

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی نساجی

مدل سازی و بررسی عوامل مؤثر بر خمش نخ پود در پارچه تافته

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی نساجی-تکنولوژی نساجی

وحید زارع زاده

استاد راهنما

دکتر محمد قانع



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی نساجی

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی نساجی-تکنولوژی نساجی و حید زارعزاده

تحت عنوان

مدل سازی و بررسی عوامل مؤثر بر خمش نخ پود در پارچه تافته

در تاریخ ۱۳۹۰/۱۱/۳۰ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت.

دکتر محمد قانع

۱- استاد راهنمای پایان نامه

دکتر سید عبدالکریم حسینی

۲- استاد مشاور پایان نامه

دکتر محمد شیخزاده

۳- استاد داور

دکتر سعید آجلی

۴- استاد داور

دکتر صدیقه برهانی

سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده

پس از حمد خداوند سبحان، خدایا چنانم کن که یاد و خاطر مادرم همیشه در قلمم زنده بماند و نیکی ها و دلسوزی های او را، هرگز از یاد نبرم...

بر خود لازم می دانم که از اساتید راهنا و مشاور بزرگوارم آقایان دکتر محمد قانع و دکتر سید عبدالکریم حسینی که زحمات و راهنمایی های فراوانی نمودند کمال تشکر را بنمایم و از درگاه خداوند متعال، سلامتی، خیر و توفیق روز افزون بر ایشان مسئلت دارم.

از جناب آقای مهندس وفایی مدیر محترم کارخانه پویانفت که با همکاریهای خود، مراد اجرای این پژوهش یاری نمودند، نهایت تشکر را دارم.

از دوستان خوبم که یاران روزهای سخت زندگی ام بودند، به خاطر تمام مهربانیهایشان کمال تشکر را دارم و موفقیت و سعادتشان را از این دوستان خواستارم.

باساس

وحید زارع زاده

اسفندماه ۱۳۹۰

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات،
ابتکارات و نوآوریهای ناشی از تحقیق موضوع
این پایان نامه (رساله) متعلق به دانشگاه صنعتی
اصفهان است.

تقدیم به:

مادر مهربان

و

عزیزتر از جانم

فهرست مطالب

<u>صفحه</u>	<u>عنوان</u>
هشت	فهرست
۱	چکیده
	فصل اول: مروری بر مطالعات
۲	۱-۱- مقدمه
۳	۲-۱- تئوری‌های خمش
۴	۱-۲-۱- اصول خمش
۵	۲-۲-۱- تئوری تغییر شکل‌های کوچک و بزرگ
۸	۳-۲-۱- روش‌های اندازه‌گیری خمش نخ
۱۳	۳-۱- خمش (برآمدگی) نخ در پارچه
۱۳	۱-۳-۱- عوامل مؤثر بر خمش نخ در پارچه
۲۶	۲-۳-۱- مدل‌های خمش نخ در پارچه
۳۱	۴-۱- خمش پارچه
۳۳	۱-۴-۱- تئوری‌های مربوط به خمش پارچه
۳۶	۲-۴-۱- نسبت سختی خمشی پارچه به نخ
	فصل دوم: تجربیات
۴۲	۱-۲- مقدمه
۴۲	۲-۲- وسایل مورد نیاز
۴۵	۳-۲- تهیه نمونه
۴۷	۴-۲- تعیین پارامترهای پارچه
۴۸	۵-۲- اندازه‌گیری سختی خمشی پارچه به روش شرلی
۵۰	۶-۲- اندازه‌گیری سختی خمشی نخ بود در پارچه
۵۱	۷-۲- اندازه‌گیری نیروی <i>Pullout</i>
۵۴	۸-۲- اندازه‌گیری مدول الاستیک پارچه
۵۵	۹-۲- اندازه‌گیری مدول نخ بود در پارچه
۵۶	۱۰-۲- اندازه‌گیری خیز ماکزیمم نخ بود در پارچه

فصل سوم: نتایج و بحث

۵۸	۱-۳- مقدمه
۵۸	۲-۳- نتایج سختی خمشی پارچه
۵۹	۳-۳- نتایج اندازه گیری سختی خمشی نخ بود در پارچه
۶۱	۴-۳- نتایج اندازه گیری نیروی <i>Pullout</i>
۶۴	۵-۳- نتایج اندازه گیری مدول الاستیک پارچه
۶۸	۶-۳- نتایج اندازه گیری مدول نخ بود در پارچه
۶۹	۷-۳- اندازه گیری مدول الاستیک نخ
۶۹	۸-۳- اندازه گیری نیروی نرمال
۷۱	۹-۳- محاسبه میزان خیز نخ به روش تئوری
۷۶	۱۰-۳- نتایج اندازه گیری خیز ماکزیمم نخ بود در پارچه
۸۳	۱۱-۳- مقایسه مدل تئوری و عملی خیز نخ بود در پارچه

فصل چهارم: نتیجه گیری کلی و پیشنهادات

۸۸	۱-۴- نتیجه گیری کلی
۸۸	۱-۱-۴- رابطه سختی خمشی نخ و پارچه
۸۸	۲-۱-۴- نیروی نرمال
۸۹	۳-۱-۴- انحراف نخ بود در داخل پارچه
۹۰	۲-۴- پیشنهادات
۹۱	مراجع

فهرست اشکال

صفحه

عنوان

شکل ۱-۱: نمودار خمش - انحنای یک تیر	۴
شکل ۲-۱: تیر یک سر گیردار با اعمال نیروی نقطه‌ای	۶
شکل ۳-۱: هندسه منحنی خمش	۶
شکل ۴-۱: تغییر شکل بزرگ تحت نیروی نقطه‌ای	۷
شکل ۵-۱: دستگاه ساخته شده توسط کارلنه	۸
شکل ۶-۱: روش حلقه بسته	۱۰
شکل ۷-۱: روش تیر یک سر گیردار	۱۲
شکل ۸-۱: نخ در داخل ساختار پارچه در مدل پیرس	۱۴
شکل ۹-۱: مسیر تک لیف در نخ	۱۶
شکل ۱۰-۱: دیاگرام پارچه با بافت ساده و مقطعی از آن	۱۹
شکل ۱۱-۱: تصویر نخ تار منحرف شده توسط نیروی عمودی (P)	۱۹
شکل ۱۲-۱: شماتیکی از پارچه ساده بافت در تنش تک محوری	۲۰
شکل ۱۳-۱: نمونه‌ای از آزمون <i>Pull-out</i> نخ	۲۱
شکل ۱۴-۱: دیاگرام آزاد خط مرکزی در روش تیر دو سر گیردار	۲۴
شکل ۱۵-۱: شماتیکی از دستگاه تست کششی برای اندازه گیری نیروی بیرون کشیدن نخ از داخل پارچه	۲۵
شکل ۱۶-۱: نمودار اثر نیروی <i>Pull-out</i> در مقابل زمان	۲۵
شکل ۱۷-۱: نخ در داخل پارچه تافته	۲۶
شکل ۱۸-۱: نخ در ساختمان پارچه از نظر ابوت و همکارانش	۲۷
شکل ۱۹-۱: مسیر نخ اصلاح شده در داخل ساختمان پارچه	۲۸
شکل ۲۰-۱: مدل خط مستقیم (دنداناره‌ای) برای بافت تافته	۲۹
شکل ۲۱-۱: نحوه قرار گرفتن نخها در مدل دنداناره‌ای هنگام خمش	۲۹
شکل ۲۲-۱: رابطه بین ممان و انحنا در هنگام خمش	۳۲
شکل ۲۳-۱: رفتار خمشی الاستیک نخ برای قانون گراسبرگ	۳۳
شکل ۲۴-۱: نحوه قرار گرفتن نخ در پارچه پس از خمش	۳۴
شکل ۲۵-۱: تئوری هانگ برای رفتار خمشی دوخطی نخ	۳۵
شکل ۲۶-۱: مقایسه روابط مختلف ارائه شده با رفتار خمشی نخ واقعی	۳۵

- شکل ۱-۲۷: خمش پارچه با هندسه پیرس ۳۷
- شکل ۱-۲۸: یک واحد ساختار بافت- (a) در حالت خمیده نشده (b) در حالت خمیده شده ۳۸
- شکل ۱-۲۹: طرحی از خمش نخ در ساختار پارچه ۳۹
- شکل ۱-۳۰: یکی از نتایج به دست آمده بوسیله لوموو و همکارانش ۴۰
- شکل ۲-۱: نمایی از دستگاه برش میکروتم ۴۳
- شکل ۲-۲: میکروسکوپ آزمایشگاهی ماتیک ۴۴
- شکل ۲-۳: نمایی از دستگاه زوئیک ۴۴
- شکل ۲-۴: فرام U شکل برای گرفتن دولبه پارچه ۴۵
- شکل ۲-۵: دستگاه خمش شرلی و نحوه خمش پارچه در آن ۴۹
- شکل ۲-۶: نمونه تهیه شده جهت آزمون *Pullout* ۵۱
- شکل ۲-۷: نمایی از آزمون *Pullout* ۵۲
- شکل ۲-۸: نحوه خارج شدن نخ از داخل پارچه ۵۳
- شکل ۲-۹: نمودار نیروی *Pullout* و مراحل خارج شدن نخ از بافت ۵۳
- شکل ۲-۱۰: نمودار منحنی تنش- کرنش پارچه ۵۵
- شکل ۳-۱: نمودار آزمون بیرون کشیدن نخ بود از داخل پارچه با تراکم پودی $18/cm$ ۶۲
- شکل ۳-۲: نمودار آزمون بیرون کشیدن نخ بود از داخل پارچه با تراکم پودی $21/cm$ ۶۲
- شکل ۳-۳: نمودار آزمون بیرون کشیدن نخ بود از داخل پارچه با تراکم پودی $24/cm$ ۶۳
- شکل ۳-۴: نمودار آزمون بیرون کشیدن نخ بود از داخل پارچه با تراکم پودی $27/cm$ ۶۳
- شکل ۳-۵: نمودار آزمون بیرون کشیدن نخ بود از داخل پارچه با تراکم پودی $30/cm$ ۶۴
- شکل ۳-۶: نمودار استحکام پارگی پارچه در راستای پود با تراکم پودی $18/cm$ ۶۵
- شکل ۳-۷: نمودار استحکام پارگی پارچه در راستای پود با تراکم پودی $21/cm$ ۶۶
- شکل ۳-۸: نمودار استحکام پارگی پارچه در راستای پود با تراکم پودی $24/cm$ ۶۶
- شکل ۳-۹: نمودار استحکام پارگی پارچه در راستای پود با تراکم پودی $27/cm$ ۶۷
- شکل ۳-۱۰: نمودار استحکام پارگی پارچه در راستای پود با تراکم پودی $30/cm$ ۶۷
- شکل ۳-۱۱: نمودار نیرو- ازدیاد طول برای استحکام پارگی نخ بود ۶۹
- شکل ۳-۱۲: نمودار لگاریتم نیروی نرمال در مقابل لگاریتم فاصله پودی ۷۱
- شکل ۳-۱۳: نمودار تنوری خیز نخ بود برای پارچه با تراکم پودی $18/cm$ ۷۲
- شکل ۳-۱۴: نمودار تنوری خیز نخ بود برای پارچه با تراکم پودی $21/cm$ ۷۳
- شکل ۳-۱۵: نمودار تنوری خیز نخ بود برای پارچه با تراکم پودی $24/cm$ ۷۳

- شکل ۳-۱۶: نمودار تئوری خیز نخ پود برای پارچه با تراکم پودی $27/cm$ ۷۴
- شکل ۳-۱۷: نمودار تئوری خیز نخ پود برای پارچه با تراکم پودی $30/cm$ ۷۴
- شکل ۳-۱۸: نمای طول موجی از خیز نخ پود در پارچه ۷۶
- شکل ۳-۱۹: مقطع پارچه با تراکم $18/cm$ در راستای تار ۷۷
- شکل ۳-۲۰: مقطع پارچه با تراکم $21/cm$ در راستای تار ۷۷
- شکل ۳-۲۱: مقطع پارچه با تراکم $24/cm$ در راستای تار ۷۷
- شکل ۳-۲۲: مقطع پارچه با تراکم $27/cm$ در راستای تار ۷۸
- شکل ۳-۲۳: مقطع پارچه با تراکم $30/cm$ در راستای تار ۷۸
- شکل ۳-۲۴: نمودار واقعی خیز نخ پود برای پارچه با تراکم پودی $18/cm$ ۷۹
- شکل ۳-۲۵: نمودار واقعی خیز نخ پود برای پارچه با تراکم پودی $21/cm$ ۸۰
- شکل ۳-۲۶: نمودار واقعی خیز نخ پود برای پارچه با تراکم پودی $24/cm$ ۸۰
- شکل ۳-۲۷: نمودار واقعی خیز نخ پود برای پارچه با تراکم پودی $27/cm$ ۸۱
- شکل ۳-۲۸: نمودار واقعی خیز نخ پود برای پارچه با تراکم پودی $30/cm$ ۸۱
- شکل ۳-۲۹: نمودار تغییرات لگاریتم خیز نخ پود در مقابل لگاریتم فاصله پودی ۸۲
- شکل ۳-۳۰: نمودار تغییرات لگاریتم خیز نخ پود در مقابل لگاریتم نیروی نرمال ۸۳
- شکل ۳-۳۱: نمودار خیز نخ پود در مقابل فاصله تکیه‌گاه‌ها برای تراکم $18/cm$ ۸۴
- شکل ۳-۳۲: نمودار خیز نخ پود در مقابل فاصله تکیه‌گاه‌ها برای تراکم $21/cm$ ۸۴
- شکل ۳-۳۳: نمودار خیز نخ پود در مقابل فاصله تکیه‌گاه‌ها برای تراکم $24/cm$ ۸۵
- شکل ۳-۳۴: نمودار خیز نخ پود در مقابل فاصله تکیه‌گاه‌ها برای تراکم $27/cm$ ۸۵
- شکل ۳-۳۵: نمودار خیز نخ پود در مقابل فاصله تکیه‌گاه‌ها برای تراکم $30/cm$ ۸۶

فهرست جداول

صفحه

عنوان

۴۶	جدول ۱-۲: مشخصات نخ‌های رینگ پنبه‌ای
۴۷	جدول ۲-۲: مشخصات اندازه‌گیری شده نمونه پارچه‌های تهیه شده
۴۸	جدول ۳-۲: پارامترهای محاسبه شده از روابط پیرس
۵۲	جدول ۴-۲: مشخصات نمونه‌های پارچه جهت آزمون <i>Pullout</i>
۵۹	جدول ۱-۳: طول خمش و سختی خمشی در جهت پود برای پنج نمونه پارچه
۵۹	جدول ۲-۳: سختی خمشی نخ پود در ۵ نمونه پارچه
۶۰	جدول ۳-۳: سختی خمشی نخ پود در پارچه برای $k=0/5$
۶۱	جدول ۴-۳: مقادیر به دست آمده از آزمون <i>Pullout</i>
۶۵	جدول ۵-۳: مدول الاستیک پارچه در راستای پود
۶۸	جدول ۶-۳: مدول نخ پود در داخل ۵ نمونه پارچه
۷۰	جدول ۷-۳: مقدار نیروی نرمال اندازه‌گیری شده
۷۲	جدول ۸-۳: خیز ماکزیمم نخ پود به روش تنوری
۷۹	جدول ۹-۳: خیز ماکزیمم نخ پود در پارچه به روش عملی

چکیده

مطالعه رفتار خمشی پارچه‌ها یک موضوع بسیار مهم در تحقیقات علمی نساجی و همچنین کاربردهای صنعتی می‌باشد. خمش پارچه به عوامل متعددی از جمله هندسه بافت، سختی خمشی نخ، تراکم نخ در داخل پارچه و نیز میزان انحراف نخ در پارچه بستگی دارد. بر این اساس تحقیقات بسیاری با ارائه مدل‌های تئوری جهت بررسی و اندازه‌گیری خمش پارچه و میزان برآمدگی نخ در داخل آن صورت پذیرفته است. در این پژوهش از مدل تئوری تیر دوسرگیردار برای بررسی خمش نخ بود و تعیین میزان انحراف آن در پارچه بر اساس مدل تیر الاستیک در شرایط تغییر شکل‌های کوچک، استفاده شد. دو سر نخ بود در محل دو تار مجاور به صورت گیردار و ثابت در نظر گرفته به گونه‌ای که در میان این دو تکیه‌گاه، نخ بود توسط نیروی نخ تار میانی به سمت پایین خم شد. حال میزان این نیرو و مقدار برآمدگی این نخ‌ها حائز اهمیت بوده و تأثیر آن بر ساختار و خصوصیات پارچه مورد بررسی قرار گرفت.

در این پژوهش، با ثابت بودن دانسیته خطی نخ‌های تار و بود و همچنین تراکم نخ‌های تار، تأثیر تغییرات تراکم نخ بود در پارچه روی میزان خمش (خیز) و مقدار نیروی وارده از طرف نخ تار به نخ بود، مورد بررسی قرار گرفت. جهت انجام محاسبات و به کارگیری معادلات پیرس برای پارامترهای پارچه، مقطع نخ‌ها به صورت دایره‌ای فرض شد. بدین ترتیب بر اساس روش خمش شرلی، سختی خمشی پارچه در راستای نخ‌های بود و سپس با به کارگیری رابطه بین سختی خمشی نخ و پارچه $(\frac{bf}{by})$ ، سختی خمشی نخ بود در داخل پارچه اندازه‌گیری شد. سختی خمشی پارچه در جهت بود با افزایش تراکم پودی افزایش یافت. همچنین با استفاده از آزمون *Pullout*، مقدار نیروی نرمال وارد شده از طرف نخ تار به نخ بود، محاسبه گردید که مقدار این نیرو به دلیل افزایش میزان برهم‌کنش بین نخ‌های تار و بود در داخل بافت در اثر بالا رفتن تراکم پودی، افزایش پیدا کرد. نهایتاً میزان خیز نخ بود با روش برش مقطع عرضی و با استفاده از میکروسکوپ، به صورت جز به جز اندازه‌گیری شد و با مقادیر تئوری مورد مقایسه و بحث قرار گرفت. مقدار خیز نخ بود برای مدل به دست آمده بر اساس داده‌های آزمایشی به طور قابل قبولی به مدل تئوری خمش تیر الاستیک برای تغییر شکل‌های کوچک نزدیک بود. به علاوه با افزایش تراکم پودی در پارچه، میزان انحراف نخ بود در حالت واقعی افزایش یافت و به مدل تئوری نزدیک‌تر شد.

کلمات کلیدی: تیر دوسرگیردار، تیر الاستیک، تغییر شکل کوچک، خیز نخ، نیروی بیرون کشیدن نخ، نیروی نرمال

فصل اول

مروری بر پژوهش‌ها

۱-۱- مقدمه:

مطالعه مکانیک منسوجات در ابتدا به روش بررسی مدل‌های هندسی صورت پذیرفته است. رفتار تغییر شکل دسته‌هایی از الیاف که نخ‌ها و یا پارچه‌ها را تشکیل می‌دهند، تحت نیروی خارجی، تابعی از خصوصیات مکانیکی، هندسه و برهم‌کنش بین اجزای سازنده آن‌هاست که به طور کلی شامل تغییر فرم‌های کششی، خمشی و پیچشی می‌باشد [۱]. حال این تغییر فرم‌ها را می‌توان به دو دسته تغییر شکل‌های کوچک و تغییر شکل‌های بزرگ طبقه‌بندی کرد و با در نظر گرفتن پارچه به صورت مجموعه‌ای از اجزای سازنده از الیاف و نخ‌ها، خواص و رفتار آن را مورد بررسی قرار داد [۲].

هدف از انجام آزمایش منسوجات، تشخیص خصوصیات و یا کیفیت منسوجات تولیدی است. برای نمونه آزمون کشش تک محوری پارچه، اطلاعاتی در مورد رفتار پارچه تحت بار کششی تک محوری را فراهم می‌آورد، در حالی که واکنش پارچه نسبت به یک نیروی فشاری به وسیله تست فشار تعیین می‌گردد [۳].

بنابراین با بررسی خصوصیات مکانیکی پارچه همچون سختی خمشی و نیز سختی برشی می‌توان به رفتار و خواص پارچه از قبیل قابلیت آویزش، شکل پذیری، زبردست، رفتار کمانش و مقاومت در برابر چین خوردگی و همچنین استحکام پارگی منسوجات پی برد [۴].

روش‌های متنوعی جهت تعیین سختی خمشی پارچه‌های تافته وجود دارد و می‌توان آن‌ها را به دو گروه عمده تقسیم‌بندی کرد. یک گروه مربوط به تغییر شکل پس از اعمال نیرو یا ممان و یا انرژی است و گروه دیگر بر اساس اندازه‌گیری تغییر شکل نمونه‌ها تحت وزن خودشان استوار است [۵].

محققان جهت مطالعه و بررسی رفتارهای خمشی پارچه و یا نخ، تئوری‌های مختلفی را به کار برده‌اند. از آن جمله می‌توان تئوری خطی خمش در مورد مواد انعطاف‌پذیری مثل پارچه که وقتی تحت تأثیر نیروهای خارجی و یا وزن خودشان قرار می‌گیرند، تغییر شکل‌های بزرگی را تحمل می‌کنند و یا تئوری الاستیک که بر اساس آن ماده الاستیک خطی فرض می‌شود و در مورد تغییر شکل‌های کوچک به کار می‌روند را نام برد [۶].

بدین ترتیب مدل‌های تئوری برای خمش نخ پود(تار) در پارچه بیان شده که یکی از متداول‌ترین و ساده‌ترین مدل‌ها جهت تعیین مدول و سختی خمشی نخ و پارچه، استفاده از تیر یک سرگیردار و یا تیر دو سرگیردار است.

۱-۲- تئوری‌های خمش

تنش و کرنشی که از نمودار مربوط به استحکام هر ماده به دست می‌آید، بیانگر رفتار آن ماده خواهد بود. بدین ترتیب رفتار ماده را می‌توان خطی و یا غیر خطی در نظر گرفت. فرض خطی بودن رفتار یک ماده می‌تواند ما را در انجام محاسبات مربوط به خصوصیات آن ماده یاری بخشد، ولی از سوی دیگر ثابت شده که عمدتاً رفتار اکثر مواد غیرخطی است و فرض خطی بودن آن با خطا همراه است [۶].

بنابراین مناسب‌ترین روش جهت بررسی آنها، در نظر گرفتن رفتار غیرخطی می‌باشد که به طور کلی می‌توان آن را به سه دسته غیرخطی مادی، غیرخطی هندسی و غیرخطی مربوط به شرایط مرزی تقسیم‌بندی کرد.

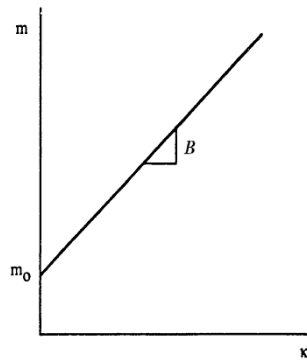
غیرخطی مادی را نیز می‌توان به دو دسته الاستیسیته و پلاستیسیته تقسیم‌بندی کرد. غیرخطی مادی مربوط به الاستیسیته در مواردی است که خواص ماده همچون مدول الاستیک تحت تأثیر درجه حرارت و نرخ کرنش بوده و با تغییرات آن‌ها تغییر می‌کند و نمودار تنش-کرنش آن به صورت غیرخطی در می‌آید به گونه‌ای که جسم می‌تواند خواص الاستیک خود را حفظ کند. غیرخطی مادی مربوط به پلاستیسیته برای وقتی است که ماده تحت اعمال نیرو به نقطه تسلیم خود رسیده و دیگر قوانین ماده الاستیک در مورد آن‌ها صدق نکند.

در حالت غیرخطی هندسی، با اعمال نیرو تغییر شکل زیادی روی می‌دهد و مقدار کرنش‌ها نیز می‌تواند بزرگ باشند، ولی جسم همچنان خواص الاستیک خود را حفظ می‌کند. لاستیک‌ها را می‌توان جز این گروه در نظر گرفت. تغییر شکل منسوجات به عنوان ورقه‌های انعطاف‌پذیر، در حالت غیرخطی هندسی به گونه‌ای است که در کرنش‌های نسبتاً کوچک، می‌تواند جابه‌جایی‌های بزرگی روی دهد [۴].

بدین ترتیب با در نظر داشتن رفتار مواد به صورت خطی و یا غیر خطی، رفتار خمشی نخ‌ها و پارچه‌ها مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۱-۲-۱- اصول خمش

نقطه شروع آنالیزهای خمش نخ، قانون برنولی-اولر^۱ است که در تئوری تیرها، خمش محض را شرح می‌دهد. ممان خمشی M که تحت شرایط مناسب به مقاطع تیرها وارد می‌شود با تغییرات انحنای خط مرکزی متناسب است و کوپل بحرانی M_0 ، ممان لازم جهت غلبه بر نیروهای اصطکاکی و شروع خمش در جسم است:



شکل (۱-۱) - نمودار خمش - انحنای یک تیر [۷]

$$M = B(\Delta K) = B(K - K_0) \quad (1-1)$$

وقتی که K_0 و K به ترتیب مقادیر انحنای اولیه و ثانویه هستند و B سختی خمشی^۲ تیر است [۷]. مقدار کوپلی که لازم است تا در جسم شعاعی با انحنای واحد به وجود آید، سختی خمشی (B) نامیده می‌شود. مطابق رابطه ۱-۲ در یک جسم الاستیک انعطاف پذیر، سختی خمشی برابر با حاصلضرب مدول یانگ (E) در ممان اینرسی سطح مقطع جسم (I) می‌باشد:

$$B = E \times I \quad (2-1)$$

¹ Bernoulli-Euler Law

² Bending Rigidity

از آنجاییکه سطح مقطع اکثر الیاف نساجی دارای شکل ثابتی نمی‌باشد، بنابراین تعیین مقدار دقیق سختی خمشی برای این گونه الیاف کار دشواری است. با این وجود محققان از این رابطه جهت انجام کارهای علمی خود استفاده می‌کنند [۸].

به هر حال، خمش نخ متفاوت از تیرهای صلب است و شدیداً متأثر از میزان آزادی یا مقاومت الیافی است که نسبت به یکدیگر جابجا می‌شوند، یا به عبارت دیگر به میزان مطابقت دادن تغییر شکل خود طی خمش بستگی دارد. در نخ‌ها هنگامی که آزادی حرکت الیاف زیاد است، خمش آن‌ها مستقل از یکدیگر فرض می‌شود. در نتیجه سختی خمشی نخ‌ها را می‌توان برابر با مجموع سختی خمشی هر لیف فرض کرد. بنابراین سختی خمشی نخ متناسب با تعداد الیاف سطح مقطع نخ است.

بر این اساس خمش یا سختی خمشی نخ B معمولاً با رابطه ممان خمشی M در مقابل انحنا K (معکوس شعاع انحنا ρ) تعریف می‌گردد. در صورتی که رابطه خطی باشد:

$$B = M/K \quad (۳-۱)$$

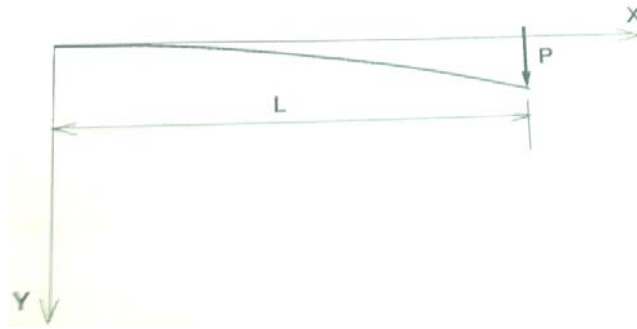
بنابراین آنالیز رفتار خمشی نخ بر پایه ارتباط موجود بین سختی خمشی نخ با خصوصیات الیاف و پارامترهای ساختاری نخ است [۷].

۱-۲-۲- تئوری تغییر شکل‌های کوچک و بزرگ

مواد انعطاف‌پذیر مانند پارچه، کاغذ و فیلم‌ها یا نوارهای باریک، تغییر فرم‌های بزرگی را تحت وزن خودشان و یا وقتی نیروی خارجی اعمال می‌شود، تحمل می‌کنند. تئوری تیر کلاسیک به آنالیز تغییر شکل‌های نسبتاً کوچک در مقایسه با طول تیر محدود می‌شود. فرضیات اساسی در نظر گرفته شده در این تئوری هنگامی که تغییر شکل‌های نسبتاً بزرگ داریم، خطاهای غیر قابل قبولی را می‌دهد.

الف) تغییر شکل کوچک

در تئوری تیر کلاسیک، ماده کاملاً الاستیک خطی فرض می‌شود و از قانون برنولی-اولر پیروی می‌کند. شماتیکی از این تغییر فرم در شکل ۱-۲ نشان داده شده است:



شکل (۲-۱) - تیر یک سرگیردار با اعمال نیروی نقطه‌ای [۹]

فرضیاتی که در تئوری تغییر شکل‌های کوچک مطرح می‌شود عبارتند از:

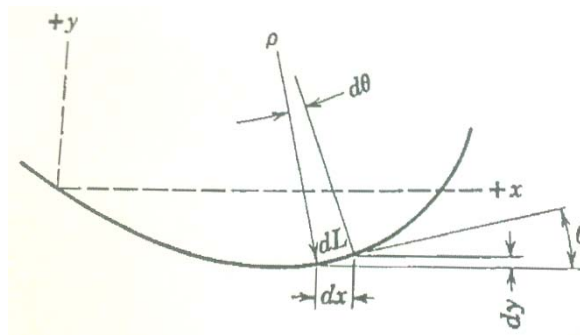
(۱) انحنای K که از فرمول تقریبی ۴-۱ به دست می‌آید:

$$K = \frac{d^2y/dx^2}{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}} \quad (۴-۱)$$

(۲) تغییر در طول بازوی گشتاور به واسطه تغییر هندسه تیر تغییر شکل یافته قابل چشم‌پوشی است. بنابراین داریم:

$$K \approx d^2y/dx^2 \quad (۵-۱)$$

این فرضیات ما را به راه حل‌های ساده‌ای که نتایج قابل قبولی برای تغییر شکل‌های کوچک دارد، سوق می‌دهد [۹]. با توجه به شکل ۳-۱، با به کارگیری المانی به طول dL در امتداد تیر، می‌توان روشی را جهت تعیین معادله تغییر شکل کوچک با استفاده از هندسه خمش تیر بیان کرد [۱۰]:



شکل (۳-۱) - هندسه منحنی خمش [۱۰]

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dL} = \frac{d(\tan\theta)}{dL} = \frac{d(dy/dx)}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (6-1)$$

ρ : شعاع انحنا

θ : زاویه بین تانژانت کمان و محور x

با به کارگیری ممان M و تئوری کلاسیک الاستیکا داریم:

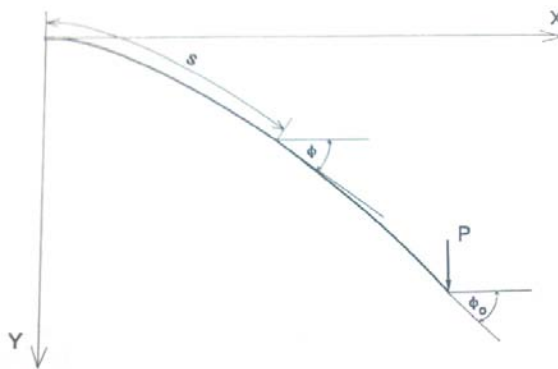
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI} = \frac{M(x)}{B} \quad (7-1)$$

بنابراین با توجه به دو معادله ۶-۱ و ۷-۱ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} = \frac{M(x)}{B} \quad (8-1)$$

ب) تغییر شکل‌های بزرگ

در کلیه حالات مشاهده می‌شود که روابط تغییر شکل‌های کوچک، تنها در محدوده خاصی با نتایج عملی توافق دارند و بعد از حد معینی، باید از تئوری تغییر شکل‌های بزرگ استفاده می‌شود. لذا در اینجا نمی‌توان از $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ صرف نظر کرد و این مسئله، حل معادلات را مشکل‌تر می‌سازد. هامل^۱ و مورتون^۲ در سال ۱۹۲۷ مسئله یک نوار باریک انعطاف‌پذیر که نیروی متمرکز P به انتهای آن وارد آمده را مطرح کردند که در شکل ۴-۱ نشان داده شده است:



شکل (۴-۱) - تغییر شکل بزرگ تحت نیروی نقطه‌ای [۹]

¹ Hummel

² Morton

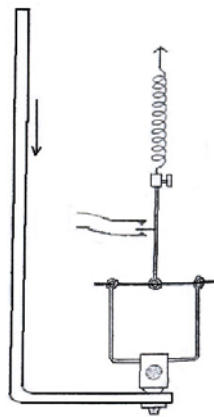
با بزرگ شدن تغییر شکل‌ها، روابط حاکم بر تیر به صورت معادله ۹-۱ خواهد بود:

$$\frac{d^2 \varphi}{ds^2} = -\frac{P}{B} \cos \varphi \quad (9-1)$$

که s طول تیر تغییر فرم یافته نسبت به مبدأ، φ زاویه شیب نسبت به افق و M گشتاور خمشی می‌باشند. حل این معادله، مشکل بوده و معمولاً بر اساس انتگرال‌های الیپتیک^۱ داده می‌شود و از جمله روش‌های مختلفی که جهت حل معادله دیفرانسیل بالا پیشنهاد شده است، روش اجزای محدود است [۹].

۱-۲-۳- روش‌های اندازه‌گیری خمش نخ

در سال ۱۹۴۷ کارلنه^۲ با استفاده از دستگاه اندازه‌گیری ازدیاد طول الیاف^۳ و ایجاد تغییراتی در آن، مدول خمشی مونوفیلانت‌هایی از جنس نایلون که قطر آن‌ها حدود ۰/۳ میلیمتر بود را اندازه‌گیری کرد. این روش به گونه‌ای بود که دو سر مونوفیلانت‌ها همانند تیر دوسرگیری که نیرویی به مرکز آن اعمال می‌شود گرفته شده و سپس میزان تغییر شکل و انحراف مونوفیلانت اندازه‌گیری می‌شود با این تفاوت که در این روش مونوفیلانت از وسط ثابت نگه داشته شده در حالیکه دو طرف آن تحت نیروی مشخصی کشیده شده و از محل اولیه خود منحرف می‌شوند. در شکل ۵-۱ شماتیکی از این دستگاه نشان داده شده است [۱۱]:



شکل (۵-۱) - دستگاه ساخته شده توسط کارلنه [۱۱]

او سپس از معادله ۱۰-۱ جهت محاسبه سختی خمشی این مونوفیلانت‌ها استفاده کرد.

¹ Elliptical Integrals

² Carlene

³ Extensometer