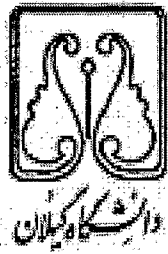


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ



دانشکده علوم پایه
گروه فیزیک
(گرایش نظری)

تورم کیهانی در نظریه برنز-دیک

از

نرگس محمدی فیروز

استاد راهنما

دکتر حسین فرج الهی

استاد مشاور

فرزاد میلانی

کتابخانه و مراکز علمی بزرگ
مستند بزرگ

۱۳۸۹ / ۷ / ۳



بهمن ۱۳۸۸

۱۴۱۴۶۹

تقدیم به همسر عزیزم

مینم

قدردانی و تشکر

توفیق دادار بزرگ اگر نمی بود این کار رنگ بودن نمی گرفت. قبل از هر چیز او را شکر می نهم. از همسر مهربان و صبورم که مشوق اصلی من برای تحصیل و تحقیق بوده نهایت تشکر را دارم. از او که همواره مشوق و یار و همراه مهربانی برایم بوده است، به خاطر همه چیز سپاس گزارم. از خانواده ی عزیزم، که در تمام مراحل زندگی ام پشتیبان من بوده اند کمال تشکر را دارم. از پشتیبانی های خانواده ی محترم و بزرگوار همسرم نیز متشکرم.

از استاد راهنمای محترم خود، آقای دکتر حسین فرج الهی به خاطر همکاری ها و بحث های مفیدشان تشکر می کنم. بی شک آموختن نکته های بسیار ارزنده و راهنمایی های بی دریغ و سودمند ایشان نقش تعیین کننده ای در شکل گیری اطلاعات علمی ام در زمینه ی کیهان شناسی داشته است. از زحمات بی دریغ ایشان در طول دوره ی کارشناسی ارشد، کمال سپاس گذاری را دارم.

از نظرات ارزنده مشاور محترم این پایان نامه جناب آقای فرزاد میلانی کمال قدردانی را دارم. مراتب قدردانی خود را از نظرات ارزشمند اساتید داور این پایان نامه، جناب دکتر پناهی و جناب دکتر صفاری و همچنین از نماینده ی محترم تحصیلات تکمیلی، جناب دکتر مشایخی اعلام می کنم.

فهرست مندرجات

چ	چکیده
خ	مقدمه

۱ سالیتون‌ها و امواج سالیتری کلاسیکی

۱	تاریخچه	۱.۱
۲	امواج سالیتری و سالیتون‌ها	۲.۱
۳	تعریف سالیتون‌ها بر اساس چگالی انرژی	۳.۱
۶	امواج سالیتری در دو بعد	۴.۱
۱۰	اندیس‌های توپولوژی	۵.۱
۱۲	سالیتون‌های سیستم ساین-گوردن	۶.۱
۱۸	خلاصه	۷.۱

۲ نظریه‌ی برنز-دیک و سالیتون ساین-گوردن

۱۹	گرانش دوبعدی	۱.۲
۲۲	مدل برنز-دیک جفت شده با لاگرانژین ساین-گوردن به عنوان ماده	۲.۲
۲۴	جواب کینک و تشکیل سیاه چاله	۳.۲
۲۷	نتیجه گیری	۴.۲

۳ نظریه برنز-دیک

۲۹	نظریه برنز-دیک	۱.۳
۳۳	جابه جایی همدیس	۲.۳
۳۵	کنش برنز-دیک در چارچوب همدیس E	۳.۳
۳۷	معادلات میدان برای نظریه برنز-دیک در چارچوب J	۴.۳
۳۸	معادلات میدان برای نظریه E برنز-دیک در چارچوب E	۵.۳
۳۹	نظریه برنز-دیک تعمیم یافته	۶.۳
۴۰	هندسه E یک فضای همگن و همسانگرد	۷.۳
۴۳	معادلات فریدمن برای نظریه BD	۸.۳
۴۴	معادلات فریدمن برای نظریه BD تعمیم یافته	۹.۳
۴۴	مدل تورم کیهانی	۱۰.۳
۴۷	خلاصه	۱۱.۳

۴ کیهان شناسی برنز-دیک تعمیم یافته در حضور ماده و انرژی تاریک

۴۹	معادلات میدان BD تعمیم یافته در حضور ماده و انرژی تاریک	۱.۴
----	-------	---	-----

۵۲	تغییرات w کلی بر حسب z	۲.۴
۵۵	نتیجه گیری	۳.۴

۵ برهم کنش بین سیال‌های کیهانی در نظریه برنز-دیک

۵۸	معادله میدان برای دو سیال برهم کنشی	۱.۵
۵۸	کیهان شناسی برهم کنشی قانون توانی بازوبسته	۲.۵
۶۱	مدل BD برهم کنشی برای جهان تخت با قانون توانی	۳.۵
۶۶	برهم کنش سیال مؤثر	۴.۵
۶۷	نتیجه گیری	۵.۵
۶۸	مراجع	

چکیده‌ی فارسی:

تورم کیهانی در نظریه برنز-دیک
نرگس محمدی فیروز

در این پایان نامه خواص سالیتون‌ها و امواج سالیتونی و روش به‌دست آوردن آنها از معادلات دیفرانسیل جزئی پراکنده و غیرخطی بررسی می‌شود. روش‌های متفاوتی برای به دست آوردن این جواب‌ها، همچون روش پراکندگی معکوس، روش انتقال بک‌لاند، روش چگالی انرژی موضعی و غیره وجود دارد. در این پایان‌نامه قصد داریم روش چگالی انرژی موضعی را مورد بررسی قرار داده جواب‌های معادله‌ی ساین-گوردن را که دارای جواب سالیتونی است، با این روش شرح دهیم. در این راستا قصد داریم روش انتقال بک‌لاند را نیز به اختصار شرح دهیم. در بخشی از این پایان‌نامه، نظریه‌ی برنز-دیک را که رقیبی برای نظریه‌ی نسبیت عام اینشتین است، شرح می‌دهیم. همچنین در مورد چارچوب‌های همدیس توضیح داده معادلات میدان را برای نظریه برنز-دیک در دو چارچوب همدیس جردن و اینشتین به دست می‌آوریم و تفاوت‌های آنها را بیان می‌کنیم.

یکی از اهداف این پایان‌نامه، به دست آوردن هندسه‌ی یک سیاه چاله، با استفاده از لاگرانژین معادله‌ی ساین-گوردن به جای لاگرانژین ماده در کنش برنز-دیک است. همچنین کیهان‌شناسی FRW را در نظریه‌ی برنز-دیک تعمیم یافته به کار برده وابستگی پارامتر برنز-دیک را به زمان و همچنین به انتقال به سرخ کیهانی به دست می‌آوریم. بعلاوه با استفاده از متریک FRW، فضا-زمان دوسپته در خلأ و همچنین پر شده با ماده‌ی بدون فشار و انرژی تاریک را در این نظریه بررسی و دوره‌هایی از جهان را که از این معادلات پیروی می‌کنند، تحقیق کرده به دست می‌آوریم که برای دوره‌ی تورم، دینامیک جهان می‌تواند از چنین فضایی پیروی کند. یکی دیگر از کارهایی که در این پایان‌نامه انجام می‌شود، بررسی برهم‌کنش بین سیال‌های کیهانی در نظریه‌ی برنز-دیک است.

واژه‌های کلیدی: سالیتون، پراکندگی معکوس، انتقال بک‌لاند، چگالی انرژی محدود، معادله ساین-گوردن، نظریه برنز-دیک، چارچوب همدیس، سیاه چاله، کیهان‌شناسی FRW، انتقال به سرخ، فضای دوسپته، سیال‌های کیهانی، تورم.

Abstract:

Cosmological Inflation in Brans-Dicke theory

Narges Mohammadi Firooz

In this thesis, first we study the properties of Solitons and Solitary waves through dispersive and nonlinear partial differential equations. There are several methods to obtain the solutions, using inverse scattering method, Backlund transformation method, local energy density method and so on. In here, we consider the local energy density method and will explain the solution of the Sine-Gordon equation as solitons. We then study the Brans-Dicke theory as an alternative theory to Einstein general relativity theory. Conformal frames will be explained and we obtain the field equations of Brans-Dicke theory in both Jordan and Einstein frames.

One of our aims in this thesis is to explain formation of black holes by adding Lagrangian of the Sine-Gordon field into the formulation of the two dimensional Brans-Dicke theory. Our second object is to use FRW cosmology in Generalized Brans-Dicke theory (in which Brans-Dicke parameter is assumed to be a function of time and redshift) to study the formulation in the de Sitter space-time. The cosmic dynamics in different epochs of the universe in particular the inflation era is also investigated. We finally study Brans-Dicke theory in the presence of two interacting cosmic fluids.

Key words: Soliton, Solitary waves, inverse scattering method, Backlund transformation, local energy density, Sine-Gordon equation, Brans-Dicke theory, Conformal frames, black-holes, FRW cosmology, de Sitter space-time, Inflation, cosmic fluids.

مقدمه

سالیتون^۱

آشفته‌گی‌های موضعی که در سیستم با سرعت ثابت منتشر می‌شوند و بدون تغییر در شکل و سرعت با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند، سالیتون نامیده می‌شوند. در فرآیند برخورد، جواب به صورت ترکیب خطی از دو سالیتون نمی‌باشد. آن‌ها پس از برخورد، شکلشان را دوباره به دست می‌آورند و تنها نتیجه‌ای که از برخورد حاصل می‌شود یک انتقال فاز است. سالیتون‌ها با داشتن خواص موجی و ذره‌ای، دوگانگی‌شان را نشان می‌دهند. یک سالیتون طبیعت موجی با پهنای محدود دارد اما خودش مانند یک ذره رفتار می‌کند که با سالیتون‌های دیگر برخورد می‌نماید و به همین دلیل شبه ذره نامیده می‌شود. دارا بودن خواص اساسی مثل انتشار و برهم‌کنش بدون تغییر در شکل و سرعت، سالیتون‌ها را به موضوعات بسیار جالبی تبدیل کرده است، به طوری که امروزه توجه بسیاری از فیزیکدانان را به خود جلب کرده‌اند.

سالیتون‌ها در واقع، دسته‌ای از جواب‌های معادلات دیفرانسیل جزئی پراکنده و غیرخطی هستند. در این گونه معادلات، اثرات غیرخطی و پراکندگی همدیگر را خنثی کرده و شکل‌های موج موضعی و دائمی ایجاد می‌کنند. می‌دانیم که بسیاری از پدیده‌های فیزیکی در طبیعت با این گونه معادلات غیر خطی و پراکنده توصیف می‌شوند. بنابراین سالیتون‌ها کاربردهای زیادی در بسیاری از شاخه‌های فیزیک دارند.

سیاه‌چاله^۲

سیاه‌چاله یک نقص فضا-زمان است که یک جرم خیلی فشرده را سبب می‌شود. به دلیل اینکه تمامی پرتوهای نوری را که به سمتش می‌روند مانند یک جسم کاملاً سیاه ترمودینامیکی جذب می‌کند، آن را سیاه نامیدند. اطراف سیاه‌چاله سطح غیر قابل کشفی است که نقطه‌ی غیر قابل بازگشت است و «افق رویداد^۳» نامیده می‌شود.

نیوتن تصور می‌کرد که اشیاء دارای جرم می‌توانند روی یکدیگر گرانش ایجاد کنند. به کارگیری نظریه‌ی نیوتن نتیجه می‌دهد که وقتی نور هیچ جرمی ندارد، نیروی گرانش نمی‌تواند روی آن اثر کند. اینشتین کشف کرد که موضوع پیچیده‌تر از این است. او ابتدا کشف کرد که گرانش، یک فضا-زمان خمیده تولید می‌کند. لذا بیان کرد که جرم و شعاع

^۱ soliton

^۲ black hole

^۳ event horizon

یک جسم (فشردگی آن) واقعاً فضا-زمان را خمیده می‌کند. جرم به گونه‌ای به فضا مربوط می‌شود که هنوز فیزیکدانان چگونگی آن را نفهمیده‌اند. هرچه میدان گرانشی یک جسم قویتر باشد، فضای اطرافش خمیده‌تر می‌شود. به عبارت دیگر خط‌های مستقیم، اگر در معرض یک میدان گرانشی قوی قرار گیرند، دیگر مستقیم نیستند و منحنی خواهند بود. بنابراین نور که به طور دلخواه روی مسیر یک خط راست حرکت می‌کند، زمانی که از میان یک میدان گرانشی قوی می‌گذرد، مسیر یک منحنی را دنبال می‌کند. این چیزی است که با «فضای خمیده^۴» توصیف می‌شود. بدین روش نور در یک سیاه‌چاله به دام می‌افتد. وقتی ادینگتون^۵ منحنی نور ستاره‌ای را که نزدیک خورشید حرکت می‌کرد مشاهده کرد، نظریه‌ی اینشتین را اثبات کرد. این اولین پیش‌بینی موفق نسبت عام اینشتین بود.

سیاه‌چاله با سرعت فرار تعریف می‌شود که باید برای رها شدن از کشش گرانشی که روی جسم اعمال می‌شود، به دست آید. مثلاً سرعت فرار زمین برابر 11 km/s است و هر چیزی که بخواهد از کشش گرانشی زمین رها شود باید سرعتی حداقل برابر 11 km/s داشته باشد.

براساس نظریه‌های متفاوت، سه نوع سیاه‌چاله ممکن است وجود داشته باشد: ۱) سیاه‌چاله‌های استلار^۶ ۲) سیاه‌چاله‌های ابرجرمی^۷ ۳) سیاه‌چاله‌های مینیاتور^۸. سیاه‌چاله‌ی استلار نوعی از سیاه‌چاله است که با مردن ستاره‌ها تولید می‌شود. یک ستاره با جرم بیشتر از 20 برابر جرم خورشید، در پایان زندگی خود تولید سیاه‌چاله می‌کند. در زندگی عادی یک ستاره، همواره کشش گرانشی به سمت داخل و فشار به سمت خارج با یکدیگر مبارزه می‌کنند. واکنش‌های هسته‌ای در هسته‌ی یک ستاره، انرژی کافی برای مقابله با این گرانش را تولید می‌کند. برای بیشتر عمر یک ستاره، گرانش و نیروی هسته‌ای همدیگر را خنثی می‌کنند و بنابراین ستاره پایدار است. اما وقتی سوخت هسته‌ای ستاره به پایان می‌رسد، گرانش غلبه می‌کند و ماده‌ی داخل هسته بیشتر و بیشتر فشرده می‌شود. با بیشتر شدن جرم هسته‌ی ستاره و بزرگتر شدن نیروی گرانشی، که ماده را فشرده‌تر می‌کند، ستاره تحت وزنش فرومی‌ریزد. برای ستاره‌های کوچکتر زمانی که سوخت هسته‌ای برای مقابله با گرانش به اتمام می‌رسد، نیروی دافعه‌ی بین الکترون‌ها در ستاره با نصف بیشتر نیروی گرانشی مقابله می‌کنند و ستاره خنک شده و در مرگی آرام می‌میرد و به «کوتوله‌ی سفید^۹» تبدیل می‌شود. وقتی سوخت هسته‌ای یک ستاره سنگین تمام می‌شود، به عنوان یک «ابرنواختر^{۱۰}» منفجر می‌شود.

^۴ curved space

^۵ Eddington

^۶ stellar

^۷ supermassive

^۸ miniature

^۹ white dwarf

^{۱۰} supernovae

بخش‌های خارجی ستاره به سرعت وارد فضا می‌شوند، تا وقتی که هسته به طور کامل تحت وزنش فروبریزد. برای تولید یک هسته‌ی سنگین نیاز است ستاره‌ی نیایی ۲۰ مرتبه بزرگتر از خورشید باشد (حدود ۲.۵ برابر خورشید) و هیچ نیروی دافعه‌ی شناخته شده‌ای نمی‌تواند با گرانش مقابله کند. پس هسته به یک نقطه با حجم مجازی صفر تبدیل می‌شود، جایی که گفته می‌شود چگالی بی‌نهایت است؛ و این به یک تکینگی^{۱۱} اشاره دارد. وقتی این اتفاق می‌افتد، رهایی به سرعتی بالاتر از سرعت نور نیاز دارد و این در حالی است که هیچ شیئی نمی‌تواند به سرعت نور برسد. فاصله از سیاه‌چاله آنجا که سرعت فرار دقیقاً برابر سرعت نور است، افق رویداد می‌باشد. هر چیزی شامل نور، که از این ناحیه عبور کند، تا ابد در تله می‌افتد.

حال یک سیستم ستاره دوتایی را بررسی می‌کنیم که خیلی به هم نزدیکند. اگر یکی از ستاره‌ها سیاه‌چاله تولید کند، گاز و غبار از ستاره‌ی همراه به سمت سیاه‌چاله کشیده می‌شوند و به مداری نزدیک افق رویداد می‌آیند و سیاه‌چاله را می‌چرخانند. گاز به طور سنگین فشرده شده اصطکاک میان اتم‌ها افزایش می‌یابد و انرژی جنبشی گاز و غبار را به گرما تبدیل می‌کند و اشعه‌ی x گسیل می‌شود. با استفاده از تابشی که از چرخش ماده می‌آید، دانشمندان می‌توانند گرما و سرعتش را اندازه‌گیری کرده و حضور سیاه‌چاله را نتیجه بگیرند. ماده‌ی داغی که نزدیک افق رویداد می‌چرخد، «دیسک افزایشی^{۱۲}» نامیده می‌شود.

به طور مشابه سیاه‌چاله‌های ابرجرمی در مرکز کهکشان‌ها می‌توانند به وجود آیند. آنها جرمی معادل با بیلیون‌ها خورشید دارند. در بخش‌های خارجی کهکشان‌ها، فاصله‌ی بین ستاره‌ها بسیار عظیم است. اما در ناحیه‌ی مرکزی کهکشان‌ها، ستاره‌ها بسیار نزدیک یکدیگر قرار گرفته‌اند. چون همه چیز در ناحیه‌ی مرکزی کهکشان‌ها به صورت متراکم قرار گرفته‌اند، یک سیاه‌چاله در مرکز کهکشان می‌تواند سنگین‌تر و سنگین‌تر شود، مثلاً ستاره‌هایی که افق رویداد را می‌چرخانند، توسط جاذبه‌ی گرانشی گرفته می‌شوند و اجرامشان به سیاه‌چاله اضافه می‌شود و یک سیاه‌چاله‌ی ابرجرمی را به وجود می‌آورند. در این سیاه‌چاله‌ها، عمود بر دیسک افزایشی دو دهانه از گازهای داغ وجود دارد که بیلیون‌ها سال نوری طول دارند. احتمالاً آنها با برهم‌کنش ذرات گاز با میدان‌های مغناطیسی چرخشی قوی در اطراف سیاه‌چاله، به وجود آمده‌اند. مشاهدات با تلسکوپ هابل بهترین مدرک برای وجود این گونه سیاه‌چاله‌هاست.

مکانیزم‌های دقیقی که نشان دهند سیاه‌چاله‌های مینیاتور وجود دارند، هنوز به طور دقیق مشخص نشده‌اند، اما تعدادی فرضیه پیشنهاد شده‌اند. ایده‌ی اصلی این است که سیاه‌چاله‌های مینیاتور ممکن است کمی بعد از انفجار

^{۱۱} singularity

^{۱۲} accretion disc

بزرگ^{۱۳} به وجود آمده باشند. ممکن است در جهان بسیار اولیه، انبساط سریع بعضی مواد، مواد دیگر را که آرام‌تر حرکت می‌کردند، فشرده کرده باشند، به اندازه‌ای کافی که سیاه‌چاله تشکیل داده‌اند. بعضی دانشمندان نظریه داده‌اند که سیاه‌چاله‌ها می‌توانند تبخیر و منفجر شوند. زمان مورد نیاز برای تبخیر، بستگی به جرم سیاه‌چاله دارد. سیاه‌چاله‌های خیلی سنگین، زمانی بیشتر از سن کنونی جهان نیاز دارند. تنها سیاه‌چاله‌های مینیاتور قابل تبخیر در زمان موجود هستند. برای سیاه‌چاله‌ای که در زمان انفجار بزرگ به وجود آمده است، برای اینکه امروز تبخیر شود باید دارای جرمی در حدود ۲ تریلیون پوند باشد. در طول فازهای تبخیر، این سیاه‌چاله‌ها با نیرویی منفجر می‌شوند که چندین تریلیون بار بزرگتر از قویترین ابزار هسته‌ای است. به هر حال تا کنون هیچ مدرک مشاهده‌ای برای سیاه‌چاله‌های مینیاتور وجود ندارد.

نظریات تانسور-اسکالر

در گرانج، نظریات تانسور-اسکالر از نسبت عام اینشتین متفاوتند. چون نه تنها گرانج را با استفاده از متریک فضا-زمان بلکه با استفاده از یک میدان اسکالر هم شرح می‌دهد که هم به ماده و هم به هندسه^{۱۴} فضا-زمان جفت می‌شود. این نظریه‌ها اخیراً محبوبیت زیادی به دست آورده‌اند چون به عنوان حد انرژی‌پایین در بسیاری از نظریات گرانج کوانتومی برمی‌خیزند، مثل نظریات کلوز-کلین^{۱۵} [۱] و نظریات ریسمان ابرتقارنی^{۱۶} [۲]. گرانج تانسور-اسکالر همچنین برای مدل‌های تورم^{۱۷} کیهانی «توسعه یافته^{۱۸}» [۳] اهمیت دارد که در آن‌ها میدان اسکالر یک پایان طبیعی برای دوره‌ی تورم از طریق تشکیل «حباب‌ها^{۱۹}» ایجاد می‌کند. بعلاوه نوسان تورم-القایی^{۲۰} از میدان گرانجی دارای جرم، به عنوان نامزدی برای جرم گمشده^{۲۱}، که نیاز است نزدیک جهان باشد، بررسی شده‌اند [۴].

نظریات تانسور-اسکالر شامل پارامترهای پیشنهادی است که جفت‌شدن بین میدان اسکالر، ماده و متریک فضا-زمان را شرح می‌دهند. برای مقادیر معین از این پارامترها، بسط‌های فوق نیوتنی از نظریات تانسور-اسکالر با GR

^{۱۳} Big Bang

^{۱۴} geometry

^{۱۵} Kaluza-Klein theories

^{۱۶} supersymmetric string theories

^{۱۷} inflation

^{۱۸} extended

^{۱۹} bubbles

^{۲۰} inflation-induced

^{۲۱} missing mass

سازگار است. بنابراین آزمایشات و مشاهدات سیستم شمسی، گرانش تانسور اسکالر را از توافق با GR ممنوع نمی‌کنند و تنها پارامترهای جفت‌شدگی تانسور اسکالر را محدود می‌کنند [۵]. بسیاری از نظریات تانسور اسکالر که در جهان اولیه به صورت قابل توجهی از GR متفاوت هستند، در جهان کنونی تقریباً غیر قابل تشخیص از GR می‌باشند. از این رو مدارک آزمایشی که GR را حمایت می‌کنند، نیاز نیست که به عنوان بحثی مقابل نظریات تانسور اسکالر نگریده شوند [۶].

در مثال‌های میدان قوی، نظریات تانسور اسکالر و GR، نتایج متفاوتی می‌دهند. یکی از این مثال‌ها، تولید امواج گرانشی است. چون نظریات تانسور اسکالر، یک میدان اسکالر را درگیر می‌کنند، منابع کروی مانند ابرنواختر را برای تابش تک قطبی و سیستم‌های دوتایی را برای گسیل دو قطبی مجاز می‌کنند. در مقابل، GR تنها مدهایی با وابستگی چهار قطبی و بالاتر اجازه می‌دهند. حالت قطبیدگی اضافی تنها تفاوت شکل امواج گرانشی از GR نیست بلکه همچنین انرژی کل را که با منبع داده شده گسیل می‌شود از مقدار پیش‌بینی شده در GR افزایش می‌دهد.

مثال میدان قوی دیگری که در آن میدان اسکالر ممکن است مهم باشد، تشکیل سیاه‌چاله‌ها و تکینگی‌ها در طول فروپاشی گرانشی است. گرانش تانسور اسکالر، جواب‌های بیشتری را نسبت به GR تصدیق می‌کند، چون درجات آزادی بیشتری دارد. بعضی از این جواب‌ها ویژگی‌های نامطلوبی دارند همچون تکینگی عریان^{۲۲}. به جای اینکه به راحتی این جواب‌ها را نادیده بگیریم، سعی می‌کنیم تعیین کنیم که آیا می‌توانند به طور فیزیکی، داده‌های اولیه بدون تکینگی تولید کنند یا نه. اگر بتوانند، یک شار اساسی در پیش‌بینی توان گرانش تانسور اسکالر آشکار می‌کنند. در GR تصور می‌شود (اثبات نشده است [۷]) همه‌ی تکینگی‌های فیزیکی درون افق رویداد پنهانند، بنابراین هندسه‌ی فضازمان، خارج از این ناحیه، بدون تکینگی و قابل پیش‌بینی است.

در این پایان‌نامه، روی نظریه‌ی برنزدیک^{۲۳} تمرکز می‌کنیم که ساده‌ترین نظریه‌ی تانسور اسکالر است. نظریه‌ی BD شامل یک میدان اسکالر بدون جرم و یک پارامتر ثابت بدون بعد w است که شدت جفت‌شدگی بین میدان اسکالر و ماده را نشان می‌دهد. در این نظریه ثابت گرانشی G ثابت فرض نمی‌شود اما به جای $\frac{1}{c^2}$ یک میدان اسکالر جایگزین می‌شود که با زمان کیهانی تغییر می‌کند.

^{۲۲} naked singularity

^{۲۳} Brans-Dicke

سرگذشت کلی جهان

بر پایه‌ی اندازه‌گیری انبساط جهان با به کارگیری ابرنواخترهای گونه‌ی Ia، اندازه‌گیری توده‌های ریزموج‌های زمینه‌ی کیهانی (CMB^{۲۴}) و اندازه‌گیری چگونگی ارتباط میان کهکشان‌ها، عمر جهان 13.7 ± 0.2 میلیارد سال برآورد شده است.

جهان آغازین به طور بسیار نکرده‌ی چگال و دارای فشار و دمای بسیار بالا اما کاملاً همگن بود. این گوی بسیار داغ، منبسط و سرد شد و به سمت طی کردن فازهای مختلف پیش رفت که شبیه به میعان گاز و یا یخ بستن آب هنگام سرد شدن بود. تقریباً در حدود 10^{-38} ثانیه پس از آغاز، طی کردن یک فاز موجب شد که جهان رشدی سریع را در دوره‌ای به نام «تورم کیهانی^{۲۵}» تجربه کند. در ادامه تورم متوقف شد و اجزای مادی سازنده‌ی جهان که به شکل نوعی پلازما بودند، به طور نسبی حرکت کردند. هنگامی که رشد جهان این مراحل را طی می‌کرد دما نیز افت می‌کرد و در یک دمای معین طی یک گذار ناشناخته، به نام «نسل باریونی^{۲۶}، کوارک‌ها و گلوئون‌ها با هم ترکیب و به ذرات سنگین (باریون‌هایی) مانند پروتون‌ها و نوترون‌ها تبدیل شدند، به گونه‌ای که عدم تقارن میان ماده و پادماده را در پی داشت. در ماه‌های پایین‌تر طی کردن فازهای دیگر عدم تقارن بیشتری را در پی داشتند و قانون‌های فیزیکی و ذرات بنیادین را به شکل کنونی آن‌ها درآوردند. پس از آن برخی از پروتون‌ها و نوترون‌ها ترکیب شدند تا دوتریم‌ها و هلیوم نوکلئیدهای این جهان را در فرآیندی که به «سنتز هسته‌ای انفجار بزرگ^{۲۷}» معروف است، ایجاد کنند. هنگامی که جهان سرد شد، رفته رفته ماده از حرکت نسبی بازایستاد. پس از حدود ۳۰۰,۰۰۰ سال، الکترون‌ها و پروتون‌ها در اتم‌ها (اغلب هیدروژن‌ها) ترکیب شدند؛ از این رو پرتو (تابش) از ماده جدا شد و بی هیچ مانعتی در فضا به راهش ادامه داد. این پرتو باستانی، همان «تابش زمینه‌ی کیهانی» است.

در زمان‌های بعد ناحیه‌های چگال‌تر، مواد نزدیک را به شیوه‌ی گرانشی جذب کردند و بدین گونه چگال‌تر شدند و ابرهای گازی، کهکشان‌ها و ساختارهای قابل مشاهده‌ی جهان امروزی شکل گرفتند. جزئیات این فرآیند به مقدار و نوع ماده‌ی جهان وابسته است. سه گونه‌ی ممکن با نام‌های «ماده‌ی تاریک سرد^{۲۸}»، «ماده‌ی تاریک داغ^{۲۹}» و

Cosmic Microwave Background ^{۲۴}

Inflation ^{۲۵}

(baryogenesis) ^{۲۶}

Big Bang nucleosynthesis ^{۲۷}

cold dark matter ^{۲۸}

hot dark matter ^{۲۹}

«ماده‌ی باریونی^{۳۰}» شناخته شده هستند. بهترین اندازه‌گیری‌های انجام شده توسط کاوشگر ریزموج ناهمسانگرد وینکلسون (WMAP^{۳۱}) نشان می‌دهد که شکل غالب ماده در جهان «ماده‌ی تاریک سرد» است و دو نوع دیگر کم‌تر از ۲۰ درصد از کل ماده‌ی جهان را تشکیل می‌دهند.

به نظر می‌رسد که جهان امروز به تسلط یک شکل مرموز از انرژی به نام «انرژی تاریک» درآمده است. کمابیش ۷۰ درصد از انرژی جهان امروزی از این گونه‌ی انرژی است. این بخش از ساختمان جهان با ویژگی‌های آشکار شده‌ی انبساط جهان شناسایی شده است.

این رموز هنگامی که به آغاز جهان نزدیک‌تر می‌شویم، مبهم‌تر می‌شوند. یعنی زمانی که انرژی‌های ذره از آنچه امروزه با آزمایش به دست می‌آید بسیار بیشتر بوده است. هم‌اکنون هیچ مدل فیزیکی قابل توجهی برای ۱۰^{-۳۳} ثانیه‌ی آغازین نداریم. برای حل این مشکل به یک نظریه‌ی گرانش کوانتومی نیازمندیم، هرچند درک این دوره از تاریخ جهان یکی از بزرگ‌ترین مسأله‌های حل نشده‌ی فیزیک است.

تورم کیهانی

چهار مسأله وجود دارد که نظریه انفجار بزرگ نمی‌تواند به آن پاسخ دهد: مسأله‌ی همواری جهان^{۳۲}، مسأله‌ی افق ذره^{۳۳}، مسأله‌ی ساختار^{۳۴} و مسأله‌ی اثرات ناخواسته^{۳۵}. اندازه‌گیری‌های CMB نتیجه می‌دهد که جهان امروز تقریباً تخت و هموار است و براساس معادلات توصیف کننده‌ی جهان، می‌بایست در گذشته‌ی بسیار دور نیز تخت و هموار باشد. بنابراین شرایط بسیار خاصی در جهان اولیه نیاز است تا همواری تقریبی اکنون را نتیجه دهد. این امر به عنوان مسأله‌ی همواری شناخته شده است. براساس تعریف، کره‌ی دور یک نقطه داده شده که به صورت علی و معلولی به آن مربوط است، افق ذره نامیده می‌شود. ریزموج‌هایی که در پراکندگی نهایی از ناحیه‌های بیشتر از مقیاس افق می‌آیند، نمی‌توانند قبل از جداشدگی^{۳۶} باهم برهم‌کنش داشته باشند. مدل انفجار بزرگ پاسخگوی این نیست که چرا دما در ناحیه‌های مختلف آسمان دقیقاً یکسان است؛ همگنی می‌بایست از شرایط اولیه آمده باشد و این مسأله‌ی افق

^{۳۰} barionic matter

^{۳۱} Wilkinson Microwave Anisotropy Prob

^{۳۲} Flattness problem

^{۳۳} particle horizon problem

^{۳۴} structure problem

^{۳۵} unwanted relics problem

^{۳۶} decoupling

ذره است. مسئله‌ی افق می‌گوید که همگنی و همسان‌گردی جهان در مقیاس بزرگ می‌بایست به شرایط اولیه مربوط باشد. به هر حال در عمل می‌دانیم که جهان کاملاً همگن است، هرچند به مقیاس بزرگش مربوط می‌شود. در حالی که مدل انفجار بزرگ خبر از ناهمگنی و ناهمسان‌گردی جهان می‌دهد و این مسئله‌ی ساختار می‌باشد. وقتی جهان خنک می‌شود، دما به نقطه‌ای افت می‌کند که انتقال فاز معینی رخ می‌دهد و انتقال فاز در نقاط معینی از فضا و زمان با سرعت نور رشد می‌کند و در رفتگی‌هایی^{۳۷} در جهان تولید می‌شود که نتیجه می‌دهد نواحی متفاوتی وجود دارد که با هم تلاقی دارند (مانند یخ زدن آب). این ساختار عجیبی را تولید می‌کند که نقص توپولوژی^{۳۸} نامیده می‌شود، مانند ساختار ورق گونه دوبعدی و ساختار ریسمان تک‌بعدی، همچون ریسمان کیهانی. هیچ کدام از این ساختارها در جهان امروز قابل مشاهده نیستند. آکن گات^{۳۹} ذرات عجیبی را پیش‌بینی کرد که در جهان اولیه تولید شده‌اند مانند تک‌قطبی‌ها که هنوز کشف نشده‌اند. غیاب تک‌قطبی‌ها و دیگر آثار به عنوان مسئله‌ی آثار ناخواسته شناخته شده است. نظریه‌ی تورم به همه‌ی این مسائل پاسخ می‌دهد. ایده‌ی اصلی تورم کیهانی ابتدا به وسیله‌ی آکن گات در سال ۱۹۲۲ پیشنهاد شده است. او یک دوره‌ی تورمی خیلی سریع را فرض کرد که در آن جهان در بازه‌ی $t = 10^{-32}s - 10^{-27}s$ متحمل یک انبساط نمایی می‌شود. در این دوره، جهان با یک فاکتور 10^{40} تا 10^{100} انبساط می‌یابد.

یک سطح منحنی، مانند بادکنک را در نظر بگیرید که با یک فاکتور بسیار بزرگ منبسط می‌شود. پس از انبساط، این سطح به طور موضعی تخت به نظر می‌رسد. بنابراین نظریه‌ی تورم جهانی تخت و هموار را پیش‌بینی می‌کند. قبل از دوره‌ی تورم ذرات فاصله‌ی بسیار کمی از هم داشته‌اند، بنابراین به طور علی و معلولی با هم در ارتباط بوده‌اند اما پس از این دوره ذرات به طور ناگهانی در فاصله‌ی زیادی از هم قرار می‌گیرند. در نتیجه با این نظریه مسئله‌ی افق ذره حل می‌شود. ناهمگنی‌های اولیه به واسطه‌ی نوسانات کوانتومی در دوره‌ی تورم هستند. جفت‌های ذره مجازی که قبل از افزایش، با انبساط تورمی از هم جدا می‌شوند، چگالی‌های ناهمواری را تولید می‌کنند. ناهمگنی به طور مداوم تولید شد و به مقیاس خیلی بزرگتر (خارج افق) کشیده شد. بنابراین افق ذره بزرگتر از مقیاس نوسان است. لذا ساختارهای بزرگ امروزی نتیجه‌ی همین نوسانات است که در مقیاس بسیار ریز اتفاق افتاده‌اند. در نتیجه جهان در مقیاس بزرگ همگن به نظر می‌رسد اما در مقیاس‌های میکروسکوپی ناهمگن خواهد بود. فرض کنید ذرات یا ساختارهای عجیبی مثل ریسمان‌های کیهانی، تک‌قطبی‌های مغناطیسی و غیره در جهان بسیار اولیه وجود داشته‌اند. چون فضا انبساط بسیار زیادی را متحمل شد، در دوره‌ی تورم آن‌ها خیلی رقیق شدند. بنابراین احتمال اینکه ما این ذرات را در جهان

^{۳۷} dislocations

^{۳۸} topological defect

^{۳۹} Alan Gun Gut

کنونی مشاهده کنیم بسیار کم است. به این ترتیب نظریه‌ی تورم به مسائل حاضر جواب قانع کننده‌ای می‌دهد.

در فصل اول چگونگی به دست آوردن امواج سالیتمونی را از معادلات جزئی پراکنده و غیرخطی توضیح می‌دهیم و جواب‌های معادله ساین-گوردن^{۴۰} را به دست می‌آوریم. در فصل دوم در کنش برنز-دیک، به جای لاگرانژین ماده، لاگرانژین معادله ساین-گوردن را جایگزین می‌کنیم و با حل معادلات میدان، هندسه‌ی یک سیاه چاله را به دست می‌آوریم. در فصل سوم نظریه برنز-دیک را در دو چارچوب همدیس^{۴۱} جردن و اینشتین بررسی می‌کنیم و معادلات میدان را برای آن در این دو چارچوب به دست می‌آوریم. همچنین انواع جهان همگن و همسان گرد ممکن را و متریک FRW^{۴۲} که این گونه جهان‌ها را توصیف می‌کند را به دست می‌آوریم و همچنین به نظریه تورم در جزئیات بیشتر می‌پردازیم. در فصل چهارم جهانی را که با ماده‌ی بدون فشار و انرژی تاریک پر شده است، با فرض اینکه ماده و انرژی با هم برهم‌کنش می‌کنند و همچنین جهان دوسپته پر و خالی را در نظریه برنز-دیک برای دوره‌های مختلف همچون دوره‌ی تورم بررسی می‌کنیم. در فصل پنجم نیز با فرض اینکه جهان با دو سیال کامل پر شده که باهم برهم‌کنش دارند، با استفاده از معادلات فریدمن^{۴۳} و جواب‌های ساده انبساطی برای جهان بررسی می‌کنیم که احتمال وجود این سیال‌ها به چه صورت است.

Sine-Gordon equation^{۴۰}

conformal^{۴۱}

Fridmann-Robertson-Walker^{۴۲}

Fridmann equations^{۴۳}

فصل اول

سالیتون‌ها و امواج سالیتری کلاسیکی

۱.۱ تاریخچه

پدیده‌های سالیتونی ابتدا به وسیله‌ی جان اسکات راسل^۱ (۱۸۰۸-۱۸۸۲) شرح داده شد. او یک موج سالیتری را در کانال یونین^۲ در اسکاتلند مشاهده کرد و توانست بار دیگر این پدیده را در یک تانک موج ایجاد کند و آن را موج انتقال نامید. او در سال ۱۸۳۴ ویژگی‌های موج انتقالش را به صورت زیر شرح داد:

۱. این امواج پایدار هستند و می‌توانند در فاصله‌ی بسیار بزرگی حرکت کنند (امواج معمولی، پهن و سرانجام واژگون می‌شوند).

۲. سرعت بستگی به اندازه‌ی موج و پهنایش بستگی به عمق آب دارد.

۳. بر خلاف امواج معمولی آنها هرگز ادغام نمی‌شوند، بنابراین یک موج کوچک از یک موج بزرگ رد می‌شود به جای اینکه با آن ترکیب شود.

۴. اگر یک موج برای عمق آب بزرگ باشد به دو موج تقسیم شود که یکی بزرگ و یکی کوچک می‌باشد.

^۱ John Scott Russell

^۲ union

۲.۱ امواج سالیتری^۳ و سالیتون‌ها

امواج سالیتری و سالیتون‌ها به جواب‌های خاصی از معادلات موج غیر خطی اشاره دارند. به معادله‌ی زیر توجه کنید

$$\begin{aligned}\nabla\varphi &= \partial_\mu\partial^\mu\varphi \\ &= \left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\varphi(x,t) = 0,\end{aligned}\quad (1.1)$$

که $\varphi(x,t)$ میدان اسکالر حقیقی در $(1+1)$ بعد، و c سرعت نور است. این معادله خطی و بدون پراکندگی است، جواب‌های این معادله دو چهره در بحث ما دارند:

(i) هر تابع خوش‌رفتار حقیقی مثل $f(x \pm ct)$ جواب معادله (۱.۱) است. به خصوص اگر یک تابع موضعی f انتخاب کنیم. چون مؤلفه‌های موج تخت با سرعت $\omega/k = c$ حرکت می‌کنند. می‌توانیم یک بسته موج موضعی که با سرعت $\pm c$ یکنواخت $\pm c$ حرکت می‌کند، تشکیل دهیم.

(ii) از آنجا که معادله موج خطی است، دو بسته موج $f_1(x-ct)$ و $f_2(x-ct)$ و جمع آنها $f_3(x,t) = f_1(x-ct) + f_2(x+ct)$ نیز جواب هستند. در $t \rightarrow -\infty$ ، $f_3(x,t)$ شامل دو دسته موج می‌باشند که به طور عریض از هم جدا شده‌اند و ضرورتاً بدون تخریب به یکدیگر نزدیک می‌شوند. در $t \rightarrow +\infty$ با هم برخورد می‌کنند، اما بعد از برخورد آنها به طور حدی $t \rightarrow +\infty$ به دو بسته موج جدا می‌شوند که دارای همان شکل اصلی و سرعت قبل از برخورد هستند. برای معادله (۱.۱) این خاصیت به ازای بیش از دو موج نیز برقرار است.

در این دو شرط اساسی، (i) ابقا شکل و سرعت یک بسته موج منزوی و (ii) ابقا شکل و سرعت حدی چند بسته موج حتی بعد از برخورد، آشکارا برای معادله (۱.۱) برقرار است. این گونه معادلات، ساده، خطی و بدون پراکندگی هستند. ولی معادلات موج در بسیاری از شاخه‌های فیزیک خیلی پیچیده‌تر هستند. ممکن است شامل جملات غیرخطی، جملات پراکندگی و همچنین شامل میدانهای جفت‌شده با بعد فضایی ۱، ۲ یا ۳ باشند.

^۳ solitary waves