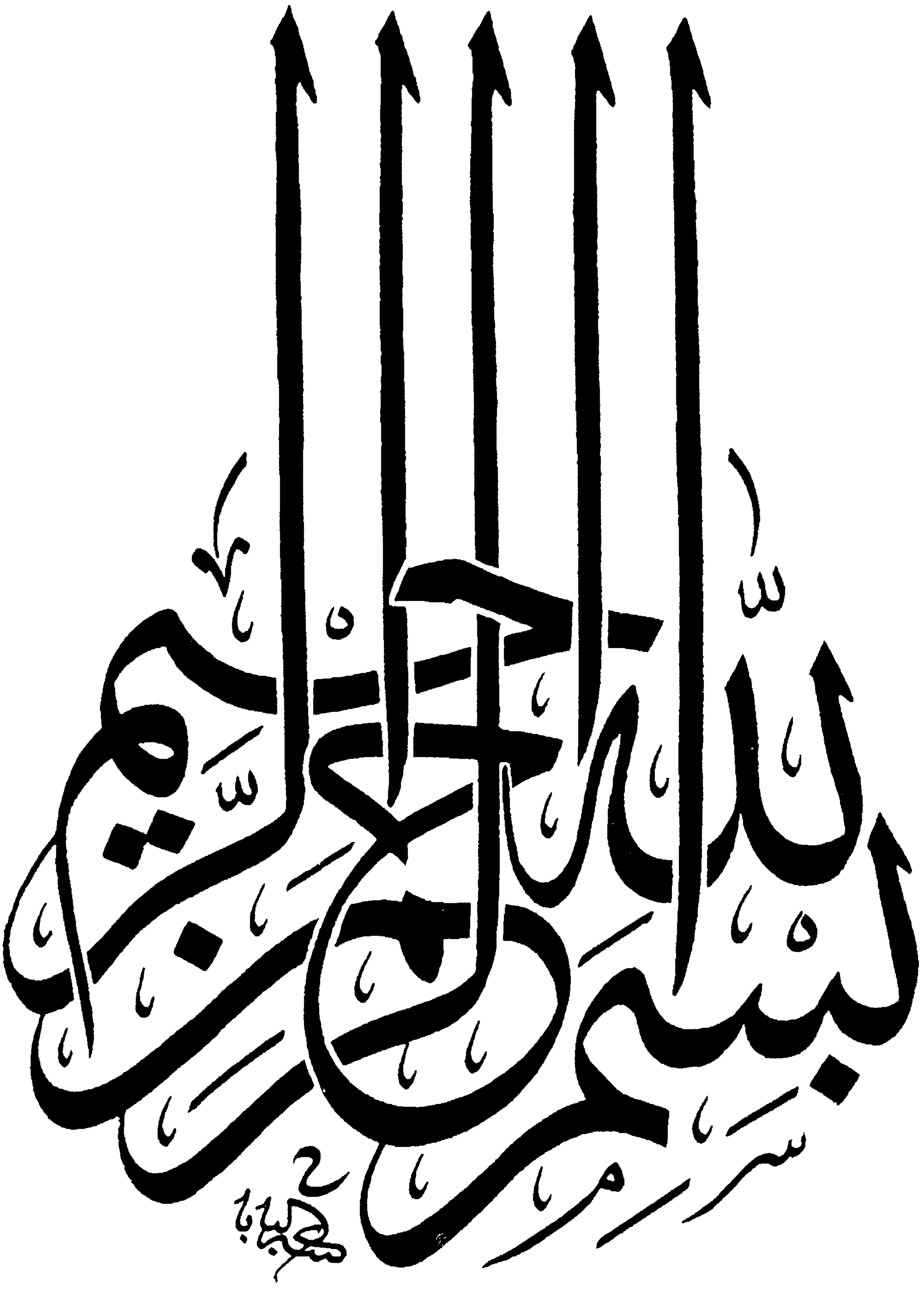
بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده ریاضی و کامپیوتر - بخش ریاضی

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی

موضوع:

نقاط ثابت برای قواعد اگر-آنگاه فازی

استاد راهنما :

دکتر ماشاالله ماشین‌چی

دانشجو:

خسرو سلیمانی

شهریور ۱۳۸۱

بسمه تعالی

این پایان نامه

به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد

به

بخش ریاضی- دانشکده ریاضی و کامپیوتر
دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو: خسرو سلیمانی

استاد راهنما: دکترماشاالله ماشین چی

داور ۱: دکتر حمیدرضا ملکی

داور ۲: دکتر عباس حسن خانی

نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه: اقای دکتر ناصح زاده

با بوسه بر دستهایشان تقدیم

به پدر بزگوارم

که اسوهٔ تلاش و صبر است

و

به مادر عزیزم

که دریای محبت و ایثار است

تشکر و سپاس

سپاس خداوندی را که سخنوران از ستودن او عاجزند، حسابگران از شمارش نعمتهای او ناتوان وتلاشگران از ادای حق او درمانده‌اند. خدایی که افکار ژرف اندیش، ذات او را درک نمی‌کنند و دست غواصان دریای علوم به او نخواهد رسید. پروردگاری که برای صفات او حدی وجودندارد. (برگرفته از سخنان حضرت علی(ع) نهج البلاغه)

خداوند سبحان را شاکرم که به بنده حقیر توفیق داد که در راه کسب علم و دانش گامی برداشته، به امید آن روزی که بتوانم آموخته‌های خود را در جهتی سازنده برای میهن عزیز اسلامی استفاده‌نمایم.

ابتدا از پدر و مادر بزرگوارم کمال تشکر و امتنان را دارم، آنهایی که در تمام مراحل تحصیل همواره پشتیبان و مشوق من بودند. از خداوند متعال عمر با عزت برایشان طلب می‌کنم.

از جناب آقای دکتر ماشین‌چی استاد بزگوار و گرانقدرم تشکر و سپاسگزاری می‌کنم. راهنماییها و دیدگاه های ایشان در به ثمر رسیدن این پایان‌نامه نقش بسزایی داشت. از ایشان به خاطراخلاق نیکو و کمکهای فراوانی که به اینجانب نمودند کمال تشکر و امتنان را دارم و از درگاه خداوند برای ایشان موفقیت و سرافرازی همیشگی مسألت می‌کنم.

از آقای دکتر ملکی و دکتر حسنخانی که زحمت مطالعه و داوری این پایان نامه را به عهده داشتند تشکر و قدردانی می‌نمایم.

به امید حق

خسرو سلیمانی

شهریورماه ۸۱

چکیده

در سیستمهای فازی، پایگاه دانش، مجموعه‌ای از قواعد اگر-آنگاه فازی است. مجموعه‌ای از چند قاعدهٔ اگر-آنگاه فازی، پایگاه قواعد فازی را تشکیل می‌دهند که در کنترل فازی نقش مهمی را بازی می‌کنند. در این پایان نامه نقاط ثابت برای چنین قواعدی بررسی شده‌است.

ابتدا قواعد اگر-آنگاه فازی و روشهای تفسیر آنها بررسی شده وبرای پایگاه قواعد فازی دو روش تفسیرFITA و FATI توضیح داده‌می‌شود.سپس نقاط ثابت برای این قواعد فازی تعریف شده و قضایای جدیدی دراین مورد بیان می‌شود.

در پایان استدلالهای زنجیره‌ای معرفی شده و در ارتباط با این استدالها و نقاط ثابت قضایایی جدیدی ارائه می‌شود. قضایایی که جدید بوده و توسط نگارنده بدست‌آمده‌اند در سراسر پایان‌نامه با علامت * مشخص شده‌اند.

فهرست

عنوان **صفحه**

فصل اوّل

قواعد اگر - آنگاه فازی

قواعد اگر- آنگاه فازی

مقدمه

یک قاعدهٔ اگر- آنگاه فازی بصورت

اگر ‹ گزاره فازی › آنگاه ‹ گزاره فازی›

می‌باشد. ازکاربرد این قواعد می‌توان به کنترل‌کننده‌های فازی [1] ، سیستمهای خبره‌فازی [2] ، استدلالهای تقریبی فازی [3] ، شناخت الگو [4] و تصمیم‌گیری فازی [5] اشاره‌کرد. در زندگی روزمره نیز از جملاتی که عبارت اگر-آنگاه داشته‌باشد. استفاده‌های فراوانی می‌شود ، می‌توان مثال معروف گوجه‌فرنگی را در نظر گرفت: اگر *گوجه‌فرنگی قرمزباشد* آنگاه *رسیده‌است*.

با استفاده از قواعد اگر-آنگاه فازی می‌توان رفتار یک واحد صنعتی یا یک دستگاه خاص را شبیه‌سازی نمود و با توجه به الگوی رفتاری که با این نوع قاعده‌ها بدست‌می‌آید، جهت بهینه‌شدن کارکرد آن، اقدامات لازم را انجام داد.

مهمترین مسئله در قواعد اگر-آنگاه فازی چگونگی تفسیر آنها می‌باشد. در منطق دو ارزشی وقتی گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ در نظرگرفته‌شود، به راحتی می‌توان ارزش آنرا بدست‌آورد چون با دو

1. Fuzzy Control 2. Fuzzy Expert System 3. Fuzzy Approximate Reasoning
4. Fuzzy Patern Recognation 5. Fuzzy Decision Macking

ارزش درست و نادرست تفسیر نهایی حاصل می‌شود. برای چنین قاعده‌ای جدول زیر را داریم:

جدول ۱-۱: ارزش درستی گزاره شرطی

p	q	p => q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

اما در منطق فازی تفسیرهای مختلفی برای قواعد اگر-آنگاه فازی وجود دارد.

۱-۱ تعاریف

همانطور که گفته شد یک قاعده اگر- آنگاه فازی بصورت زیر است:

اگر ‹ گزاره فازی › آنگاه ‹ گزاره فازی›.

منظور از یک گزاره فازی، گزارهٔ $x\ is\ A$ است که در آن A یک مجموعه فازی و x یک متغیر زبانی می‌باشند. متغیر زبانی، متغیری است که مقادیرش کلمات یا جملات یک زبان طبیعی هستند. برای مثال سن یک متغیر زبانی است که مقادیر آن بجای اینکه اعدادی مانند ۱۲ و ۱۸ و ۴۰ و.. باشند، مقادیر زبانی همچون *جوان*، *خیلی جوان*، *پیر* و *غیره* است. بنابراین متغیرهای زبانی را می‌توان بصورت زیر تعریف کرد.

تعریف ۱-۱-۱ : یک متغیر زبانی با پنج‌تایی مرتب $(x, T(x), U, G, M)$ مشخص می‌شود که در آن x نام متغیر، U مجموعه مرجع ، T(x) مجموعه ترم‌های مربوط به متغیر x (ترم، یک مجموعه

فـازی اسـت) کـه توسط قاعده نحوی G تولید می‌شود و M یک قاعدهٔ معنایی است که به هر ترم T(x) معنای آنرا مربوط می‌سازد، یعنی تابع عضویت آن ترم را مشخص می‌کند [13].

مـثال ۱-۱-۲ : فرض کنید x ، متغیر زبانی *طول قد* باشد و U=[0,250] . ترمهای این متغیر زبانی که هـر کـدام یـک مجموعه فازی روی U هستند می‌توانند چنین باشند: *بلند، کوتاه، خیلی بلند، نه خیلی‌بلند وغیره*. بنابراین T(x) در اینجا به‌صورت زیر است، که البته در حالت کلی می‌تواند توسط یک قاعده G(x) بطور منظم تولید شود.

T(طول قد) = { بلند، کوتاه، خیلی بلند، نه‌خیلی‌بلند و... }

M(x) قـاعده‌ای اسـت کـه بـه هـر ترم، معنایی را بصورت یک تابع عضویت از U می‌بخشد. مثلاً برای ترم A: *بلند*، می‌توان تابع عضویت زیر را درنظرگرفت.

$$M(\text{بلند}) = \{(u, A(u)),\ u \in U\}$$

که در آن

$$A(u) = \begin{cases} 0 & 0 \le u \le 150 \\ [1 + (\frac{u-150}{30})^{-2}]^{-1} & 150 \le u \le 250 \end{cases}$$

تعـریف۱-۱-۳ : (قـاعده اگـر- آنگاه فازی) فرض کنید F و G مجموعه‌های فازی روی مجموعهٔ مـرجع U باشـند، بدیـن معنـی که $F, G: U \to [0,1]$. یک قاعده بصورت if F then G قاعده اگر-آنگاه فازی نامیده می‌شود [1].

ز اطلاعات و مدارک علمی ایران

البته این قواعد با متغیرهای زبانی نیز بیان می‌شوند. اگر x , y متغیرهای زبانی مفروضی باشند آنگاه قاعده فوق را می‌توان بصورت زیر تعریف کرد:

$$\text{if } x \text{ is } F \text{ then } y \text{ is } G \qquad (\text{٤-١-١})$$

مثال ۱-۱-۵ : فرض کنید در یک مخزن رابطه فشار و دما بصورت زیر باشد:

اگر *فشار زیاد باشد* آنگاه *دما خیلی زیاد خواهد بود*

در این مثال فشار و دما به ترتیب متغیرهای زبانی x , y و زیاد و خیلی زیاد مجموعه‌های فازی F و G می‌باشند. بنابراین قاعده را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\text{if } x \text{ is } F \text{ then } y \text{ is } G$$

معمولاً برای سادگی در نوشتار متغیرهای زبانی را نمی‌نویسیم، ولی با توجه به مسئله موردنظر می‌توان آنها را تشخیص داد.

تعریف ۱-۱-۶ : (رابطه Π - استاندارد فازی) فرض کنید F و G مجموعه‌های فازی مفروض روی U باشند، آنگاه

$$S(x,y) = \Pi(F(x),G(x)) \quad \forall x,y \in U$$

رابطه Π - استاندارد فازی بر اساس F و G نامیده‌می‌شود که در آن Π تعاریف مختلفی دارد.در واقع Π یک عملگر استلزام است که در جدول ۲-۱ برخی از آنها آورده‌شده‌است. در حالتی که Π عملگر می‌نیمم باشد S را رابطه استاندارد فازی (ممدانی) می‌گوییم [1].

در این رساله از رابطه استاندارد فازی ممدانی استفاده‌می‌شود.

جدول ۱-۲ : عملگر استلزام Π

نام رابطه	$\Pi(F(x),G(y))$	
زاده	$\max\{\min(F(x),G(x)),1-F(x)\}$	R_1
دینس - رشر	$\max\{1-F(x),G(y)\}$	R_2
ممدانی	$\min(F(x),G(y))$	R_3
لوکاشیوکر	$\min\{1,1-F(x)+G(y)\}$	R_4
Goguen	$\min\{1,{}^{G(y)}\!/_{F(x)}\}$	R_5
	$\min(1,F(x)+G(y))$	R_6
	$\max(F(x).G(y),1-F(x))$	R_7
	$\max\{F(x).G(y)\}$	R_8
	$(G(y))^{F(x)}$	R_9
گودل	$\begin{cases}1 & F(x)\le G(y)\\ 0 & otherpoint\end{cases}$	R_{10}

تعریف ۱-۱-۷ : (تفسیر قاعده اگر- آنگاه فازی) قاعده اگر - آنگاه فازی if F then G را در نظر- بگیرید و فرض کنید S رابطه فازی استاندارد (ممدانی) بر اساس G , F باشد و $F':U\to[0,1]$ ورودی دلخواه قاعده باشد، آنگاه :

$$G'(y)=\sup_{x\in U}\{\min(F'(x),S(x,y))\}\quad \forall y\in U$$

استنتاج فازی بر اساس این قاعده نامیده‌می‌شود.

عملگر تابعی $\Phi^R : FP(U) \to FP(U)$ را بصورت $\Phi^R(F')(y) = G'(y)$ تعریف می‌کنیم، که در آن FP(U) مجموعه تمام مجموعه‌های فازی روی U است. Φ^R تفسیر قاعده فوق بر اساس قاعده استنتاج ترکیبی[۱] (CRI) برای ورودی داده شدهٔ F' نامیده‌می‌شود[1].

۱-۲ مقایسه اگر- آنگاه فازی با حالت معمولی

در ریاضیات معمولی گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ را می‌توان بصورت زیر نیز در نظر گرفت:

$$if\ \ x \in A\ \ then\ \ y \in B \qquad (۱-۲-۱)$$

که در آن $A \subseteq U$, $B \subseteq V$ و متغیرهای x , y در U , V می‌باشند. لذا (x , y) در فضای $U \times V = \{(x,y) : x \in U, y \in V\}$ قرار دارد.

گزاره شرطی (۱-۲-۱) درست است اگر وفقط اگر $(x,y) \in A' \times V$ یا $(x,y) \in A \times B$.

بنابراین اگر رابطه R بصورت $R = (A \times B) \cup (A' \times V)$ باشد این رابطه همان گزاره شرطی را نشان می‌دهد. می‌توان تابع عضویت بصورت زیر برای آن در نظرگرفت:

$$\mu_R(x,y) = \begin{cases} 1 & if\ \ (x,y) \in R \\ 0 & if\ \ (x,y) \in A \times B' \end{cases}$$

این تابع در واقع بیانگر جدول درستی گزاره شرطی (۱-۲-۱) است. زیرا گزاره شرطی فقط زمانی نادرست است که تالی آن درست و مقدم آن نادرست باشد، این مطلب در μ_R بصورت $(x,y) \in A \times B'$ - یعنی $x \in A$ ، $y \notin B$ - نشان داده شده‌است[17].

---

۱ Compositional Rule of Inference

اگـر در گزاره شرطی فوق، مجموعه‌های B , A فازی باشند، آنگاه یک قاعده اگر- آنگاه فازی بصورت زیر بدست‌خواهدآمد:

$$if\ \ x\ is\ A\ then\ \ y\ is\ B \qquad (۲-۲-۱)$$

کـه در آن B , A زیـر مجموعـه‌هـای فازی از U می‌باشند. با توجه به روابط فازی می‌توان گزاره شرطی (۱-۲-۲) را با رابطهٔ زیر مشخص کرد:

$$R=(A\times B)\cup(A'\times\phi) \quad \text{یا} \quad R=(A\times B)\cup(A'\times U)$$

که در آن $\phi(y)=0 \quad \forall\, y\in U$ [16].

از مطالـب اخـیر نتـیجه‌مـی‌گـیریم کـه قواعـد اگـر- آنگاه فازی از لحاظ ساختاری شبیه گزاره‌های شـرطی معمولـی می‌باشند با این تفاوت که نوع رابطه‌های آنها فرق دارند. در حالت فازی روابط و تفسـیرهای مختلفـی را بـرای قـاعده (۱-۲-۲) مـی‌تـوان تعریف‌کرد. در ریاضیات دقیق یک ارزش مشـخص بـرای گزاره بدست‌می‌آید ولی در منطق فازی بر حسب تفسیرهای مختلف ارزش یکتایی حاصل نمی‌شود.

۱-۳ پایگاه قواعد فازی [1]

تعـریف ۱-۳-۱ : فـرض کنـید $F_i, G_i \quad i=1...n$ مجموعـه‌هـای فازی مفروض روی U باشند، آنگاه

$$RB=\begin{cases} if\ F_1\ then\ G_1 \\ . \\ . \\ if\ F_n\ then\ G_n \end{cases} \qquad (۲-۳-۱)$$

1 Fuzzy Rule Base