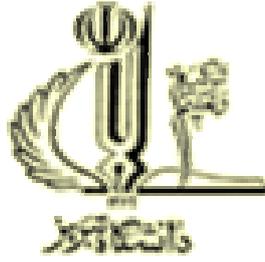


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته  
مهندسی مکانیک - سیستم محرکه خودرو

# تحلیل جریان داخل منیفولد ورودی موتور احتراق داخلی

استاد راهنما:

دکتر سید اسماعیل رضوی

استاد مشاور:

دکتر محمد تقی شروانی تبار

پژوهشگر:

رضا عمرانی

تابستان ۱۳۸۹

## فهرست مطالب

۲	چکیده.....
۴	فصل اول: مقدمه و پیشینه پژوهش.....
۱۲	فصل دوم: معادلات حاکم بر مساله و روش حجم محدود.....
۱۲	۲-۱ جریان یک بعدی غیر لزج.....
۱۳	۲-۲ معادله پیوستگی.....
۱۴	۲-۳ معادله مومنتوم.....
۱۵	۲-۴ معادله انرژی.....
۱۶	۲-۵ معادلات حاکم در شکل پایستاری.....
۱۷	۲-۶ تعیین ضریب اصطکاک دیواره لوله.....
۱۹	۲-۷ مدل سازی عامل انتقال گرما.....
۲۰	۲-۸ استخراج معادلات به شکل مشخصه ها.....
۲۲	۲-۹ روش مشخصه ها.....
۲۷	۲-۱۰ روش حجم محدود.....
۳۰	۲-۱۰-۱ روش میانگین گیری مرتبه دوم.....
۳۱	۲-۱۰-۲ اتلافات مصنوعی.....
۳۲	۲-۱۰-۳ روش بالادست مرتبه اول.....
۳۳	۲-۱۰-۴ روش Roe مرتبه دوم.....
۳۵	۲-۱۱ شرایط مرزی.....
۳۶	۲-۱۱-۱ متغیرهای ریمن در مرزها.....
۳۷	۲-۱۱-۲ مرز انتها باز.....
۳۸	۲-۱۱-۳ مرز انتها بسته.....
۳۹	۲-۱۱-۴ ریزش درونی از یک مخزن.....
۴۰	۲-۱۱-۵ نحوه به کارگیری شرایط مرزی مختلف در ورودی و خروجی.....
۴۲	۲-۱۲ توسعه برنامه کامپیوتری و اجرای آن.....
۴۷	فصل سوم: نتایج عددی.....
۶۴	فصل چهارم: نتیجه گیری.....
۶۵	ضمیمه.....
۶۷	مراجع.....

## چکیده

طراحی و بهینه سازی منیفولد، که خود شامل محاسبه عملکرد موتور نیز می باشد، یکی از مهمترین قدم ها در روند طراحی و توسعه موتورهای احتراق داخلی به شمار می رود. در این پایان نامه روشی ارائه شده است که مشخصات جریان سیال تراکم پذیر داخل منیفولد ورودی یک موتور احتراق داخلی را محاسبه نماید. برای محاسبه خصوصیات جریان سیال عبوری، کدهای کامپیوتری به زبان FORTRAN، برای حل معادلات اویلر یک بعدی، با استفاده از روش حجم محدود، نوشته و توسعه داده شده است. برای محاسبه شارهای جابجایی، سه روش میانگین گیری مرتبه دوم، بالادست مرتبه اول و روش Roe مرتبه دوم به کار گرفته شده اند. این طرح ها از نظر عملکرد و کارایی محاسباتی با یکدیگر مقایسه شده اند. شرایط مرزی ورودی و خروجی، برای حالت های پایا و ناپایا به صورت ترکیبی از روش مشخصه ها و برون یابی به کار رفته است. در تحلیل جریان ناپایای منیفولد موتور بنزینی، تکرار در زمان مجازی انجام می پذیرد. عوامل اصطکاک سیال با دیواره و انتقال گرما از سیال به دیواره منیفولد افزوده شده و تاثیرات اصطکاک دیواره و انتقال گرما از سیال به دیواره های منیفولد بررسی و مقایسه شده است.

**واژه های کلیدی:** موتور احتراق داخلی، منیفولد ورودی، معادلات اویلر، جریان ناپایا، روش Roe، جریان با اصطکاک و انتقال گرما.

فصل اول

مقدمه

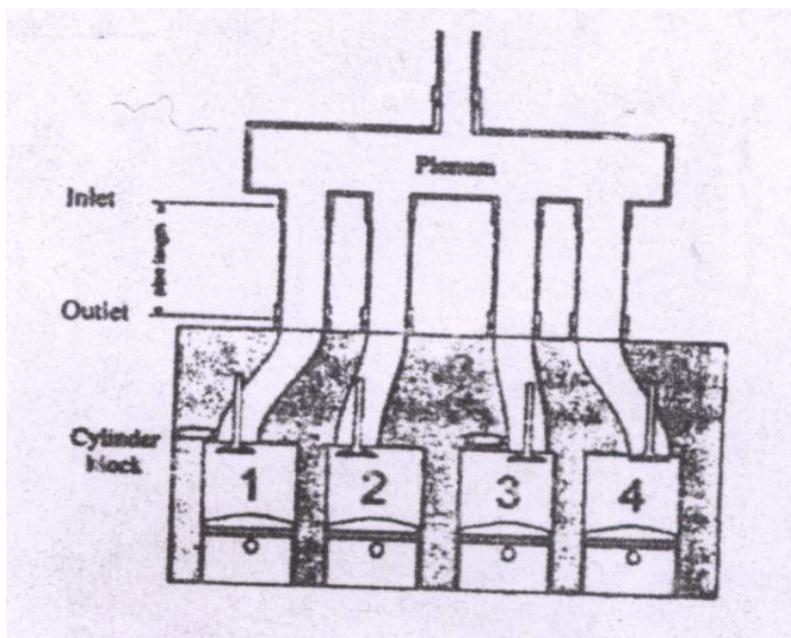
و

پیشینه پژوهش

## فصل اول: مقدمه و پیشینه پژوهش

منیفولد های ورودی و خروجی موتور، تاثیر زیادی بر روی کارکرد موتور، جلوگیری از صدا های مزاحم و الودگی محیط زیست دارند. در هر موتور ویژه ای ممکن است انتظار خروجی خاصی وجود داشته باشد. برای نمونه یک موتور می تواند برای خودرو های مسابقه طراحی شود و یا از آن در خودرو های معمولی استفاده شود که هر کدام از این کاربردها، دارای مشخصه های منحصر به خودشان بوده و بر روی طراحی و هندسه ی منیفولد های ورودی و خروجی تاثیر گذار هستند. درخودرو های مدرن امروزی، بیشترین گشتاور در سرعت های پایین مطلوب است.

طبیعت جریان عبوری از منیفولد، به دلیل باز وبسته شدن یک درمیان (متناوب) سوپاپ های ورودی و خروجی، یک طبیعت گذرا و پالسی است. این طبیعت گذرا، زمینه ساز تولید موج های فشاری در منیفولد های ورودی و خروجی می شود. نسبت بزرگی از صدا های ایجاد شده در موتور خودرو ها، به واسطه موج های فشاری منتشر شده در منیفولد های ورودی و خروجی خواهد بود. صداهای مزاحم یکی از مهمترین بخش هایی است که در بررسی کلی خودرو های امروزی به آن پرداخته می شود. انتشار طیف صداهای مزاحم با طراحی بهینه منیفولد، بهینه سازی می شود.



شکل (۱-۱) : طرح واره مسیر مکش هوا به موتور

طراحی منیفولد، همچنین بر الودگی محیط زیست تاثیر گذار است. بهینه سازی زمان باز و بسته شدن سوپاپ ها در موتور های امروزی سبب شده است تا از میزان گاز های سمی که از سوختن ناقص پدید می آیند و نیز از میزان هیدرو کربن های نسوخته، کاسته شود.

فشار داخل منیفولدها تاثیر مهمی بر فرایند EGR<sup>1</sup> دارد که در این فرایند، جزئی از گازهای خروجی به داخل منیفولد ورودی باز می گردد. همچنین برای استفاده از دستگاه های کنترلی نظیر ECU<sup>2</sup> در موتورها، طراحی منیفولد نقش مهمی را ایفا می کند. ECU از سنسور های گوناگونی تاثیر می پذیرد که از جمله این سنسور ها، سنسور درجه گرما و فشار ورودی می باشد. با دانستن درجه گرما و فشار ورودی، می توان بهترین حالت برای احتراق بهینه، یعنی نسبت سوخت به هوا را به دست آورد.

جریان هوای ورودی به هر سیلندر، به فشار داخل منیفولد بستگی دارد، بنابراین جریان در سیستم های ورودی و خروجی موتورهای چند سیلندر با استفاده از معادلات یک بعدی جریان ناپایدار تراکم پذیر به صورت کامل تر قابل مدلسازی می باشد.

فرضیاتی که در این تحلیل ها صورت می گیرد عبارتند از:

- 1- سیستم ورودی یا خروجی را می توان به صورت ترکیبی از لوله ها، اتصالات و محفظه های هوا مدل کرد.
- 2- جریان داخل لوله ها یک بعدی است و هدایت گرمای محوری وجود ندارد.
- 3- موقعیت سیلندر های موتور و محفظه های هوا در فضا یکسان است.
- 4- شرایط مرزی نیمه یکنواخت در نظر گرفته می شود.
- 5- ضرایب تخلیه، انتقال گرما، اصطکاک در لوله ها و افت ایجاد شده در خم ها برای جریان پایدار، در جریان ناپایدار هم معتبرند.
- 6- گازها را می توان به صورت گاز ایده ال مدل کرد.

امروزه معمولترین روش ها برای طراحی منیفولد و ارزیابی عملکرد موتور های احتراق داخلی، بر پایه شبیه سازی یک بعدی و دینامیک گازی بنا شده است.

در این روش ها منیفولد های ورودی و خروجی به صورت شبکه هایی از لوله در نظر گرفته می شوند و فرض می شود که سرعت در تمام عرض لوله بدون تغییر بوده، همان سرعت میانگین است و نیز از تاثیر اشفتگی های جریان و لزجت در لوله ها چشم پوشی می شود. برای اعمال اثر های اصطکاک سیال با لوله، می توان یک ضریب اصطکاک در لوله منظور کرد که این ضریب، یک ضریب تجربی خواهد بود.

---

<sup>1</sup>- Exhaust Gas Return

<sup>2</sup>- Electronic Control Unit

شبهه سازی یک بعدی جریان ابزار قدرتمندی برای ارزیابی عملکرد موتورها بوده ولی در بسیاری از حالت های پیچیده مانند اتصال ها، به عنوان یک طراحی اولیه به کار گرفته می شود. به طور معمول سه نوع مدل برای تحلیل جریان داخل منی فولد استفاده می شود:

- ۱- مدل هایی که فرض شبهه پایا بودن را برای جریان عبوری از مرزها در نظر می گیرند.
- ۲- مدل های پر و خالی که برای حالت های خاصی از منی فولد در نظر گرفته می شوند.
- ۳- مدل های دینامیک گازی که تغییرهای زمانی جریان و فشار منی فولد ها را تحلیل می کنند.

هر کدام از این مدل ها می توانند در شرایط خاصی برای تحلیل رفتار موتور مناسب باشند. بهینه ترین انتخاب بستگی به موضوع های مورد بررسی، زمان و امکان قابلیت دستیابی هر مدل دارد.

### مدل های جریان شبهه پایا

در این مدل ها، اجزا متصل کننده قسمت های مختلف منی فولد مورد بررسی قرار می گیرند. از این اجزا می توان به صافی هوا، کاربراتورها، پورت ها و سوپاپ های ورودی و نیز اتصالات دو لوله ای و چند لوله ای اشاره کرد. هر کدام از این مجراها، به طور معمول با هندسه و ضریب تخلیه ای که به صورت تجربی و تحت شرایط حالت پایا به دست می آیند معرفی می شوند. سپس با استفاده از رابطه های جریان یک بعدی، اهنگ جریان گاز عبوری از هر کدام از این اجزا محاسبه می شود. مدل های شبهه پایا، اغلب برای محاسبه جریان ورودی و خروجی از سیلندر استفاده می شود، در حالی که تغییرات فشار بالا دست مشخص و یا کوچک هستند، این مدل ها کارایی به سزایی دارند.

### روش های پر و خالی

این مدل ها به دلیل کارایی خود، برای موتور هایی که دارای توربو شارژر هستند، استفاده می شوند.

### مدل های دینامیک گاز

تعداد زیادی از متغیر های طراحی، در طراحی سیستم مکش، تخلیه و عملکرد کلی آنها تعیین کننده هستند. این متغیرها می توانند شامل طول ها، سطح مقطع ها، پلنیوم و حجم ان، اتصالات، تعداد سیلندرهای موتور و ابعاد ان، طراحی پورت ها و سوپاپ های ورودی و خروجی، میزان بلند شدگی سوپاپ ها و زمان بندی آنها باشند. کوپل شدن موارد ذکر شده، با طبیعت پالسی جریان داخل منی فولد ها، اثرات دینامیک گازی زیادی را نمایان می کند. بنابراین برای تحلیل جریان، مدل هایی که مبنای دینامیک گازی دارند از جایگاه ویژه ای برای طراحی سیستم منی فولد برخوردارند. مدل های دینامیک

گازی چند سالی به عنوان ابزاری برای مطالعه فرایند تغییرات فیزیکی سیال عبوری از موتور بوده است. در این مدل ها از رابطه های پایستاری جرم، اندازه حرکت و انرژی برای جریان تراکم پذیر گذرا، در ورودی و خروجی موتور استفاده می شود.

به طور معمول، رابطه های جریان گذرا، به صورت یک بعدی به کار گرفته می شوند. در گذشته روش مشخصه ها برای حل رابطه های دینامیک گاز، به کار برده شده اند.

روش اختلاف محدود<sup>۱</sup> بیشتر در سال های اخیر به کار گرفته شده است. روش حجم محدود<sup>۲</sup> به اندازه دو روش مشخصه ها<sup>۳</sup> و اختلاف محدود، عمومی نشده است. روشی که در این پژوهش مورد نظر است روش حجم محدود می باشد. طرح های مختلفی برای محاسبه شارها در روش حجم محدود توسعه داده شده اند که در این پژوهش از طرح های میانگین گیری مرتبه دوم، بالادست مرتبه اول و Roe مرتبه دوم استفاده خواهد شد. برای گسسته سازی زمان، دو روش اویلر جلو رونده و رانگ کوتای مرتبه چهار به کار خواهد رفت.

مطالعات بر روی حرکت امواج به ۶ قرن قبل از میلاد برمی گردد، زمانی که فیثاغورث فرکانسهای مختلفی را با تغییر طول نخ و به ارتعاش درآوردن آن به دست آورد.

Earnshaw [1]، اولین کسی بود که معادلات غیر خطی را برای امواج صوتی توسعه داد. او نشان داد که دامنه امواج ترکیب یافته، با قانون توان هفتم هر تک موج رابطه دارد.

در سال ۱۸۵۸، Riemann [2]، روش مشخصه ها را برای حل کردن معادلات موج پیشنهاد داد. این روش تا سال ۱۹۵۰ که روش اختلاف محدود شروع به پیشرفت نمود، مورد استفاده قرار می گرفت.

De haller [3]، از یک روش گرافیکی برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیلی برای جریان گاز خروجی از آگروز موتور استفاده کرد. Jenny [4]، محاسبات گرافیکی را برای انتقال گرما از دیواره های لوله، اصطکاک، افت انتروپی و تغییرات سطح مقطع لوله توسعه داد.

روش مشخصه ها به صورت شبکه بندی شده<sup>۴</sup> [5] اولین تکنیکی از اختلاف محدود بود که برای شبیه سازی دینامیک گاز در منیفولد موتور، مورد استفاده قرار گرفت. این روش پایه و اساسی را برای پیشرفت برنامه های کامپیوتری، توسط محققان و سازمان های صنعتی در سراسر جهان ایجاد نمود. بسیاری از مقالات، از روش مشخصه ها به صورت شبکه بندی شده، برای شبیه سازی جریان سیال در منیفولد موتور ها استفاده کرده اند.

Benson در سال ۱۹۷۱، دو برنامه کامپیوتری ترکیب یافته با هم را برای موتورهای احتراق داخلی دیزلی ارائه کرد. برنامه ها شامل لوله های ورودی، لوله های خروجی و توربوشارژر بود. نتایج به دست آمده از کد، با نتایج تجربی مقایسه شد که مطابقت خوبی با نتایج تجربی و محاسبات گرافیکی به دست

---

<sup>1</sup>- Finite difference

<sup>2</sup>-Finite volume

<sup>3</sup>-Method of characteristic

<sup>4</sup>- Mesh method of characteristic

امد. Benson [6]، اولین شخصی بود که کدی را برای حل معادلات یک بعدی حاکم بر جریان گاز داخل منیفولد ارائه کرد. این کد بر اساس روش مشخصه ها پایه گذاری شده بود. نسخه های مختلفی از این کد، امروزه نیز استفاده می شود.

در پژوهش Winterbone و Pearson [7]، اثرات پارامتر های منیفولد، بر روی عملکرد موتور بررسی شد. که در این کار از مدل موج های خطی، برای تحلیل جریان داخل منیفولد استفاده شده و کد کامپیوتری برای حل آن توسعه داده شده است. این روش ۲۲۰ برابر سریعتر از برنامه ای بود که براساس روش مشخصه ها توسعه داده شده بود. کدی که با روش مشخصه ها توسعه داده شد، دارای مزایا و معایبی بود. مشکل اصلی، زمان اجرای کد بود. هنگامی که زمان انجام محاسبات دارای اهمیت بود، محققان سعی می کردند از تعداد محاسبات کاسته شود تا زمان اجرای کد بهبود یابد که باعث کاهش دقت محاسبات می شد. از دیگر معایب روش مشخصه ها، ناپایستار بودن آن است و نیز، ضمانتی برای تسخیر ناپیوستگی ها توسط معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی وجود ندارد. همچنین این روش، قادر به تحلیل موج های فشاری بزرگ نیست. برای غلبه بر این مشکلات، محققان مطالعاتی را بر روی روشهای جدیدتر اختلاف محدود و حجم محدود انجام دادند.

Lakshminarayanan [8]، از روش رانگ کوتای مرتبه چهارم، برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی استفاده کرد.

یکی از روشهای رایج اختلاف محدود، روش Lax-Wendroff [9] می باشد. در آلمان، دانشگاه ها و صنایع برای توسعه و تایید کدهای کامپیوتری که بر اساس این روش نوشته می شدند، با هم همکاری داشتند. Richtmyer، روشی دو مرحله ای را برای حل معادلات جریان ناپایای گاز ارائه داد که روش Lax-Wendroff دو مرحله ای نام گرفت. روش McCormack نیز یکی دیگر از روشهای با دقت مرتبه دوم می باشد که معادل روش Lax-Wendroff، برای حالت های خطی می باشد.

مشکل روشهای مرتبه دوم نیز، زمانی به وجود آمد که این روشها، باعث تولید نوسانات نادرست، در هنگام عبور از شوک و سطوح تماس می شد.

T.Bulaty و H.Niessner [10]، مقاله ای را در سال ۱۹۸۴ ارائه کردند که در آن، برای غلبه بر نوسانات، افزودن عامل های غیر خطی<sup>۱</sup>، پیشنهاد شد.

همچنین روشهای FCT<sup>۲</sup> و TVD<sup>۳</sup> نیز برای حذف نوسانات، توسط محققان توسعه داده شد. این روشها برای بسیاری از جریان ها در منیفولد موتورها، رضایت بخش به نظر می رسد.

تحقیقات بر روی روشهای شبیه سازی جریان همچنان ادامه دارد. در کاری که توسط Gheorghiu [11] ارائه شد، به جای معادلات یک بعدی، از ترکیب معادلات شبه سه بعدی با سه بعدی، برای مدل

---

<sup>1</sup>- Flux limiters

<sup>2</sup>- Flux Corrected Transport

<sup>3</sup>- Total Variation Diminishing

سازی جریان در داخل منیفولد استفاده شده است که منجر به دقت بهتر نسبت به حالت یک بعدی شده است و نتایج به دست آمده مطابقت خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

در کار اصفهانیان [12]، برای محاسبه خصوصیات جریان عبوری از داخل منیفولد ورودی، یک کد کامپیوتری برای حل معادلات اویلر شبه یک بعدی، با استفاده از روش تجزیه شار نوشته شده است. شرایط مرزی مورد نیاز در حل این مساله، با استفاده از داده های تجربی به همراه معادلات نیمه تجربی، مدل سازی شده است. به منظور صحت جواب ها در این روش، منیفولد یک موتور احتراق داخلی جرقه ای با در نظر گرفتن طول های مختلف مدل سازی شده و نتایج نیز با مقادیر تجربی مقایسه شده است.

Suman [13] در پایان نامه خود، از روش عملکرد موج<sup>1</sup> برای تحلیل جریان داخل منیفولد استفاده کرده است و برای حل معادلات دیفرانسیل هذلولوی غیر خطی، از روش مشخصه ها استفاده کرده و کد کامپیوتری را برای به دست آوردن فشار و سرعت در شرایط مرزی مختلف، توسعه داده است.

در کار Liang [14]، تحلیل جریان در داخل منیفولد خروجی موتور احتراق داخلی انجام گرفته است. در این تحلیل اثرات اصطکاک دیواره و انتقال گرما از سیال به دیواره مدل سازی شده اند. دو سیستم معادلات شبه یک بعدی مدل سازی شده، با رانگ کوتای مرتبه چهار، برای زمان و طرح بدون نوسان وزنی از مرتبه پنج حل شده اند که نتایج به دست آمده، مطابقت خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند.

در کار Rosello [15]، برای تحلیل جریان داخل منیفولد ورودی و خروجی یک موتور احتراق داخلی، یک حل تقریبی چند جمله ای، بر اساس طرح Cauchy-Kovaleveskaya، برای حل معادلات اویلر یک بعدی ارائه شده است. نتایج به دست آمده از حل تحلیلی، با نتایج روش عددی MacCormack مقایسه شده است که مطابقت خوبی با نتایج عددی دارد.

Kesgin [16]، در پژوهش خود برای تحلیل جریان داخل موتور احتراق داخلی گازسوز، از یک مدل صفر بعدی برای جریان داخل سیلندر و یک مدل یک بعدی برای جریان داخل منیفولد های ورودی و خروجی استفاده کرده است. در این کار، اثرات پارامترهای مختلف سیستم های ورودی و خروجی، مانند زمان باز شدن سوپاپ ها، قطر سوپاپ ها، قطر و طول منیفولد های ورودی و خروجی و... بر روی عملکرد موتور ارزیابی شده است. برای تحلیل جریان یک بعدی از داخل منیفولد ها، از روش Lax-Wendroff استفاده شده است.

در کار Harrison [17]، یک مدل صوتی خطی، برای تحلیل دینامیکی امواج داخل منیفولد ورودی موتور احتراق داخلی با تنفس طبیعی، استفاده شده است. این روش در اکثر منیفولد های با هندسه پیچیده قابل استفاده است. مدل استفاده شده، از چند زیر مدل مانند مدلی برای لوله مستقیم با دو انتها باز، مدلی برای محفظه انبساط، مدلی برای شاخه های کناری و اتصال سه راهه و مدلی برای ساسات ورودی تشکیل یافته است.

---

<sup>1</sup>- Wave action

در کار Gopal [18]، برای افزایش بازده احتراقی موتور احتراق داخلی، با کاهش فشار پشت منیفولد خروجی، از روش های دینامیک سیالات محاسباتی استفاده شده است. یک موتور CONTESSA با توان 20 hp، در سرعت بیشینه 2000 rpm، برای این تحلیل استفاده شده است. جریان داخل منیفولد خروجی با اعمال فشار، سرعت و دما به عنوان شرایط مرزی، در FLUENT شبیه سازی شده و نتایج به دست آمده، مطابقت خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

در این تحقیق، برای محاسبه خصوصیات جریان سیال عبوری، کدهای کامپیوتری به زبان FORTRAN، برای حل معادلات اوپلر، با استفاده از روش حجم محدود، نوشته و توسعه داده شده است. برای محاسبه شارهای عبوری از مرزهای سلولها، از طرح های میانگین گیری مرتبه دوم، بالادست مرتبه اول و Roe مرتبه دوم، استفاده شده است و شرایط مرزی در ورودی و خروجی منیفولد، اعمال شده اند.

مدل سازی منیفولد ها با روشهای یک بعدی، دارای دقت بالایی بوده و بسیاری از پدیده های اساسی در منیفولد ورودی و خروجی، با دقت بالایی تجزیه و تحلیل می شود. از مزایای روش حجم محدود، نسبت به سایر روشها می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ۱- پایستاری بهتر مشخصات سیال و جرم و انرژی
- ۲- دقت مرتبه بالا
- ۳- زمان کمتر اجرای کد
- ۴- توانایی بالاتر و بهتر برای گاز های واقعی

فصل دوم

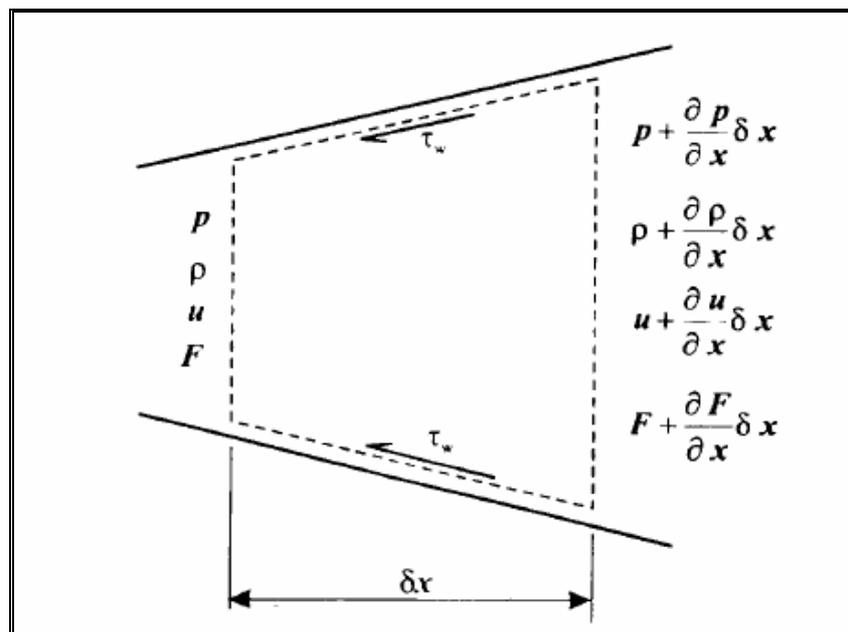
# معادلات حاکم بر مساله و روش حجم محدود

## فصل دوم: معادلات حاکم بر مساله و روش حجم محدود

در این فصل، معادلاتی را که برای ارزیابی جریان تراکم پذیر ناپایای گاز از داخل منیفولد موتور استفاده خواهد شد، نتیجه گیری خواهیم کرد. این معادلات از نوع معادلات دیفرانسیل جزئی می باشند که توسط روش های مختلف، قابل حل می باشند که در ادامه فصل توضیح داده خواهد شد. مسیر جریان در موتور های احتراق داخلی به شدت پیچیده می باشد. این مسیرها، معمولاً با فرض اینکه جریان یک بعدی است، ساده سازی می شود. در این پژوهش فرض خواهد شد که سیال، غیرلزج می باشد و گاز داخل منیفولد نیز گاز کامل در نظر گرفته خواهد شد. مساله برای هر دو حالت، با و بدون اصطکاک سیال با دیواره و انتقال گرما از سیال به دیواره ها بررسی خواهد شد. در اخر فصل نیز شرایط مرزی مختلف، مانند مرز انتها باز، مرز انتها بسته و... برای اعمال در کد کامپیوتری بررسی خواهد شد.

### ۲-۱ جریان یک بعدی غیر لزج

مطابق شکل (۲-۱)، مشاهده می کنیم که جریان سیال تراکم پذیر، از داخل یک سطح مقطع بسیار کوچک از لوله منیفولد عبور می کند. همانطور که مشخص است، سطح مقطع  $F$ ، در راستای  $x$  افزایش می یابد. تغییرات سطح مقطع تدریجی و مشخصات سیال تقریباً یکنواخت و تنها تابعی از  $x$  و  $t$  می باشد. تمامی این فرضیات باعث می شود که جریان سیال شبه یک بعدی باشد. همچنین ضریب اصطکاک  $f$ ، برای سطح گرمای  $q$  مد نظر می باشد [22].



شکل (۲-۱): حجم کنترل برای جریان همگن

## ۲-۲ معادله پیوستگی

قانون پایستاری جرم یادآوری می کند که اهنک تغییرات جرم در حجم کنترل، مطابق شکل (۲-۱)، با جریان جرمی خالص که از المان عبور می کند برابر است.

اهنگ جریان جرمی که وارد سطح کنترل می شود برابر است با:

$$m(x) = \rho u F \quad (2-1)$$

اهنگ جریان جرمی که سطح کنترل را ترک می کند برابر است با:

$$m(x+dx) = \rho u F + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u F) dx \quad (2-2)$$

اهنگ کاهش جرم در داخل سطح کنترل برابر است با:

$$-\frac{\partial}{\partial t}(\rho F dx) \quad (2-3)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\rho u F + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u F) dx - \rho u F = -\frac{\partial}{\partial t}(\rho F dx) \quad (2-4)$$

با ساده سازی داریم:

$$\frac{\partial(\rho u F)}{\partial x} dx = -\frac{\partial}{\partial t}(\rho F dx) \quad (2-5)$$

پس از بسط دادن و مرتب کردن، خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx} = 0 \quad (2-6)$$

### ۲-۳ معادله مومنتوم

معادله مومنتوم، بیان می کند که مجموع نیروهای فشاری و نیروهای برشی در سطح کنترل، برابر است با مجموع اهنک تغییر مومنتوم در داخل حجم کنترل و مومنتوم خالص در خارج از سطح کنترل. نیروهای برشی، به خاطر اصطکاک با دیواره ها ایجاد می شود. نیروها با عبارات زیر بیان می شود:

نیروهای فشاری

$$pF - (p + \frac{\partial p}{\partial x})(F + \frac{\partial F}{\partial x} dx) + p \frac{dF}{dx} = - \frac{\partial}{\partial x}(pF) dx + p \frac{dF}{dx} dx \quad (2-7)$$

نیروهای برشی

$$\tau_w \pi D dx = -f \frac{\rho u^2}{2} \pi D dx \quad (2-8)$$

D، قطر معادل و  $\tau_w$ ، تنش برشی دیواره، با ضریب اصطکاک رابطه زیر را دارد:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u^2} \quad (2-9)$$

اهنگ تغییر مومنتوم، در داخل حجم کنترل برابر است با:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho F u dx) \quad (2-10)$$

مقدار خالص مومنتوم خروجی از سطح کنترل برابر است با:

$$(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx)(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx)^2 (F + \frac{dF}{dx} dx) - \rho u^2 F = \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 F) dx \quad (2-11)$$

معادله مومنتوم از روابط بالا به صورت زیر به دست می آید:

$$- \frac{\partial}{\partial x}(pF) dx + p \frac{dF}{dx} dx - f \rho u^2 \frac{1}{2} \pi D dx = \frac{\partial}{\partial t}(\rho F u dx) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho F u^2) dx \quad (2-12)$$

در نهایت، با تقسیم بر F و تغییر نمادها خواهیم داشت:

$$u\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx} + u \frac{\partial \rho}{\partial x}\right) + f \frac{\rho u^2}{2} \frac{4}{D} + \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2-13)$$

عامل داخل براکت ها از معادله پیوستگی برابر صفر می شود. در نتیجه معادله مومنتموم، به صورت زیر ساده می شود:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G = 0 \quad (2-14)$$

جایی که

$$G = f \frac{u^2}{2} \frac{u}{|u|} \frac{4}{D} = 2fu|u| \quad (2-15)$$

عامل  $u|u|$  معرفی میگردد تا نشان دهد، اصطکاک با دیواره، همیشه در جهت مخالف جریان عمل می کند.

## ۲-۴ معادله انرژی

انتالپی سکون ویژه و انرژی داخلی ویژه با عبارات زیر بیان می شود:

$$h = c_v T + \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} \quad (2-16)$$

$$e = c_v T + \frac{u^2}{2} \quad (2-17)$$

معادله انرژی، برای یک حجم کنترل ثابت، که در شکل (۲-۱) نشان داده شده، با کاربرد قانون اول ترمودینامیک، به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{Q} - \dot{W}_s = \frac{\partial E_0}{\partial t} + \frac{\partial H_0}{\partial x} dx \quad (2-18)$$

که در رابطه بالا،  $E_0$ ، کل انرژی داخلی سکون در حجم کنترل و  $H_0$ ، انتالپی سکون کل می باشد. عامل اول در سمت راست رابطه بالا را می توان به صورت انرژی داخلی سکون ویژه نوشت:

$$\frac{\partial(e_0 \rho F dx)}{\partial t} \quad (2-19)$$

عامل دوم در سمت راست رابطه بالا نیز، انتالپی سکون خروجی از سطح کنترل را نشان می دهد:

$$\frac{\partial(h_0 \rho F u)}{\partial x} dx \quad (2-20)$$

اهنگ انتقال گرمای کل نیز برابر است با:

$$\dot{Q} = q \rho F dx \quad (2-21)$$

$q$ ، اهنگ انتقال گرما به ازای واحد جرم می باشد و  $\dot{W}_s$ ، اهنگ کار خارجی انجام یافته بر روی سیستم، صفر می باشد. در نهایت با جای گذاری عامل های بالا، معادله انرژی به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{\partial(\rho e_0 F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h_0 F)}{\partial x} - q \rho F = 0 \quad (2-22)$$

بنابراین معادلات (۲-۶)، (۲-۱۴) و (۲-۲۲)، معادلات حاکم بر جریان تراکم پذیر یک بعدی از داخل یک لوله با سطح مقطع متغیر، اصطکاک دیواره ها و انتقال گرما به دیواره ها می باشد. این معادلات، دستگاهی از معادلات دیفرانسیل جزئی غیر خطی را تشکیل می دهند.

### ۳-۵ معادلات حاکم در شکل پایستاری

معادلات (۲-۶)، (۲-۱۴) و (۲-۲۲) با بسط دادن و مرتب کردن به شکل پایستاری<sup>۱</sup> تبدیل می شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx} = 0 \quad (2-23)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\rho u^2}{F} \frac{dF}{dx} + \rho G = 0 \quad (2-24)$$

$$\frac{\partial(\rho e_0)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h_0)}{\partial x} + \frac{\rho u h_0}{F} \frac{dF}{dx} - \rho q = 0 \quad (2-25)$$

و داریم:

<sup>۱</sup> -Conservative Form

$$G = \frac{1}{2} u |u| f \frac{4}{D} \quad (2-26)$$

معادلات (۲-۲۳) تا (۲-۲۶) را می توان به شکل برداری، به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F(W)}{\partial x} + C(W) = 0 \quad (2-27)$$

و خواهیم داشت:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho e_0 \end{bmatrix}, \quad F(W) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u h_0 \end{bmatrix}, \quad C(W) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 \\ \rho u h_0 \end{bmatrix} \frac{d(\ln F)}{dx} + \begin{bmatrix} 0 \\ \rho G \\ \rho q \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

زمانی که تغییرات سطح مقطع لوله، اصطکاک با دیواره ها و انتقال حرارت نباشد نگاه معادله به صورت زیر ساده می شود:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F(W)}{\partial x} = 0 \quad (2-29)$$

معادلات به دست آمده از روابط بالا، معادلات در شکل پایستاری گفته می شود. عموماً، به دست آوردن راه حل تحلیلی برای معادلات دیفرانسیل جزئی هذلولوی غیر ممکن می باشد، لذا بایستی روشها و تکنیک های عددی توسعه پیدا کنند. در قسمت های بعد به بررسی روش های حل عددی معادلات بالا خواهیم پرداخت.

## ۲-۶ تعیین ضریب اصطکاک دیواره لوله

ضریب اصطکاک دیواره، با تنش برشی رابطه زیر را دارد:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u^2} \quad (2-30)$$

معمولا در مدل سازی عملکرد موج، از یک مقدار ثابت  $f$ ، بین محدوده 0.004\_0.01 استفاده می کنند. در واقع از نمودار مودی، برای لوله با سطح صاف ( $K=2.5\mu\text{m}$ ) و عدد رینولدز در محدوده  $10^4 - 5 \times 10^5$  مقدار ضریب اصطکاک، میان محدوده 0.0035\_0.008 به دست می آید.

برای اعداد رینولدز در محدوده  $5 \times 10^3 \leq \text{Re} \leq 10^8$  و مقدار سختی در محدوده  $10^{-6} \leq (\frac{k}{D}) \leq 10^{-2}$ ، Jain و Swamee رابطه زیر را پیشنهاد دادند [19]:

$$f = \frac{0.25}{\left[ \log\left(\frac{k}{D}\right) \times \frac{1}{3.7} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right]^2} \quad (2-31)$$

در رابطه بالا،  $D$  قطر لوله می باشد و عدد رینولدز، به صورت رابطه زیر می باشد:

$$\text{Re} = \frac{\rho u D}{\mu} \quad (2-32)$$

لزجت گاز، تابعی از دمای گاز می باشد که از معادله Sutherland به صورت زیر به دست می آید:

$$\mu = \frac{C_1 T^{\frac{3}{2}}}{T + C_2} \quad (2-33)$$

ضرایب  $C_1$  و  $C_2$  برای هوا برابر مقادیر زیر می باشد:

$$C_1 = 1.458 \times 10^{-6} \text{ kgm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1/2}$$

$$C_2 = 110.4 \text{ K}$$

Blair [20]، رابطه زیر را برای محاسبه لزجت گاز پیشنهاد کرده است:

$$\mu = 7.457 \times 10^{-6} + 4.1547 \times 10^{-8} T - 7.4793 \times 10^{-12} T^2 \quad (2-34)$$

این رابطه هم برای گازهای ورودی و هم برای گازهای خروجی، معتبر می باشد که در رابطه بالا  $T$ ، دمای گاز برحسب کلوین می باشد.