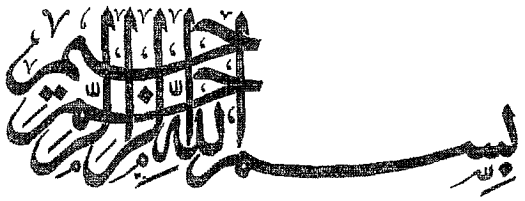


٤٨٤٨٩

دانشگاه تهران

دانشکده فنی

روش اجزاء محدود وفقی در تعیین بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل برای محیطهای پیوسته جامد

نگارش : اباذر اصغری چولقشلاقی

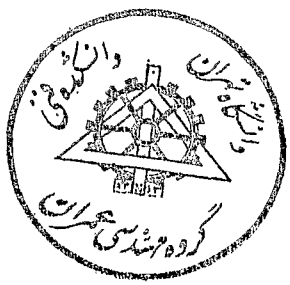
استاد راهنما : دکتر سیدرسول میرقادری

استاد مشاور : ۱ـ دکتر بیژن برومند

۲ـ دکتر شهرام وهدانی

رساله برای دریافت درجه دکتری

در رشته مهندسی عمران ـ سازه



آذر ۱۳۸۰

۴۸۴۸۹

دانشکدهٔ فنی

صفحه تصویب رساله دکتری

موضوع:

«روش اجزاء محدودوفقی در تعیین بارنهائی و مسیرگسیختگی محتمل برای محیط‌های پیوسته جامد»

توسط:

اباذر اصغری

رساله

برای دریافت درجه دکتری (Ph.D)

رشته: مهندسی عمران ـ سازه

از این رساله در تاریخ ۸۰/۱۰/۳ در مقابل هیئت داوران دفاع بعمل آمد و مورد تصویب قرار گرفت.

امضاء

سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده: دکتر محمدعلی بنی‌هاشمی .....

مدیر گروه آموزشی: دکتر منوچهر لطیفی .....

استاد راهنما : دکتر سیدرسول میرقادری ..... ۱۳۸۲ /۷/ ۱

استاد مشاور : دکتر بیژن برومند .....

استاد مشاور : دکتر شهرام وهدانی .....

داور مدعو : دکتر محمدمهدی سعادت‌پور .....

داور مدعو : دکتر فیاض رحیم‌زاده .....

داور داخلی : دکتر رضا عطارنژاد .....

داور داخلی : دکتر بهروز گتمیری .....

داور داخلی : دکتر سهیل محمدی .....

سرپرست تحصیلات تکمیلی گروه مهندسی عمران : دکتر سیدرسول میرقادری ..

دانشگاه تهران ـ دانشکده فنی ـ صندوق پستی ۱۱۳۶۵/۴۵۶۳ نمابر ـ ۶۴۶۱۰۲۴

روش اجزاء محدود وفقی در تعیین بار نهائی و مسیر گسیختگی محتمل برای محیط‌های پیوسته جامد

نگارش : اباذر اصغری

استاد راهنما : دکتر سیدرسول میرقادری

رشته : مهندسی عمران

تاریخ : آذرماه ۱۳۸۰

چکیده رساله دکتری:

در اکثر شاخه‌های وابسته به‌مکانیک خاک و پی برای محاسبه بار نهایی یک پی و برای تحلیل شیروانیهای خاکی بیشتر از روشهای تقریبی استفاده می‌شود. روشهای تقریبی انواع مختلفی دارند که معروفترین آنها عبارتند از:

- روش خطوط مشخصه؛
- روش تعادل حدی؛
- روش تحلیل حدی؛

روشهای تقریبی فوق محدودیتهایی دارند که بارزترین آنها عبارتند از:

- عدم محاسبه مقدار جابجایی؛
- عدم ارائه اطلاعاتی در زمینه توسعه گسیختگی؛
- عدم ارضاء همزمان معادلات تعادل، روابط بنیادی و معادلات سازگاری؛
- عدم توانایی در تحلیل محیطهای شامل خاک و دیوار حائل؛

روش اجزاء محدود یکی از ابزارهای قوی برای حل عددی محدوده وسیعی از مسائل مهندسی است. در روش اجزاء محدود روابط بنیادی، معادلات تعادل و روابط سازگاری به‌طور همزمان ارضاء

می‌شوند. روش اجزاء محدود هیچکدام از محدویت‌های یاد شده را ندارد و با انتخاب یک معیار گسیختگی مناسب می‌توان بار نهایی هر نوع مسئله سازه‌ای را بدست آورد.

اما در روش اجزاء محدود علاوه بر پیچیدگی ناشی از تحلیل الاستوپلاستیک تقریباً هیچگونه ابزاری مبنی بر مناسب بودن اندازه المان به‌کار رفته و صحیح بودن نوع حل در دسترس مهندسین وجود ندارد و انتخاب اندازه المان بیشتر براساس توصیه‌های داده شده در این مورد صورت می‌گیرد. به‌طوری که در بعضی مواقع براساس توصیه‌های داده شده حجم مسئله بسیار بزرگ شده و بعضاً حل براساس توصیه‌های داده شده غیرممکن می‌شود.

همچنین در روش اجزاء محدود معمولی تقریباً هیچگونه اطلاعات دقیقی در مورد گسترش مسیر گسیختگی در دسترس نیست زیرا ابعاد المانهای بکار رفته درکل محیط معمولاً یکسان بوده و دسترسی به‌مسیر تشکیل مکانیزم گسیختگی کار بسیار پیچیده می‌باشد. بنابراین عدم دسترسی ارزان به‌مسیر تشکیل مکانیزم گسیختگی از دیگر ضعف تحلیل به‌روش اجزاء محدود معمولی می‌باشد.

آنچه که در این رساله صورت گرفته است، با تهیه یک نرم‌افزار تحلیل‌گر غیرخطی "*NAP2D*" و یک نرم‌افزار محاسبه‌کننده خطا "*SMOOTH*"، میزان خطای نسبی سراسری (η) و خطای نسبی موضعی (ξ_i) در هر گام بارگذاری محاسبه شده و به‌کمک یک‌نرم افزار تولیدکننده شبکه جزءبندی "*MGP*" و براساس اصلاح وفقی نوع h با شبکه جزءبندی غنی‌شده، ابعاد المانها بطور موضعی کوچک شده به‌طوری که خطای نسبی (ξ_i) درکلیه المانها کمتر از یک گردد. محاسن روش فوق نسبت به‌روش اجزاء محدود معمولی عبارتند از:

- داشتن ابزاری مبنی بر صحیح بودن نوع حل صورت گرفته (η)؛
- اصلاح وفقی المانها؛
- رسیدن به‌جواب نهایی با تعداد المانهای کمتر و عدم نیاز به‌برنامه‌هایی با ظرفیت بالاتر؛
- دسترسی به‌مسیرهای محتمل تشکیل مکانیزم گسیختگی از طریق اصلاح وفقی و محاسبه نرم‌های خطا؛

تقدیر و تشکر

این رساله زیر نظر استاد عالیقدر جناب آقای **دکتر سیدرسول میرقادری** به‌عنوان استاد راهنما انجام گرفته است که بدینوسیله از راهنمایی‌های ارزنده و زحمات بی‌دریغ ایشان صمیمانه سپاسگزاری می‌شود.

در تهیه و انجام این رساله از راهنمایی‌های ارزنده استاد گرامی جناب آقای **دکتر بیژن برومند** به‌عنوان استاد مشاور بهره فراوان برده شده که بدینوسیله از راهنمایی‌های ارزنده و نظرات مؤثر ایشان صمیمانه قدردانی می‌گردد. راهنمایی‌های ایشان در طول مدت تهیه این رساله برای اینجانب بسیار مغتنم بود.

در مراحل مختلف تهیه رساله از نظرات استاد محترم جناب آقای **دکتر شهرام وهدانی** به‌عنوان استاد مشاور بهره فراوان برده شده است که بدینوسیله از راهنمایی‌های ایشان نیز قدردانی می‌گردد.

همچنین از اساتیدبزرگواروگرامی جناب‌آقای **دکترمحمدمهدی‌سعادت‌پور، دکتربهروز گتمیری، دکتر فیاض رحیم‌زاده، دکتر رضا عطارنژاد و دکتر سهیل محمدی** به‌خاطر پیشنهادات متعدد و اصلاحات ارزنده‌شان سپاسگزاری می‌شود.

اباذر اصغری

آذر ۱۳۸۰

فهرست مطالب

صفحه

فصل اول : پیشگفتار ۱

۱-۱ مقدمه ۲

۱-۲ تاریخچه روشهای پس‌خطا برآوردکننده‌ها و اصلاح وفقی ۲

۱-۳ موضوع رساله ۵

فصل دوم:تخمین‌های خطا و اصلاح وفقی اجزاء محدود ۹

۲-۱ مقدمه (معادلات اساسی) ۱۰

۲-۱-۱ جزء مثلثی ۱۳

۲-۱-۲ تهیه یک‌نرم‌افزار تحلیل‌گرخطی جهت‌تحلیل بروش اجزاءمحدود ۱۶

۲-۱-۲-۱ ساختار کلی برنامه تحلیل‌گر خطی "*FEP*" ۱۷

۲-۲ محاسبه خطا در تحلیل مسائل به‌روش اجزاء محدود ۱۸

۲-۳ تخمین خطا با استفاده از قانون بازیافت گرادیان (تنش) ۲۳

۲-۳-۱ تشکیل ماتریس M و بردار P برای یک‌جزء مثلثی ۲۷

۲-۳-۲ رابطه η در نرم انرژی ۳۳

۲-۳-۳ رابطه η در نرم L_2 برای تنش‌ها ۳۳

۲-۳-۴ رابطه η در نرم L_2 برای کرنش‌ها ۳۴

۲-۳-۵ رابطه η در نرم J ۳۴

۲-۳-۶ رابطه η در نرم JJ ۳۵

۲-۴ تعریف شاخص ξ_i ۳۶

۲-۴-۱ محاسبه شاخص ξ_i برای نرم انرژی ۳۷

۲-۴-۲ محاسبه شاخص ξ_i برای نرم $L2$تنشها ۴۲

۲-۴-۳ محاسبه شاخص ξ_i برای نرم $\|J\|$ ۴۵

۲-۴-۴ محاسبه شاخص ξ_i برای نرم $\|JJ\|$ ۵۰

۲-۴-۵ محاسبه شاخص ξ_i برای نرم L_2کرنشها ۵۲

صفحه

۲ـ۶	تهیه نرم‌افزار "*SMOOTH*" جهت محاسبه η و ξ_i	۵۶
۲ـ۶ـ۱	الگوریتم برنامه کامپیوتری "*SMOOTH*"	۵۶
۲ـ۶ـ۲	ساختار برنامه "*SMOOTH*"	۵۷
۲ـ۷	اصلاح وفقی حل اجزاء محدود	۵۸
۲ـ۷ـ۱	اصلاحی از نوع h با استفاده از شبکه جزءبندی غنی‌شده	۶۰
۲ـ۷ـ۲	اصلاحی از نوع h با استفاده از شبکه جزءبندی خودکار	۶۵
۲ـ۷ـ۳	تهیه‌نرم‌افزار "*EMP*" برای اصلاح شبکه جزءبندی‌شده در تحلیل خطی	۶۸
۲ـ۷ـ۳ـ۱	ساختار برنامه "*EMP*"	۶۹
۲ـ۸	حل مثالها	۷۰
۲ـ۸ـ۱	مثال(۱): نمایش روند اصلاحی برای یک تیر کوتاه با تکیه‌گاه طره‌ای	۷۰
۲ـ۸ـ۲	مثال(۲): نمایش روند اصلاحی برای یک تیر کوتاه با تکیه‌گاه طره‌ای	۷۲
۲ـ۸ـ۳	مثال(۳): نمایش روند اصلاحی برای یک مسئله الاستیسیته و یک سوراخ مربع شکل در وسط آن	۷۴
۲ـ۸ـ۴	مثال (۴) : نمایش روند اصلاحی برای یک مسئله الاستیسیته L شکل	۷۶
۲ـ۹	نتیجه	۷۸
	فصل سوم : تحلیل مسائل غیرخطی به‌روش اجزاء محدود	۸۰
۳ـ۱	مقدمه	۸۱
۳ـ۲	تانسور تنش، تنش‌های اصلی و ثابت‌های تانسور تنش	۸۲
۳ـ۲ـ۱	تانسور تنش	۸۲
۳ـ۲ـ۲	تنش‌های اصلی و ثابتهای تانسور تنش	۸۲
۳ـ۲ـ۳	تانسور انحرافی تنش و تغییرناپذیرهای آن	۸۳
۳ـ۳	فرمول‌بندی مسائل با مصالح پلاستیک	۸۴
۳ـ۴	معیار جاری شدن	۸۴
۳ـ۴ـ۱	معیارجاری شدن ترسکا	۸۵

صفحه

۳ـ۴ـ۲	معیار جاری شدن وان‌میزز	۸۶
۳ـ۴ـ۳	معیار جاری شدن دراکر پراگر	۸۶
۳ـ۴ـ۴	معیار جاری شدن مور ـ کولمب	۸۷
۳ـ۵	سطح بارگذاری و معیار بارگذاری	۸۸
۳ـ۶	قواعد سخت‌شدگی	۹۰
۳ـ۷	روابط تنش ـ کرنش افزایشی برای مواد الاستیک ـ پلاستیک کامل	۹۱
۳ـ۷ـ۱	رابطه بنیادی در حالت کلی	۹۱
۳ـ۷ـ۲	فرمول‌بندی ماتریس مماسی الاستو ـ پلاستیک برای مسائل دو بعدی	۹۳
۳ـ۷ـ۳	فرمول‌بندی ماتریس الاستوپلاستیک برای محاسبات عددی در حالت کلی	۹۵
۳ـ۷ـ۳ـ۱	معیار تسلیم ترسکا در مختصات هیگ وسترگارد	۹۶
۳ـ۷ـ۳ـ۲	معیار تسلیم وان‌میزز در مختصات هیگ وسترگارد	۹۷
۳ـ۷ـ۳ـ۳	معیار تسلیم مور ـ کولمب در مختصات هیگ وسترگارد	۹۷
۳ـ۷ـ۳ـ۴	معیار تسلیم دراکر ـ پراگر در مختصات هیگ وسترگارد	۹۷
۳ـ۷ـ۴	فرمول‌بندی ماتریس الاستو پلاستیک برای محاسبات عددی (در حالت دوبعدی)	۹۹
۳ـ۸	الگوریتم‌های عددی برای حل معادلات غیرخطی	۱۰۱
۳ـ۸ـ۱	روش نیوتن ـ رافسون	۱۰۳
۳ـ۸ـ۲	روش نیوتن ـ رافسون اصلاح شده	۱۰۴
۳ـ۸ـ۳	معیار همگرایی	۱۰۷
۳ـ۹	الگوریتم برنامه کامپیوتری "*NAP2D*"	۱۰۸
۳ـ۹ـ۱	ساختار کلی برنامه تحلیل‌گر غیرخطی "*NAP2D*"	۱۰۹
۳ـ۱۰	مثال (۱)	۱۱۰

صفحه

فصل چهارم : محاسبه بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل با استفاده از تخمین خطا و اصلاح وفقی اجزاء محدود ۱۱۲

۴-۱ مقدمه ۱۱۳

۴-۲ انواع تحلیل‌های موجود برای محاسبه بار نهایی ۱۱۳

۴-۳ انواع روشهای حدی ۱۱۴

۴-۳-۱ روش خطوط مشخصه ۱۱۴

۴-۳-۲ روش تعادل حدی ۱۱۵

۴-۳-۳ روش تحلیل حدی ۱۱۶

۴-۴ محدویت‌های روشهای حدی ۱۱۷

۴-۵ روش اجزاء محدود برای محاسبه بار نهایی ۱۱۸

۴-۵-۱ محدودیت‌های روش اجزاء محدود برای محاسبه بار نهایی ۱۲۰

۴-۶ کاربرد روش اصلاح وفقی در تعیین بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل برای محیط‌های پیوسته جامد ۱۲۰

۴-۶-۱ نرم‌های مختلف برای محاسبه η و ξ_i ۱۲۱

۴-۶-۱-۱ روابط نرم انرژی برای محاسبه خطا ۱۲۲

۴-۶-۱-۲ روابط نرم L_2 برای تنش جهت محاسبه خطا ۱۲۳

۴-۶-۱-۳ روابط نرم L_2 برای کرنش (گرادیان u) جهت محاسبه خطا ۱۲۴

۴-۶-۱-۴ روابط نرم I برای محاسبه خطا ۱۲۵

۴-۶-۱-۵ روابط نرم II برای محاسبه خطا ۱۲۶

۴-۶-۲ اصلاح وفقی تحلیل غیرخطی به‌روش اجزاء محدود ۱۲۷

۴-۶-۳ تهیه نرم‌افزار "MGP" ۱۲۹

۴-۶-۴ ساختار برنامه "MGP" ۱۳۲

۴-۷ ارائه مثالهای مختلف ۱۳۳

۴-۷-۱ مثال (۱) : تعیین بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل برای یک پی نواری سطحی صلب ۱۳۴

صفحه

۴-۷-۲ مثال (۲) : تعیین ضریب افـزایش وزن مصالـح و مسیر گسیختگـی محتمـل برای یک تیر طره‌ای کوتاه..... ۱۴۰

۴-۷-۳ مثال (۳-الف) : تعیین ضریب افزایش نهایی وزن مصالح و مسیر گسیختگی محتمل برای یک محیط پیوسته با دیواره آزاد قائم : الف) براساس معیار ترسکا..... ۱۴۹

۴-۷-۴ مثال (۳-ب) : تعیین ضریب افزایش نهایی وزن مصالح و مسیر گسیختگی محتمل برای یک محیط پیوسته با دیواره آزاد قائم : الف) براساس معیار وان‌میزز..... ۱۶۲

۴-۷-۵ مثال (۴-الف) : تعیین بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل برای یک پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل : الف) سختی دیوار = سختی خاک..... ۱۷۵

۴-۷-۶ مثال (۴-ب) : تعیین بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل برای یک پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل : ب) سختی دیوار × ۲/۵ = سختی خاک..... ۱۸۲

۴-۷-۷ مثال (۴-پ) : تعیین بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل برای یک پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل : پ) سختی دیوار × ۵ = سختی خاک..... ۱۸۹

۴-۷-۸ مثال (۴-ت) : تعیین بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل برای یک پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل : ت) سختی دیوار × ۱۰ = سختی خاک..... ۱۹۶

۴-۷-۹ مثال (۴-ث) : تعیین بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل برای یک پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل : ث) سختی دیوار × ۲۰ = سختی خاک..... ۲۰۳

۴-۷-۱۰ مقایسه منحنی تغییرات بار نهایی (P_u) و تغییر مکان قائم ($Dis._{\cdot}$) محل اثر بار (P_u) برای یک پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل براساس سختی‌های مختلف دیوار حایل..... ۲۱۰

۴-۸ بحث و نتیجه‌گیری..... ۲۱۱

فهرست منابع اصلی..... ۲۱۴

فهرست شکل‌ها

صفحه

شکل ۲-۱	مختصات طبیعی برای یک جزء مثلثی	۱۳
شکل ۲-۲	*a)* نمودار تغییر مکان برای قسمتی از یک محیط پیوسته *b)* نمودار تنش ناشی از روش اجزاء محدود برای قسمتی از یک محیط پیوسته	۲۳
شکل ۲-۳	*a)* نمودار تنش ناشی از روش اجزاء محدود برای قسمتی از یک محیط پیوسته. *b)* نمودار تنش هموار شده با استفاده از روش بازیافت گرادیان	۲۴
شکل ۲-۴	تعادل روی المانهای متصل به‌گره iام	۲۶
شکل ۲-۵	جزء مثلثی	۲۷
شکل ۲-۶	توابع شکلی تنش جهت قطری نمودن ماتریس $[M]_i$	۳۱
شکل ۲-۷	نوع اصلاحی یک شبکه جزءبندی اولیه	۵۹
شکل ۲-۸	ایجاد گره اضافی در شبکه جزءبندی شده	۶۰
شکل ۲-۹	روند رسیدن به‌نتایج قابل قبول در شبکهٔ جزءبندی غنی شده	۶۱
شکل ۲-۱۰	جزء مثلثی	۶۲
شکل ۲-۱۱	تقسیم اجباری یک جزء (جزءشماره۲) به‌بیش از دو جزء حتی اگر خود جزء موردنظر نیاز به‌تقسیم آن نباشد	۶۴
شکل ۲-۱۲	مقید نمودن درجات آزادی گره اضافی تعریف شده در روند تقسیم اجزاء	۶۴
شکل ۲-۱۳	اصلاح نواحی A و B در شبکه جزءبندی خودکار	۶۷
شکل ۲-۱۴	کاربرد شبکه جزءبندی غنی شده در اصلاح وفقی برای یک‌تیر کنسولی کوتاه	۷۰
شکل ۲-۱۵	کاربرد شبکه جزءبندی غنی شده در اصلاح وفقی برای یک‌تیر کنسولی کوتاه	۷۲
شکل ۲-۱۶	کاربرد شبکه جزءبندی غنی شده در اصلاح وفقی برای یک‌صفحه سوراخدار	۷۴
شکل ۲-۱۷	کاربرد شبکه جزءبندی غنی شده در اصلاح وفقی برای یک L شکل	۷۶
شکل ۳-۱	معیار بارگذاری یک ماده سخت‌شونده	۸۹
شکل ۳-۲	مدلهای ریاضی قواعد سخت‌شدگی	۹۰
شکل ۳-۳	تنش‌های اصلی در مختصات کارتزین و هیگ‌وسترگارد	۹۵

صفحه

شکل ۳-۴ سیستم مختصات برای مسائل دو بعدی ۹۹

شکل ۳-۵ روش نیوتن رافسون ۱۰۶

شکل ۳-۶ روش نیوتن رافسون اصلاح شده ۱۰۶

شکل ۳-۷ مثال (۱) : مقایسه نتایج تحلیل برنامه "*NAP2D*" با برنامه "*PLANET*" ۱۱۰

شکل ۳-۸ مقایسه منحنی نیرو ـ تغییرمکان برای گره D براساس برنامه‌های "*NAP2D*" و "*PLANET*" ۱۱۱

شکل ۴-۱ نحوه اعمال روش اصلاحی در تحلیل غیرخطی به‌روش اجزاء محدود ۱۲۸

شکل ۴-۲ مثال (۱) : پی نواری سطحی صلب ۱۳۴

شکل ۴-۳ مثال (۲) : تیر طره‌ای کوتاه تحت اثر وزن ۱۴۰

شکل ۴-۴ مثال (۳-الف) : محیط پیوسته با دیواره آزاد قائم تحت اثر وزن و با معیار تسلیم ترسکا ۱۴۹

شکل ۴-۵ مثال (۳-ب) : محیط پیوسته با دیواره آزاد قائم تحت اثر وزن و با معیار تسلیم وان‌میزز ۱۶۲

شکل ۴-۶ مثال (۴-الف) : پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل $(K_w=K_o)$ ۱۷۵

شکل ۴-۷ مثال (۴-ب) : پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل $(K_w=2.5\ K_o)$ ۱۸۲

شکل ۴-۸ مثال (۴-پ) : پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل $(K_w=5\ K_o)$ ۱۸۹

شکل ۴-۹ مثال (۴-ت) : پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل $(K_w=10\ K_o)$ ۱۹۶

شکل ۴-۱۰ مثال (۴-ث) : پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل $(K_w=20\ K_o)$ ۲۰۳

شکل ۴-۱۱ مقایسه بار نهایی پی نواری صلب روی خاک متکی به‌دیوار حائل براساس سختی‌های مختلف دیوار حائل ۲۱۰

فصل اول

پیشگفتار

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه مدارک

۱ـ۱ـ مقدمه

از زمان آغاز مدل‌سازی رخدادهای فیزیکی توسط کامپیوتر، وجود اشتباهات عددی در محاسبات منشأ اصلی نگرانی بوده است. خطاهای عددی یا محاسباتی از جمله خصایص اصلی اینگونه مدل‌سازی‌هاست. در نظریه فرآیند جزءبندی رفتار مکانیکی محیطهای پیوسته به‌یک مدل قابل کنترل به‌کمک معادلات دیفرانسیل یا انتگرال توسط کامپیوترها نمی‌توان تمامی اطلاعات را در مدل گنجاند. خطاهای تقریبی در اینگونه معادلات چه هستند؟ چگونه می‌توان میزان خطاها را اندازه‌گیری کرده و بطور مؤثر آنرا کاهش داد؟ اینها سؤالاتی هستند که مهندسان، تئوریسین‌ها و کاربران حرفه‌ای کامپیوتر از زمان شروع کاربردهای روشهای محاسبات عددی با آن مواجهند. در سالهای اخیر شاهد پیشرفتهایی مؤثری در زمینه حل این مشکلات با استفاده از تئوریها، روشهای تخمینی و تخمین پس‌خطاها بوده‌ایم که بوسیله آنها می‌توان دقت عمل محاسبات انجام شده را ارزیابی نمود. موفقیت قابل توجه این پس‌خطا برآوردکننده‌ها فصل جدیدی را در ریاضیات و کامپیوتر باز کرده که می‌تواند تدریجاً باعث تکامل بحث گردد. بوسیله محاسبه مؤثر خطاها امکان کنترل فرآیند درستی محاسبات در جریان پدیدار شدن الگوریتمهای وفقی جدید فراهم می‌آید. [۱۱]

در کار ارائه شده، تلاش شده است تا ابتدا مقدمه‌ای بر موضوع پس خطا برآوردکننده‌ها جهت محدود نمودن خطای اتفاق افتاده در تحلیل مسائل محیطهای پیوسته جامد فراهم شود سپس با محاسبه نرم خطا و استفاده از روش اصلاح وفقی بار نهایی و مسیر گسیختگی محتمل مسائل محیط‌های پیوسته جامد تعیین شود.

۱ـ۲ـ تاریخچه روشهای پس‌خطا برآوردکننده‌ها و اصلاح وفقی

علاقه و توجه به‌مبحث پس‌خطا برآوردکننده‌ها در روش اجزای محدود با کار ابداعی از *Babuska* و *Rheinboldt* برای حل مسائل مقادیر مرزی بیضوی شروع شد. تکنیک‌های توسعه یافته شده توسط این