دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی

رابطه‌سازی صفحه‌های خمشی چندلایه‌ی هوشمند

یاسر صادقی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد ناپیوسته سازه

گروه عمران

دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

زمستان ۱۳۸۹

دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی

رابطه‌سازی صفحه‌های خمشی چندلایه‌ی هوشمند

یاسر صادقی

دارای مدرک کارشناسی عمران از دانشکده مهندسی دانشگاه شهید باهنر کرمان

پایان‌نامه ارائه شده به گروه عمران

دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد سازه

زمستان ۱۳۸۹

بسم الله الرحمن الرحيم

تأییدیه

گواهی می‌شود که این پایان‌نامه تاکنون برای دریافت یک درجه علمی ارائه نشده است و تمامی مطالب آن، به جز در موردهایی که نام منبع آورده شده است، نتیجه‌ی کار پژوهشی دانشجو می‌باشد.

یاسر صادقی- دانشجو تاریخ

دکتر محمد رضایی پژند- استاد راهنما تاریخ

این پایان‌نامه که توسط آقای یاسر صادقی نوشته شده و به هیأت داوران زیر ارائه گردیده است، به عنوان بخش پژوهشی دوره کارشناسی ارشد سازه، مورد تأیید شورای تحصیلات تکمیلی گروه عمران دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد.

دکتر محمد رضایی پژند – استاد راهنما

دکتر فرزاد شهابیان مقدم – استاد مشاور

دکتر احمد شوشتری – استاد مدعو

دکتر فریدون پویانژاد- نماینده‌ی شورای تحصیلات تکمیلی

رابطه‌سازی صفحه‌های خمشی چندلایه‌ی هوشمند

چکیده: جسم‌هایی که در درون و یا روی سطح آن‌ها محرک و حسگر قرار گیرد و توانایی حس کردن و کنترل به‌هنگام داشته باشند، سازه‌های هوشمند گویند. در آغاز این پایان‌نامه، به رابطه‌های تنش و کرنش در صفحه‌های خمشی چندلایه‌ها پرداخته می‌شود. سپس، ویژگی‌های مواد مرکب و پیزوالکتریک بررسی خواهد شد. همچنین، مروری کوتاه بر رابطه‌سازی‌های سازه‌های هوشمند انجام می‌پذیرد. به‌دنبال این‌ها، جزءها و رابطه‌سازی پیشنهادی سازه‌های صفحه‌ای مرکب پیزوالکتریک می‌آید. برپایه‌ی این رابطه‌ها برنامه‌ی رایانه‌ای آماده می‌شود و تحلیل سازه‌های صفحه‌ای یک و چندلایه انجام می‌پذیرد. پاسخ‌های جزءهای پیشنهادی با دیگر مرجع‌های در دسترس مقایسه و درستی کار وارسی خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: صفحه‌ی چندلایه، پیزوالکتریک، ماده‌ی مرکب، سازه‌ی هوشمند، حسگر، محرک، رابطه‌سازی، ماده‌ی ناهمسان.

پیشکش به پدر و مادرم

به پاس زحمت‌های بی دریغشان

سپاس گزاری

در آغاز، از کوشش های دلسوزانه و بی دریغ استاد ارجمند، جناب آقای دکتر محمد رضایی پژند و راهنمایی های ارزنده ی ایشان در زمینه ی انتخاب موضوع، فراهم کردن مرجع ها، تدوین پایان نامه و مشاوره ی دائمی در فرایند پژوهش، صمیمانه سپاسگزاری می نمایم. همچنین، از دیگر استادان محترم گرایش سازه، آقایان: دکتر حسن حاجی کاظمی، دکتر فریدون ایرانی، دکتر محمد رضا اصفهانی، دکتر فرزاد شهابیان مقدم، دکتر احمد شوشتری، دکتر هاشم شریعتمدار، دکتر توکلی زاده که در دوره ی کارشناسی ارشد از حضورشان بهره برده ام، صمیمانه قدردانی می نمایم. بهروزی و سربلندی روزافزون همه ی این عزیزان را از درگاه پروردگار یکتا خواهانم.

یاسر صادقی

زمستان ۱۳۸۹

فهرست مطالب

چکیده ..... یک

سپاس گزاری ..... سه

فهرست شکل‌ها ..... هفت

فهرست جدول‌ها ..... نه

نمایه‌ی نشانه‌ها ..... ده

فصل یکم: آغاز سخن

۱-۱- پیش‌گفتار ۱

۱-۲- پژوهش‌های پیشینیان ۱

۱-۳- سازه ی هوشمند ۲

۱-۴- پایه‌های اجزای محدود ۴

۱-۵- رابطه‌سازی صفحه‌ی خمشی ۴

۱-۶- درجه‌های آزادی ۸

۱-۷- شرط‌های مرزی ۱۰

۱-۸- سامان‌دهی پایان‌نامه ۱۲

فصل دوم: رابطه‌های تنش و کرنش صفحه‌ی چندلایه‌ها با لایه‌ی پیزوالکتریک

۲-۱- پیش‌گفتار ۱۳

۲-۲- ماده‌ی مرکب ۱۴

۲-۳- رفتار مکانیکی مواد مرکب ۱۴

۲-۴- وابستگی تنش و کرنش مواد ۱۵

۲-۵- پدیده‌ی پیزوالکتریسیته ۲۰

۲-۶- رابطه‌های حاکم بر مواد پیزوالکتریک ۲۱

۲-۷- معادله‌های تغییراتی پیزوالکتریک ۲۲
۲-۸- وابستگی الکترومکانیکی ۲۵

فصل سوم: نگره‌های سازه‌ای

۳-۱- پیش‌گفتار ۲۶
۳-۲- نگره‌ی صفحه‌ی چندلایه‌ی کیرشهف ۲۷
۳-۳- رابطه‌سازی جزء محدود بر پایه‌ی نگره‌ی میندلین ۳۳
۳-۴- نگره‌ی تغییرشکل برشی مرتبه‌ی بالا ۳۹

فصل چهارم: رابطه‌سازی صفحه‌ی مرکب پیزوالکتریک

۴-۱- پیش‌گفتار ۴۹
۴-۲- رابطه‌های کرنش- تغییرمکان الکتریکی و مکانیکی ۴۹
۴-۳- رابطه‌های تشکیل دهنده‌ی پیزوالکتریک ۵۰
۴-۴- رابطه‌سازی لاگرانژی بهنگام برای مواد پیزوالکتریک ۵۱
۴-۵- رابطه‌سازی جزء محدود ۵۲

فصل پنجم: رابطه‌سازی سه جزء مثلثی صفحه‌ی مرکب خمشی

۵-۱- پیش‌گفتار ۵۶
۵-۲- جزءهای پیشنهادی ۵۷
۵-۳- رابطه‌سازی پیشنهادی ۶۸

فصل ششم: نمونه‌های عددی

۶-۱- پیش‌گفتار ۷۶
۶-۲- صفحه‌ی مربعی با تکیه گاه ساده ۷۷
۶-۳- صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار ۸۰
۶-۴- صفحه‌ی مربعی طره‌ای ۸۳
۶-۵- صفحه‌ی مورب با تکیه گاه ساده ۸۴

۶-۶- صفحه‌ی مورب با تکیه‌گاه گیردار ۸۷
۶-۷- صفحه‌ی خمشی دایره‌ای ۸۸
۶-۸- صفحه‌ی مرکب چهارلایه‌ی صلیبی ۹۲
۶-۹- جزء مرکب پیشنهادی در برابر دیگر جزءها ۹۳
۶-۱۰- صفحه‌ی مربعی هشت لایه ۹۳
۶-۱۱- صفحه‌ی مرکب طره‌ای هوشمند ۹۴

فصل هفتم: پایان سخن

۷-۱- پیش‌گفتار ۹۶
۷-۲- مروری بر فصل‌های گذشته ۹۶
۷-۳- نتیجه‌گیری ۹۷
۷-۴- پژوهش‌های آیندگان ۹۷

منبع‌ها ۹۹

پیوست ۱: ماتریس مواد چندلایه ۱۰۳

پیوست ۲: درایه‌های دی‌الکتریک و جفت شدگی ۱۰۴

واژه نامه فارسی به انگلیسی ۱۰۵

نام نامه ۱۰۷

فهرست شکل‌ها

شکل (۱-۳-۱): مجموعه‌ی سازه‌ی هوشمند ۳

شکل (۱-۵-۱): تنش‌ها در یک صفحه‌ی خمشی ۵

شکل (۱-۵-۲): لنگرها در یک صفحه‌ی خمشی ۷

شکل (۱-۶-۱): محورهای t و n ۸

شکل (۱-۷-۱): تکیه‌گاه ساده ۱۰

شکل (۱-۷-۲): تکیه‌گاه گیردار ۱۱

شکل (۱-۷-۳): تکیه‌گاه لغزنده ۱۱

شکل (۱-۷-۴): تکیه‌گاه مورب ۱۲

شکل (۲-۴-۱): وابستگی مختصه‌ی اصلی مواد و مختصه‌ی هندسی ۱۹

شکل (۳-۳-۱): جزء پوسته‌ای چندلایه‌ی پیزوالکتریک ۳۴

شکل (۳-۴-۱): لایه‌های کلی جزء پوسته‌ای مرکب هوشمند ۳۹

شکل (۳-۴-۲): جزء پوسته‌ای در دستگاه‌های گوناگون ۴۰

شکل (۵-۲-۱): پیکربندی گره‌های جزء یکم ۵۸

شکل (۵-۲-۲): پیکربندی گره‌های جزء دوم و سوم ۵۹

شکل (۵-۲-۳): دستگاه مختصه‌ی کلی و محلی ۶۰

شکل (۵-۲-۴): بردار عمود بر پهلو ۶۰

شکل (۵-۲-۵): مختصه‌های چهار نقطه‌ی گوس ۶۶

شکل (۵-۲-۶): آزمون وصله‌ی یک جزئی ۶۶

شکل (۵-۲-۷): آزمون وصله با چند جزء ۶۷

شکل (۵-۳-۱): یک صفحه‌ی مرکب چندلایه با حسگرها و محرک‌های یک پارچه ۶۸

شکل (۵-۳-۲): جزء سه پهلوی دوازده گرهی به همراه صفحه‌ی چندلایه ۷۰

شکل (۶-۲-۱): صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده ۷۷
شکل (۶-۲-۲): شبکه‌بندی صفحه‌ی خمشی مربعی ۷۸
شکل (۶-۲-۳): مقایسه‌ی همگرایی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده و بار متمرکز ۷۹
شکل (۶-۲-۴): مقایسه‌ی همگرایی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده و بار گسترده ۸۰
شکل (۶-۳-۱): مقایسه‌ی همگرایی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار و بار گسترده..... ۸۲
شکل (۶-۳-۲): مقایسه‌ی همگرایی صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار و بار متمرکز ۸۲
شکل (۶-۴-۱): صفحه‌ی مربعی طره ۸۳
شکل (۶-۴-۲): همگرایی خیز لبه‌ی آزاد صفحه‌ی مربعی طره ۸۴
شکل (۶-۵-۱): صفحه‌ی مورب با تکیه‌گاه ساده ۸۵
شکل (۶-۵-۲): شبکه‌بندی برای صفحه‌ی مورب ۸۵
شکل (۶-۵-۳): همگرایی خیز مرکز صفحه‌ی مورب با تکیه‌گاه ساده ۸۶
شکل (۶-۶-۱): صفحه‌ی مورب با تکیه‌گاه گیردار ۸۷
شکل (۶-۶-۲): همگرایی خیز مرکز صفحه‌ی مورب گیردار با بار متمرکز ۸۸
شکل (۶-۷-۱): صفحه‌ی خمشی دایره‌ای ۸۹
شکل (۶-۷-۲): شبکه‌بندی برای صفحه‌ی خمشی دایره‌ای ۸۹
شکل (۶-۷-۳): همگرایی خیز مرکز صفحه‌ی خمشی دایره‌ای ۹۰
شکل (۶-۹-۱): خیز مرکز صفحه در مقابل شدت بار یرای صفحه‌ی مربعی هشت لایه ۹۴
شکل (۶-۱۰-۱): صفحه‌ی مرکب چهارلایه‌ی طره‌ای با حسگر و محرک PZT ۹۴
شکل (۶-۱۰-۲): درصد خطای خیز سر صفحه‌ی طره‌ای چهار لایه‌ی هوشمند ۹۵

فهرست جدول‌ها

جدول (۲-۷-۱): مقایسه‌ی الکتریکی و مکانیکی ۲۴

جدول (۵-۲-۱): ضریب‌های ماتریس کرنش جزء ۶۳

جدول (۵-۲-۲): نتیجه‌های آزمون وصله با چند جزء ۶۷

جدول (۶-۲-۱): خیز مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه ساده و بار متمرکز ۷۹

جدول (۶-۳-۱): خیز مرکز صفحه‌ی مربعی با تکیه‌گاه گیردار و بار گسترده ۸۱

جدول (۶-۴-۱): خیز لبه‌ی آزاد صفحه‌ی مربعی زیر بار گسترده ۸۴

جدول (۶-۵-۱): خیز مرکز صفحه‌ی مورب با بار گسترده ۸۶

جدول (۶-۶-۱): خیز مرکز صفحه‌ی مورب گیردار با بار متمرکز ۸۸

جدول (۶-۷-۱): خیز مرکز صفحه‌ی خمشی دایره‌ای ۹۰

جدول (۶-۸-۱): همگرایی تغییرمکان و تنش‌ها در صفحه‌ی چهار لایه با تکیه‌گاه ساده ۹۲

جدول (۶-۸-۲): همگرایی تغییرمکان و تنش‌ها در صفحه‌ی چهارلایه با تکیه‌گاه ساده ۹۲

جدول (۶-۸-۳): مقایسه‌ی تغییرمکان و تنش‌های صفحه‌ی چهارلایه با تکیه‌گاه ساده ۹۳

نمایه‌ی نشانه‌ها

C_{ij} ..... درایه‌های ماتریس سختی

ν_{ij} ..... نسبت پواسن برای کرنش در جهت jام و تنش در جهت iام

E_i ..... ضریب کشسانی در iامین جهت ماده

Q_{ij} ..... سختی تنش مستوی کاهش یافته

$\{E\}$ ..... میدان الکتریکی

$\{D\}$ ..... تغییرمکان الکتریکی

$\{\epsilon\}$ ..... ضریب دی الکتریک

$\{e\}$ ..... ضریب جفت شدگی پیزوالکتریک

σ_{ij} ..... تانسور تنش کوشی متقارن

ε_{ij} ..... تانسور کرنش کوشی متقارن

n_i ..... مولفه‌ی بردار عمودی یکه

$\bar{\varepsilon}^L$ ..... کرنش خطی

$\bar{\varepsilon}^{NL}$ ..... کرنش ناخطی

$[C_{uu}]$ ..... میرایی رایلی

$\{d_t\}$ ..... بردار تغییرمکان انتقالی

$\{d_r\}$ ..... بردار تغییرمکان دورانی

N ..... تابع شکل

فصل یکم

آغاز سخن

۱-۱- پیش‌گفتار

تا آغاز دهه‌ی ۷۰ میلادی، الگوسازی جزء محدود بسیاری برای مبدل‌های پیزوالکتریک ارائه شده بودند. کاربرد مواد پیزوالکتریک در سازه‌های هوشمند در دهه‌ی ۸۰ مطرح گردید. در پایان دهه‌ی ۹۰، شماری جزء محدود در آیین‌نامه‌های تجاری وارد شدند. تاکنون جزءها و رابطه‌سازی‌های بسیاری برای الگوسازی رفتار خطی انتقالی و هارمونیک، مودال و ایستایی ارائه شده است. پژوهش‌های سال‌های اخیر درباره‌ی اثرهای دما، وارسی فعال کمانش، ناخطی مواد و هندسه، کاهش لرزش، ناهمسان‌گردی و ناهمگنی مواد و مانند این‌ها می‌باشد.

۱-۲- پژوهش‌های پیشینیان

به‌دنبال کارهای نخستین نیس و تریستن در سال ۱۹۶۷، که اصل‌های تغییراتی را برای پدیده‌ی پیزوالکتریک بنا نهادند، آلیک و هوگز در سال ۱۹۷۰، یک جزء سه‌بعدی برای پیزوالکتریسیته ارائه کردند. در این رابطه‌سازی که نخستین الگوسازی جزء محدود بود، از اصل هامیلتون، معادله‌های تشکیل‌دهنده پیزوالکتریک و یک جزء چهاروجهی استفاده شد. در سال ۱۹۹۰، لرچ رابطه‌سازی‌هایی کلی برای الگوسازی جزء محدود دو و سه بعدی پیشنهاد کرد. با افزایش کاربرد سازه‌های صفحه‌ای، نیاز به استفاده از ابزارهای الگوسازی جزء محدود برای صفحه‌های هوشمند به‌وجود آمد.

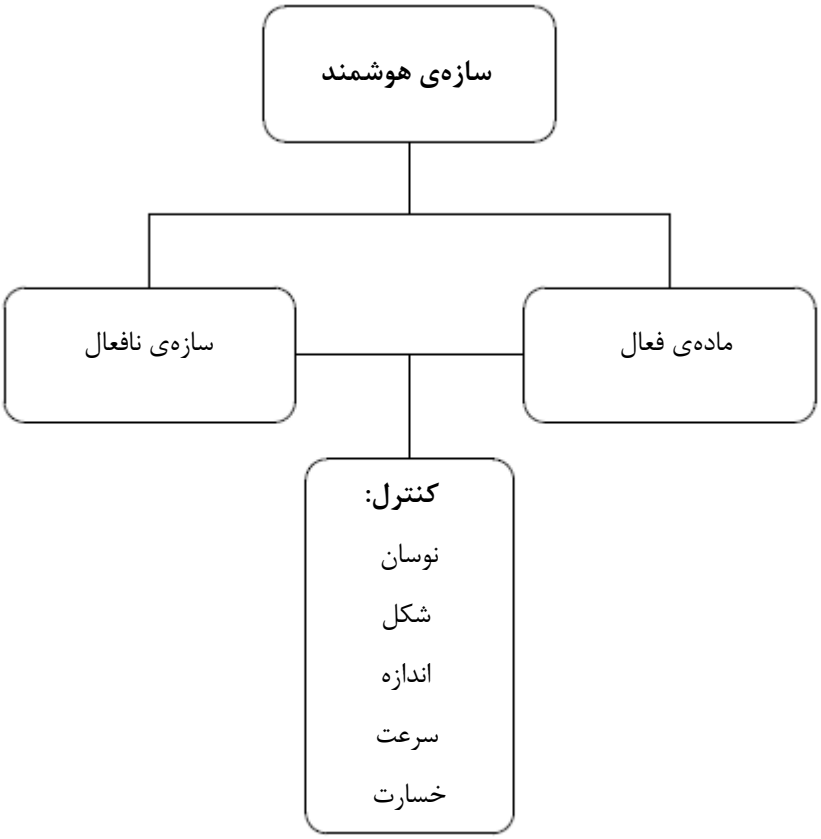
تزو و تسنگ در سال‌های ۱۹۹۰ و ۱۹۹۱ یک جزء آجری نازک برای وارسی نوسان صفحه‌ی مستطیلی ارائه کردند. ها، یک جزء مشابه برای سازه‌های چندلایه را در سال ۱۹۹۲ به‌کار برد. در ادامه، تحلیل‌گران بسیاری در این زمینه به پژوهش پرداختند. از میان آن‌ها می‌توان به بنجدو، ردی، ساراوانوس، سوارز، ری و هایلیگر اشاره کرد. در سال‌های اخیر، الگوسازی جزء محدود سازه‌های هوشمند، رشد وصف‌ناپذیری داشته است. برگزاری همایش‌های مختلف و چاپ نشریه‌های علمی که تنها به این موضوع می‌پردازند، بهترین گواهی بر پیشرفت و اهمیت این گونه سازه‌ها می‌باشد.

۱-۳- سازه‌ی هوشمند

به مجموعه‌ای از جزءهای سازه‌ای مانند تیر، صفحه، پوسته و یا یک سازه‌ی چندلایه با لایه‌هایی از ماده‌ی فعال، سازه‌ی هوشمند می‌گویند. تعریف‌های مختلفی برای سازه‌های هوشمند وجود دارد. بر پایه‌ی تعریف نیوهام، سازه‌هایی که در داخل و یا روی سطح آن‌ها محرک و حسگر قرار گیرد و دارای توانایی حس‌کنندگی و کارکرد صحیح باشند را سازه‌های هوشمند می‌نامند.

همانند شکل (۱-۳-۱) یک مجموعه سازه‌ی هوشمند از چند بخش تشکیل شده است. یک بخش وظیفه‌ی تحمل بارها (الکتریکی، مکانیکی، حرارتی یا مغناطیسی) را به عهده دارد که بخش نافعال نام دارد. بخش دیگر ماده‌ی فعال است که نقش آن حس‌کنندگی و تحریک می‌باشد. هنگامی که سازه‌ی هوشمند با لایه‌ی فعال مانند پیزوالکتریک، زیر اثر بارهای خارجی تغییر شکل می‌دهد، لایه‌ی فعال (حسگر) نیز تغییرشکل می‌دهد و با توجه به رفتار مواد آن یک شارژ سطحی متناسب با بار وارده ایجاد می‌شود. این شارژ به یک بخش فرمان فرستاده می‌شود و به‌وسیله‌ی این بخش یک ولتاژ مناسب برای لایه‌ی پیزوالکتریک (محرک) ایجاد می‌گردد و تغییرشکل وابسته را به سازه وارد می‌کند. در نتیجه، با این روش دامنه‌ی نوسان کاهش می یابد.

در آغاز قرن ۲۱، پژوهش‌گران در آستانه‌ی ساخت نسل جدیدی از مواد و سازه‌های هوشمند هستند. این نسل از ماده‌های هوشمند در مورد جفت‌شدگی الکتروترمودینامیکی و هوشمندی در مقیاس نانو می‌باشد. با پیدایش این مواد جدید، بحث دوام و عملکرد آن‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد. این مجموعه زیر اثر موقعیت‌های مختلفی به‌کار می‌رود. شرایطی مانند کمینه و بیشینه‌ی دما، فشار، بار، کرنش، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، مشکل‌های جدیدی برای طراحی و نگهداری سازه‌های هوشمند به‌وجود می‌آورد. هزینه‌های بالای پژوهش‌های آزمایشگاهی باعث شده است که تحلیل‌های نظری بیشتر به کار روند.



شکل (۱-۳-۱): مجموعه‌ی سازه‌ی هوشمند

روش دقیق برای یک محیط پیوسته به این صورت است که یک تابع تنش یا تغییرشکل تعیین می‌شود. این تابع باید معادله‌های دیفرانسیل ایستایی، رابطه‌های تنش-کرنش، و شرط‌های سازگاری را در هر نقطه از جسم برقرار سازد. همچنین، برقراری شرایط مرزی نیز الزامی است. یادآوری می‌کند، با توجه به قیدهای پیچیده‌ی مسأله، تعداد روش‌های حل دقیق بسیار محدود است. افزون بر آن، بیشتر پاسخ‌ها به‌صورت دنباله‌های نامحدود به‌دست آمده‌اند که در عمل فقط چند جمله‌ی نخستین آن به‌کار می‌رود. نتیجه‌ی این کار، ایجاد تقریب در پاسخ‌ها است. در صورت نیافتن یک تابع صریح، می‌توان معادله‌ی دیفرانسیل تعادل را به کمک روش تفاوت‌های محدود حل کرد. اما این کار دو مشکل به‌همراه دارد. مشکل یکم در برقراری شرط‌های مرزی و مشکل دوم، دقت کافی نداشتن پاسخ است. با این سخن‌ها، اهمیت کاربرد روش اجزای محدود، که توانایی خوبی در پوشش مرزها و دقت نتیجه‌ها دارد، مشخص می‌گردد.

۱-۴- پایه‌های اجزای محدود

روش اجزای محدود یک فن تقریبی است که برپایه‌ی انتخاب یک تابع پنداشتی تغییرشکل یا تنش و یا ترکیبی از آن‌ها برای یک جزء استوار می‌باشد. به‌کار بردن تابع تغییرشکل معمول‌تر است. گام‌های اساسی در روش اجزای محدود با استفاده از تابع تغییرمکان به شرح زیر است[1]:

۱- محیط پیوسته به تعداد متناهی از اجزای کوچک با هندسه‌ی ساده شبکه‌بندی می‌گردد.
۲- تعیین یک یا چند نقطه‌ی کلیدی در جزء که به‌صورت گره مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این نقطه‌ها شرایط تعادل و سازگاری برقرار می‌شود.
۳- برای جزء مورد نظر یک تابع شکل تعیین می‌گردد. این تابع، مکان هر نقطه از جزء را به تغییر مکان گره‌ها وابسته می‌سازد.
۴- برای جزء انتخابی رابطه‌های کرنش- تغییر مکان و تنش-کرنش مشخص می‌شود.
۵- با استفاده از اصل کار مجازی و یا اصل کارمایه، ماتریس سختی و بارهای معادل گرهی برای جزء تعیین می‌گردد.
۶- معادله‌های تعادل برای گره‌های جسم شبکه‌بندی شده برحسب اجزای مشترک در آن گره تشکیل می‌شود.
۷- معادله‌های تعادل برای تعیین تغییر مکان‌های گرهی حل می‌شود.
۸- تنش‌ها در نقطه‌های انتخابی در جزء مورد استفاده محاسبه می‌گردند.
۹- واکنش‌های تکیه‌گاهی در درجه‌های‌آزادی بدون حرکت به‌دست می‌آیند.

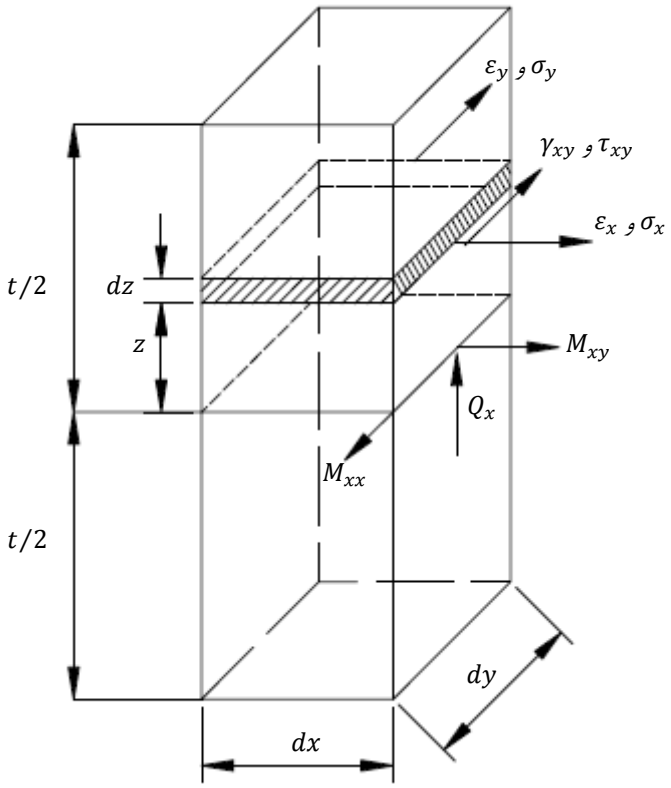
۱-۵- رابطه‌سازی صفحه‌ی خمشی

هنگامی که یک صفحه زیر اثر نیروهای عمود بر آن قرار گیرد، آن را به خمش وا می‌دارد. این رفتار تشابه زیادی به خمش تیرها دارد، چون مسأله دو بعدی است، معادله‌های وابسته به صفحه‌ی خمشی پیچیده‌تر از حالت یک بعدی می‌باشد. پنداشت‌های معمول در تحلیل صفحه‌ی خمشی نازک به قرار زیر است[2]:

۱- ضخامت صفحه در مقایسه با سایر ابعاد آن کوچک است.
۲- تغییرشکل‌های ناشی از بارها کوچک هستند (نسبت تغییر شکل به ضخامت صفحه، حداکثر یک است).
۳- صفحه‌ی میانه‌ی سازه بدون کرنش می‌باشد.
۴- تغییرشکل‌های ناشی از برش قابل چشم‌پوشی هستند.

شکل (۱-۵-۱) جزء کوچکی از یک صفحه‌ی خمشی را نشان می‌دهد. ضخامت این جزء t و دو بعد دیگر آن، dx و dy است. یک لایه‌ی نمونه به ضخامت dz به‌کار می‌رود که تنش‌ها و کرنش‌ها روی آن نشان داده شده‌اند. تغییرمکان‌های صفحه در جهت‌های x وy، به‌ترتیب، u و v می‌باشند و w خیز در جهت z است. کرنش‌های موجود در این لایه از صفحه به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad و \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad و \qquad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \tag{۱-۱}$$



شکل(۱-۵-۱): تنش‌ها و کرنش‌ها در یک صفحه‌ی خمشی

پنداشت اصلی در خمش صفحه‌های نازک این است که عمودهای وارد بر میان صفحه، پس از خمش به صورت عمود باقی می‌مانند. بر این پایه، می‌توان تغییرمکان‌های u و v را برحسب تغییرمکان w به‌صورت زیر حساب کرد:

$$u = -z\frac{\partial w}{\partial x} \qquad و \qquad v = -z\frac{\partial w}{\partial y} \tag{۱-۲}$$

با قرار دادن رابطه‌های (۱-۲) در (۱-۱)، رابطه‌های کرنش- تغییرشکل به‌دست می‌آیند: