌بندی در اواسط دهۀ پنجاه فرمول‌بندی شدند. از آن زمان تاکنون رشد قابل توجهی در این روشها به وجود آمده است. در دهۀ هفتاد دانشمندان علوم کامپیوتر زمان‌بندی را به عنوان ابزاری در جهت گسترش سیستم های کامپیوتر به کار بردند، مسائل زمان‌بندی بر اساس مرتبۀ پیچیدگی محاسباتی‌شان مشخص و طبقه‌بندی

1-Scheduling
2-NP-hard
3-deterministic
4-Hamming distance

شده‌اند. در خلال سالهای اخیر مسائل نو و جالب توالی عملیات در ارتباط با تولیدات خم شونده (سیم و مفتول و...) فرمول‌بندی شده است.

از متقدمین این تئوری می‌توان از هنری گانت[1] نام برد. مدت زمان زیادی گذشت تا اولین آثار مکتوب زمان بندی در بحث تحقیق در عملیات به رشتهٔ تحریر در آمدند. اولین نوشته‌ها در اواسط دههٔ پنجاه به وسیلهٔ و. ای. اسمیت[2]، اس. ام. جانسون[3] وجی.آر. جکسون[4] در Naval Research Logistics,Quarterly ارائه شدند. در خلال دههٔ ۱۹۶۰ کارهای زیادی در مورد فرمول‌بندی مسائل زمان‌بندی به وسیلهٔ برنامه‌ریزی پویا و برنامه‌ریزی اعداد صحیح انجام شد. بعد از مقالهٔ مشهور ریچارد کارپ[5] در مورد پیچیدگی، بررسی‌ها و جستجوهای دههٔ ۱۹۷۰ روی پیچیدگی مسائل زمان بندی متمرکز شدند. بیشتر مطالعات وتحقیقات دانشگاهی و صنعتی دههٔ ۱۹۸۰ به سمت و سوی مسائل زمان بندی تصادفی بود. از سوی دیگر کامپیوترهای شخصی مشغول به خدمت در شرکت ها و ادارات شدند و سیستم‌های زمان بندی جدیدی به وسیلهٔ آنها برای تعمیم زمان بندی‌های قابل استفاده به توالی‌های موجود در حوزهٔ مسائل واقعی کشف شدند. این طراحی سیستم و توسعه، مدیون محققین کامپیوتر و تحقیق در عملیات و همچنین مهندسین صنایع است.

کلاس مهمی از مسائل زمان بندی ماشین ، مسائل زمان بندی کارگاه است که در آن مجموعه ای از کارها باید روی مجموعه ای از ماشین ها پردازش شوند. در حات کارگاه جریانی جایگشتی هر کار باید با ترتیبی یکسان روی ماشین ها پردازش شود و ترتیبی یکسان از کاها روی هر ماشین نیز پذیرفته می شود. هدف می نیمم کردن کل زمان پردازش کارهاست . به دلیل پیچیدگی این نوع از مسائل زمان بندی ، یافتن جواب بهینه فقط برای مسائل با تعداد نسبتا کم کار و ماشین عملی است بنابراین توسعه روشهای ابتکاری کارا بسیار مهم است.

در فصل اول این رساله، مسائل زمان‌بندی طبقه‌بندی می‌شوند، سپس در فصل دوم روشهای مختلف حل آنها ارائه می‌گردد. در فصل سوم پیچیدگی مورد بررسی قرار می‌گیرد. فصل چهارم به روشهای ابتکاری طراحی شده برای حل مسئله کارگاه جریانی جایگشتی و نتیجهٔ آزمایش آنها روی مسائل تصادفی و مسائل تیلارد[6] اختصاص دارد. فصل پنجم با ادامه ایده‌های اولیه کشف آلگوریتم‌های جدید خود مستقلا به آلگوریتم سوم جدید می‌پردازد. نتایج به دست آمده از هر سه روش بهتر از جوابهای سایر روشهای ابتکاری است. نتیجه‌گیری کلی و ارائهٔ پیشنهادهایی برای ادامه تحقیق بحث فصل آخر را تشکیل می‌دهند.

1-Henry Gantt
2-W.E.Smith
3-S.M.Johnson
4-J.R.Jackson
5-Richard Karp
6-Taillard

از این پایان نامه دو مقاله به شرح زیر استخراج شده است:

1) New High Performing Heuristics for Minimizing Makespan in Permutation Flowshops

۲) یک آلگوریتم جستجوی جدید کارآمد برای مسئله کارگاه جریانی جایگشتی

مقاله اول برای چاپ در مجلهٔ Omega قبول شده و مقاله دوم برای داوری به مجلهٔ علمی پژوهشی امیرکبیر فرستاده خواهد شد.

فصل اول

طبقه بندی مسائل زمان بندی

در بسیاری از کارخانه‌ها و کارگاههای تولیدی لازم است تعداد مشخصی عمل روی هر کار انجام شود. غالبا ترتیب انجام این اعمال روی تمام کارها ثابت می‌باشد و در واقع همهٔ کارها چرخه‌ای یکسان دارند یعنی ابتدا روی ماشین اول و سپس در ماشین دوم و ... پردازش می‌شوند و هر کار بعد تکمیل شدن در هر ماشین در صفی منتظر پردازش در ماشین بعدی می‌شود. ماشین‌ها هم به طور سری آماده به کار می باشند چنین محیط کار کارگاه جریانی[1] نامیده می‌شود. اگر همهٔ صف‌ها به صورت اول ورود اول خروج (یعنی first in first out یا FIFO) باشند ترتیب انجام کارها روی همهٔ ماشین‌ها یکسان می‌شود و کارگاه را جریانی جایگشتی[2] می‌نامند. در کارگاه جریانی جایگشتی، جلو زدن یک کار از کار (یا کارهای) دیگر مجاز نیست. در حالتی که زمان‌های پردازش، زمان‌های ورود کارها،زمان‌های در دسترس بودن ماشین‌ها و موعدهای تحویل کارها دارای زمان‌بندی قطعی باشند یعنی زمان‌بندی آنها احتمالی و فازی نباشد کارگاه را جریانی قطعی[3] می‌نامند. فضای ذخیره‌سازی و انبار کردن بین ماشین‌ها ممکن است نامحدود باشد. مثلا اگر پردازش روی تولیدات کوچکی مانند مدارهای الکترونیکی یا مدارهای مجتمع (IC) باشد می‌توان فضای ذخیره بین دو ماشین را نامحدود فرض کرد، در غیر این صورت تولیدات حجیم مانند تلویزیون یا دستگاه‌های تکثیر فضای بزرگی را اشغال کرده باعث توقف در مراحل پردازش می‌شوند، زیرا به محض پر شدن فضای بین دو ماشین، ماشین قبلی که پردازش را روی کاری تمام کرده مجبور است کار جدید (بعدی) را نپذیرد.

در محیط‌های عمومی‌تر، تعدادی ماشین موازی در هر طبقه تعبیه شده است. هر کار در هر طبقه فقط روی‌یکی‌ازماشین‌هاپردازش‌می‌شود چنین محیط ماشین، کارگاه جریانی‌قابل انعطاف[4] نام دارد.

در این تحقیق فرض بر آن است که مسئله زمان بندی $F|prmu|C_{max}$ است یعنی کارگاه جریانی جایگشتی با زمان‌بندی قطعی که هدف آن مینیموم کردن کل زمان در جریان (makespan)است.

یادآور می‌شویم فرق بین مسئله کارگاه جریانی جایگشتی با کارگاه جریانی معمولی آن است که در حالت معمولی که پیشی گرفتن یک کار از کار دیگر در حال انتظار پردازش مجاز می‌باشد ترتیبی بهینه وجود دارد که در آن

1-flow shop
2-permutation flow shop
3-Deterministic flow shop
4-Flexible flow shop

ترتیب پردازش روی دو ماشین اول و دوماشین آخر یکی است [۴۳]. به این ترتیب مسئله چهار ماشین به طوریکه همهٔ زمان بندی‌های بهینه، غیر جایگشتی باشند به سادگی ساخته می شود.

مطالعات مربوط به کارگاه جریانی قطعی از سال ۱۹۵۲ ابتدا با بررسی‌های محض و سپس با کاربردهای جدی آغاز گردیده است. مطالعات و جمع‌بندی‌های انجام شده نشان می‌دهد تا سال ۱۹۹٤ در این خصوص تنها ۱۷۰ مقاله مهم در مجلات معتبر دنیا چاپ شده است. البته از این سال تا حال حاضر تعداد مقالات ذکر شده از رشدی نمایی برخوردار می‌باشد[٤٤].

طبقه بندی کلی:

مسائل زمان بندی با نمادی شامل سه حوزه به صورت $\alpha|\Downarrow|\gamma$ طبقه بندی می‌شوند. α یعنی محیط ماشین یا ترکیب و شکل منبع و از دو عامل تشکیل می شود. $\Downarrow$ جزئیات عملیات، محدودیت‌ها، ضرورت‌ها و مشخصه‌های کار را نشان می‌دهد، ممکن است شامل هیچ عاملی نباشد. γ تابع هدف است که باید بهینه شود ومعمولا شامل یک مورد است.

۱-۱ α (محیط ماشین یا ترکیب و شکل منبع)

محیط ماشین به‌وسیلهٔ $\alpha = \alpha_1\alpha_2$ یعنی دوعبارت مشخص می‌شود. اگر $\alpha_1 \in \{O, P, Q, R, PMPM, QMPM\}$ و $\alpha_1 = O$ داریم $\alpha = \alpha_2$ و هر کار j_i شامل عملی منفرد است و بایستی روی ماشین خاصی[1] پردازش شود. در صورتیکه $\alpha_1 \in \{P, Q, R\}$، ماشین‌های موازی داریم. اگر $\alpha_1 = P$، ماشین‌های یکسان موازی[2] وجود دارند، بنابراین برای زمان پردازش P_{ij} از کار J_i روی همهٔ ماشین‌های M_j داریم $p_{ij} = p_i$. برای‌وقتی که $\alpha_1 = Q$، ماشین‌های یکنواخت موازی[3] وجود دارند یعنی $p_{ij} = p_i / s_j$ که در آن s_j سرعت ماشین M_j می‌باشد. (پس اگر برای $j = 1,2,...,m$ فرض کنیم $S_j = 1$ آنگاه m ماشین یکسان موازی داریم) . اگر $\alpha_1 = R$ ماشین‌های غیرمرتبط موازی[4] وجود دارند یعنی اگر s_{ij} سرعت‌کار M_j باشد $P_{ij} = P_i / S_{ij}$. در هر دو حالت $\alpha_1 = PMPM$ و $\alpha_1 = QMPM$، ماشین‌های چند منظوره با سرعت‌های مساوی و یکنواخت وجود دارند[۴۳].

اگر $\alpha_1 \in \{G, X, O, J, F\}$، مدلی شامل چند عمل داریم. در ارتباط با هر کار J_i مجموعه‌ای از اعمال $O_{i1}, O_{i2}, ...O_{i,n_i}$ وجود دارند، ماشین‌ها اختصاصی هستند و رابطه تقدم و تأخر نیز بین اعمال وجود دارد،

1-dedicated
2-identical parallel
3-Uniform parallel machines
4-Unrelated parallel

این نوع مدل‌ها را کارگاه عمومی[1] می‌نامیم و با $\alpha_1 = G$ نشان می‌دهیم. کارگاه‌های عملکردی[2] کارگاه‌های جریانی[3]، کارگاه‌های باز[4] و کارگاه‌های توأم یا مختلط[5] حالت‌های خاص کارگاه عمومی هستند.

در هر کارگاه عملکردی که با $\alpha_1 = J$ نشان داده می‌شود رابطهٔ تقدم وتاخر به صورت زیر وجود دارد:

$$O_{i1} \rightarrow O_{i2} \rightarrow O_{i3} \rightarrow .... \rightarrow O_{i,n_i} \qquad i = 1,2,...n$$

کارگاه جریانی که با $\alpha_1 = F$ نشان داده می‌شود حالت خاصی از کارگاه عملکردی است که در آن کارها روی همهٔ ماشین‌ها با ترتیبی یکسان یا غیر یکسان پردازش می‌شوند. اگر بین اعمال، تقدم و تاخر وجود نداشته باشد کارگاه باز خواهیم داشت که با $\alpha_1 = O$ نشان داده می‌شود. وقتی مسئله کارگاه عملکردی داشته باشیم می توانیم $\Downarrow_4$ را مساوی $n_i \leq 2$ فرض کنیم و همهٔ کارها در چرخهٔ پردازش به حداکثر دو عمل نیاز خواهند داشت. اگر... یا۳ یا۲یا۱= α_2 باشدآنگاه α_2 تعداد ماشین‌ها را نشان می‌دهد. اگر بنویسیم $\alpha_2 = k$، k دلخواه بوده ولی تعداد ثابتی از ماشین‌ها را نشان می‌دهد. برای وقتی که تعداد ماشین‌ها دلخواه است قرار می‌دهیم $\alpha_2 = 0$، به عنوان مثال Fm یعنی m ماشین مفروض است و هر کار باید روی هر یک از m ماشین پردازش شود [۴۳]و [۷].

۱-۲ $\Downarrow$(مشخصه های کار)

مشخصه‌های کار با مجموعهٔ $\{\Downarrow_1, \Downarrow_2, \Downarrow_3, \Downarrow_4, \Downarrow_5, \Downarrow_6\}$ =$\Downarrow$معین می‌شود. در این حوزه نوشتن $\Downarrow_1$ به این معنی است که تقسیم‌بندی[6] کار مجاز است. تقسیم‌بندی کار یعنی عملیات پردازش ممکن است متوقف شده و بعد از مدتی حتی روی ماشینی دیگر ادامه یابد. امکان دارد پردازش به دلایل مختلف در دفعات متعددی متوقف شود. در حالتی که تقسیم‌بندی مجاز است قرار می‌دهیم $\Downarrow_1 = pmtn$ و گرنه درحوزه $\Downarrow$، $\Downarrow_1$ نوشته نخواهد شد.

$\Downarrow_2$ رابطه‌های تقدم و تأخر[7] بین کارها را شرح می‌دهد. مثلاً برای کارگاه جریان جایگشتی می‌نویسیم $\Downarrow_2 = prmu$. اگر $\Downarrow_3 = r_i$ برای همهٔ کارها زمان ترخیص r_i در نظر گرفته شده است. هنگامی که برای همهٔ کارها $r_i = 0$ باشد $\Downarrow_3$ در $\Downarrow$ نوشته نمی‌شود. $\Downarrow_4$ به محدودیت‌های زمان‌های اجرای عملیات یا تعداد این اعمال اختصاص دارد.

اگر $\Downarrow_5 = d_1$ باشد آنگاه برای هر کار J_1 یک زمان پایان انجام عملیات اختصاص داده می‌شود، یعنی کار J_1 نباید دیرتر از زمان d_1 خاتمه یابد. در بعضی از عملیات ترتیب‌بندی، مجموعه کارها باید در دسته‌هایی گروه‌بندی[8]

1-General shop
2-Job shop
3-Flow shop
4-Open shop
5-mixed shop
6-Splitting –preemption
7-precedence relation
8-batching

شوند یعنی گروهی از کارها باید یکجا روی یک ماشین پردازش شوند، زمان پایان همهٔ کارهای گروه، همان زمان پایان عملیات گروه تعریف می‌شود. برای هر گروه، S به عنوان زمان شروع به کار کردن در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌کنیم این زمان برای هر گروه و یا دنباله‌های مستقل کارها نیز یکسان باشد. مسئله گروه‌بندی عبارت است از گروه‌بندی کارها و سپس ترتیب‌بندی این گروه‌ها. دو نوع مسئله گروه‌بندی وجود دارد که با نمادهای $p-batching$ و $s-batching$ نشان داده می‌شوند. در مسائل $p-batching$ $(s-batching)$ طول یک گروه مساوی ماکزیمم (مجموع) زمان‌های پردازش همهٔ کارها در آن گروه است. $p-batch=\Downarrow_{\varepsilon}$ یا $s-batch=\Downarrow_{\varepsilon}$ مسئله‌ای گروه‌بندی را نشان می‌دهد وگرنه $\Downarrow_{\varepsilon}$ در $\Downarrow$ نوشته نمی‌شود [۴۳]و [۷].

۱-۲-۱ تعریف:

زمان‌بندی را شدنی[1] می‌نامیم هرگاه هیچ دو فاصلهٔ زمانی توسط یک ماشین به طور هم زمان پوشش داده نشود و هیچ دو فاصله زمانی اختصاص داده شده به یک کار هم زمان رخ ندهد و به علاوه مشخصه‌هایی از مسائل خاص (بسته به مورد) نیز رعایت شوند. یعنی در یک زمان‌بندی شدنی دو کار مختلف روی یک ماشین همزمان پردازش نمی‌شود و البته روی یک کار همزمان دو ماشین عمل پردازش انجام نمی‌دهند [۷].

۱-۲-۲ تعریف:

جواب شدنی در حالت کلی یعنی جوابی که در محدودیت‌ها و اضطرارها صدق می‌کند.

۱-۳ γ (تابع هدف)

زمان اتمام پردازش کار J_i را با C_i و ارزش متناظرش را با $f_i(C_i)$ نشان می دهیم اساساً دو نوع تابع کلی ارزش وجود دارند:

$$f_{max}(C)=\max\{f_i(C_i)|i=1,...,n\}$$

$$\sum f_i(C)=\sum_{i=1}^{n} f_i(C_i)$$

که به ترتیب هدف‌های گلوگاه[2] و اهداف مجموع[3] نامیده می‌شوند. مسئله زمان‌بندی، پیدا کردن ترتیبی شدنی است که تابع کلی ارزش را مینیموم کند.

اگر توابع f_i مشخص نباشند قرار می‌دهیم $\gamma=\sum f_i$ یا $\gamma=f_{max}$. در بسیاری از حالات، توابع f_i خاص در نظر گرفته می‌شوند. توابع هدف مهم، زمان کل پردازش کارها $\max\{C_i|i=1,...,n\}$، زمان کلی جریان[4] $\sum_{i=1}^{n} C_i$ و

1-feasible
2-bottleneck objectives
3-sum objectives
4-total flow time

زمان کلی وزندار جریان[1] $\sum_{i=1}^{n} w_i.C_i$ می‌باشند و به ترتیب می‌نویسیم $\gamma = \sum C_i, \gamma = C_{max}$ و $\gamma = \sum w_i.C_i$.

توابع هدف دیگر به تاریخ ترخیص کارها بستگی دارند. معمولاً مدل‌های ارائه شده فقط یک تابع هدف دارند و روی مدل‌های دارای چند تابع هدف، هنوز مطالعات کافی انجام نشده است [۷].

منظور از مثال‌های زیر توصیفی از نمادها و نشان دادن کاربرد مطالب ذکر شده در حوزه‌های α و $\Downarrow$ و γ می‌باشد.

۱-۳-۱ مثال $Fm|P_{ij} = p_j|\sum w_j C_j$

بیانگر سیستم کارگاه جریانی متناسبی با m ماشین است، یعنی m ماشین در یک سری قرار داشته زمان پردازش کار i ام روی همهٔ m ماشین مساوی و برابر p_j است (وجه تسمیهٔ کلمهٔ متناسب). هدف پیدا کردن ترتیبی است که n کار از میان سیستم به قسمی عبور کنند که مجموع وزندار زمانهای تکمیل مینیموم شود.

۱-۳-۲ مثال $Jm||C_{max}$

کارگاهی با m ماشین است به طوریکه هر کار ترتیب خاص انجام خودش را دارد و البته هر کار هر ماشین را حداکثر یکبار ملاقات می‌کند ولی ترتیب ملاقات هر کار با m ماشین لزوما با ترتیب ملاقات کارهای دیگر با ماشین‌ها یکی نیست. هدف مینیموم کردن زمان کل پردازش کارها[2] است.

1-weighted (total) flow time
2-makespan

فصل دوم

راه‌حل‌های موجود برای مسئله‌های زمان بندی

بسیاری از مسائل زمان بندی (مخصوصاً مسائل واقعی) آنقدر پیچیده‌اند که نمی‌توانند به سادگی با برنامه‌های ریاضی فرمول‌بندی شوند و به همین دلیل روش‌های حل دقیق آنها مانند شاخه و حد یا برنامه‌ریزی پویا کارآیی لازم را ندارند. به همین خاطر، روشهای حل ارزان و سریع و مخصوصاً تکنیک‌های جستجو که اجرای آنها آسانتر از روشهای حل دقیق است، رونق بیشتری گرفته است.

تکنیک‌های حل $F|prmu|C_{max}$ به کمک جستجو دو نوع هستند:

الف- تکنیک‌های جستجو در همسایگی (که غالبا به وسیله محققین تحقیق در عملیات و مهندسین صنایع استفاده می‌شوند).

ب- روشهای جستجوی ابتکاری[1] (که اغلب به وسیلهٔ متخصصین رایانه به کار گرفته می‌شوند).

روشهای جستجو در همسایگی بر پایهٔ اصلاح موضعی استوارند. با داشتن یک جواب تقریبی، یک تغییر یا اصلاح، به خاطر رسیدن به جوابی بهتر انجام می‌شود. این روشها به سه دستهٔ اصلی تقسیم می‌شوند که عبارتند از simulated annealing، tabu search، genetic algorithms.

روشهای حل به کمک جستجوی ابتکاری با تکنیک‌های جستجو در همسایگی کاملا متفاوت‌اند. این روشها سعی به پیدا کردن زمان بندی بهینه ندارند بلکه دنبال یک توالی عملیات شدنی خوب می‌باشند. ضمن آنکه در حل مسئله، روی قسمت‌های کوچکتر بررسی نموده و کوشش می‌کنند که این راه حل‌ها را آن قدر گسترش دهند تا به راه حل کامل و شدنی برسند. ویژگی مهم روشهای جستجوی ابتکاری، سریع انجام شدن آنهاست. پیدا کردن ترتیب بهینه مسئله ای ترکیباتی است. وقتی تعداد کارها یا تعداد ماشین‌ها افزایش می‌یابد تعداد حالات ممکن مسئله با سرعت چشمگیری زیاد می‌شود و طبیعی است که زمان زیادی برای حل آنها حتی با کامپیوترهای قوی مورد نیاز خواهد بود، در نتیجه درخلال سال‌های اخیر به روش‌های حل ابتکاری بیشتر از روشهای حل دقیق توجه می‌شود. (البته برای مسائل کوچک هم تضمینی وجود ندارد که جواب نهایی به سرعت بدست آید، داده‌ها در این سرعت بسیار موثرند).

1-Heuristic

روشهای دقیق دارای اشکالات مهمی همچون کارایی کم، سرعت کم، افزایش بسیار بالای تعداد حالات ممکن در اثر زیاد شدن تعداد کارها یا ماشین‌ها و... هستند.

۲-۱ روش های دقیق

روشهای دقیق ذکر شده در صفحات آتی در حالاتی که هردوی تعداد ماشینها و تعداد کارها اندک می باشند جوابی دقیق (بهینه) دربردارند.

۲-۱-۱ روش جانسون[1]

این روش در سال ۱۹۵٤ به وسیله جانسون [۲٤] برای حل $F2|prmu|C_{max}$ به کار رفت و الگوی بسیاری از روشهای جستجوی ابتکاری است. متاسفانه این روش تنها برای کارگاهی شامل دو ماشین است هر چند حالت سه ماشین به مسئله ای دو ماشین تبدیل می‌شود. با تعیین حداقل مقدار زمان‌های پردازش، اگر این حداقل مربوط به ماشین اول است کار متناظر را در اولین وضعیت زمان‌بندی مطلوب قرار می‌دهیم و این کار را از فهرست انتخاب کارها حذف می‌کنیم، اگر مقدار حداقل مربوط به ماشین دوم باشد کار متناظر را در آخرین وضعیت ممکن قرار داده این کار را نیز از فهرست انتخاب کارها بر می‌داریم و به شروع عملیات منتقل می‌شویم. درغالب کتابهای مربوط به تئوری زمان‌بندی طی قضیه ای ثابت می‌کنند که روش جانسون بهینه و پیچیدگی آن $O(n^2)$ است(مثلاً [۲۱] یا [۲]).

۲-۱-۱-۱ مثال: محیطی با پنج کار و دو ماشین با زمان‌های پردازش درج شده در جدول زیر مفروض است. می‌خواهیم ترتیب بهینه و مقدار مینیموم کل زمان در جریان (makespan) را بدست آوریم.

ماشین / کار	m_1	m_2
J_1	۵	٤
J_2	۳	۱۱
J_3	٦	۲
J_5	٤	۹
J_5	۹	۱۳

ترتیب بهینه

J_2
J_4
J_5
J_1
J_3

1-Johnson