



تحلیل و آسیب‌یابی تیرها و صفحه‌های مرکب چند لایه

فریبا حسن‌زاده توکلی

رساله‌ی دکتری سازه

دانشکده‌ی مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

گروه عمران

پاییز ۱۳۹۲



تحلیل و آسیب‌یابی تیرها و صفحه‌های مرکب چند لایه

فریبا حسن‌زاده توکلی

دارای

مدرک کارشناسی عمران - عمران از دانشگاه سمنان، ۱۳۷۶

مدرک کارشناسی ارشد عمران - سازه از دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۶

رساله‌ی دکتری سازه

دانشکده‌ی مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

گروه عمران

۱۳۹۲ آبان ۲

الله اکرم

تحلیل و آسیب‌یابی تیرها و صفحه‌های مرکب چندلایه

چکیده: لایه‌لایه‌شدگی و از میان رفتن پیوند بین لایه‌های گوناگون که سبب به خطر افتادن کارایی و یکپارچگی می‌گردد، یکی از علت‌های مهم گسیختگی سازه‌های مرکب چندلایه می‌باشد. در آغاز این رساله، فن‌های مختلف آسیب‌یابی برای سازه‌های مرکب چندلایه دسته‌بندی می‌شوند. برای هر فرآیند، شرح کاستی‌ها و توانمندی‌های آن می‌آید. سپس، به رابطه‌های تنش و کرنش در چندلایه‌های مرکب پرداخته خواهد شد. همچنین، مروری کوتاه بر نگره‌های سازه‌ای انجام می‌پذیرد. به دنبال این‌ها، درباره‌ی پژوهش‌های پیشینیان در تحلیل تیرها و صفحه‌های مرکب چندلایه سخن به میان می‌آید. باید آگاه بود، استفاده از یک الگوی تحلیلی دقیق با سرعت همگرایی زیاد در جزء ترک خورده، سبب دست‌یابی به پاسخ‌های درست در فرآیند حل مساله‌ی بهینه‌سازی و یافتن محل و اندازه‌ی لایه‌لایه‌شدگی می‌گردد. از این‌رو، یک جزء شش‌پله‌ی سه‌بعدی دارای میان‌روبه برای واکاوی تیرهای مرکب چندلایه با لایه‌لایه‌شدگی پیشنهاد می‌شود. برای تحلیل صفحه‌های چندلایه‌ی خمشی و ساندویچی، برپایه‌ی نگره‌ی تغییرشکل برشی مرتبه‌ی بالا، یک جزء مثلثی صفحه‌ی خمشی با سازگاری^۱ رابطه‌سازی می‌گردد. افزون‌بر این، اثر افزایش شمار گره‌ها و مرتبه‌ی تابع‌های درون‌یاب این جزء در تحلیل تنش‌های بین‌لایه‌ای صفحه‌های خمشی دارای لبه‌ی آزاد بررسی خواهد شد. سپس، با بهره‌جویی از نگره‌ی تغییرشکل برشی مرتبه‌ی بالا، یک رابطه‌سازی نو برای تحلیل کمانشی و پس‌کمانشی صفحه‌های چندلایه، با لایه‌لایه‌شدگی‌های میانی، زیر بار فشاری پیشنهاد می‌گردد. راست‌آزمایی هر یک از این جزء‌ها با شماری از مساله‌های سنگ نشانه انجام می‌پذیرد. هدف دیگر این رساله، رسیدن به راه کاری نوین در آسیب‌یابی سازه‌های مرکب چندلایه است. فن شناخت آسیب با رابطه‌سازی یک مسأله‌ی وارون انجام می‌شود که در آن پاسخ‌های تحلیل جزء‌های پیشنهادی در یافتن اندازه و جای لایه‌لایه‌شدگی به کار می‌رond. حل مسأله‌ی وارون با فن بهینه‌سازی و کمینه‌کردن تابع هدف و به دست آوردن عامل‌های بهینه‌ی لایه‌لایه‌شدگی انجام می‌پذیرد. یک فرآیند حسابگری زیستی بهبود می‌یابد تا مساله‌های آسیب‌یابی را با انبarsازی رایانه‌ای و نیز تلاش محاسباتی کمتری حل کند. سرانجام، درستی فرآیند آسیب‌یابی با حل شماری از مساله‌ها ارزیابی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: آسیب‌یابی، بهینه‌سازی، تحلیل جزء‌های محدود، حسابگری زیستی، سازه‌های مرکب چندلایه، لایه‌لایه‌شدگی.

سپاس گزاری

در آغاز نویسنده بر خود لازم می‌داند از زحمت‌های دلسوزانه و بی‌دریغ استادهای گران‌قدر، جناب آقایان دکتر محمد رضایی‌پژند و دکتر فرزاد شهابیان مقدم که در زمینه‌ی انتخاب موضوع، فراهم کردن منبع‌ها، تدوین پایان‌نامه و مشورت‌های دائمی در فرآیند پژوهش این جانب را باری نمودند، صمیمانه قدردانی نمایید. در پایان از پروردگار یکتا، برای این بزرگواران و دیگر استادهای دلسوز گروه عمران دانشکده‌ی مهندسی دانشگاه فردوسی، بهروزی، سربلندی و توفیق‌های فراوان آرزومند است.

فریبا حسن‌زاده توکلی

نمایه‌ی بخش‌ها

..... یک	چکیده
..... دو	سپاس‌گزاری
..... سه	نمایه‌ی بخش‌ها
..... هفت	نمایه‌ی نشانه‌ها
..... ۵	نمایه‌ی شکل‌ها
..... سیزده	نمایه‌ی جدول‌ها
۱.....	- فصل یکم: آغاز سخن
۱.....	۱-۱ پیش‌گفتار
۱.....	۲-۱ واکاوی تیرها و صفحه‌های مرکب چندلایه
۱.....	۳-۱ نیاز به انجام پژوهش
۲.....	۴-۱ سامان‌دهی
۵.....	- فصل دوم: شیوه‌های آسیب‌یابی چندلایه‌ها
۵.....	۱-۲ پیش‌گفتار
۵.....	۲-۲ آسیب‌یابی سازه‌ها
۷.....	۳-۲ آسیب‌یابی چندلایه‌ها
۷.....	۳-۲-۱ آسیب‌یابی با وارسی داخلی
۹.....	۳-۲-۲ پژوهش‌های پیشینیان
۱۳.....	- فصل سوم: ماده‌ی مرکب چندلایه
۱۳.....	۱-۳ پیش‌گفتار
۱۳.....	۲-۳ ویزگی‌های ماده‌ی مرکب
۱۴.....	۱-۲-۳ نگره‌ی کشسانی ناهمسان‌گرد
۱۴.....	۲-۲-۳ رابطه‌های ساختاری ماده
۱۹.....	۳-۲-۳ نگره‌های سازه‌ای تحلیل سازه‌های مرکب چندلایه
۲۳.....	۳-۳ پژوهش‌های پیشینیان
۲۴.....	۱-۳-۳ رابطه‌سازی چندلایه‌ها
۲۴.....	۱-۳-۳-۱ رابطه‌سازی ناخنی هندسی چندلایه‌ها

۲۵	- رابطه‌سازی صفحه‌ی خمثی چندلایه	- ۲-۱-۳-۳
۲۶	- رابطه‌سازی صفحه‌ی خمثی چندلایه دارای لبه‌ی آزاد	- ۳-۱-۳-۳
۲۷	- کمانش صفحه‌های مرکب چندلایه	- ۴-۱-۳-۳
۲۷	- لایه‌لایه‌شدگی در چندلایه‌ها	- ۲-۳-۳
۳۰	- فصل چهارم: جزء‌ها و رابطه‌سازی‌های پیشنهادی	- ۴
۳۰	- پیش‌گفتار	- ۱-۴
۳۰	- رابطه‌سازی جزء تیری پیشنهادی	- ۲-۴
۳۱	- گستنگی داخلی	- ۱-۲-۴
۳۴	- قراردادن میان‌رویه در جزء شش‌پهلو	- ۲-۲-۴
۳۸	- رشد لایه‌لایه‌شدگی	- ۳-۲-۴
۳۹	- نمونه‌های عددی تیرهای چندلایه بدون لایه‌لایه‌شدگی	- ۴-۲-۴
۴۲	- تیر یک‌لایه‌ی دوسر ساده	- ۱-۴-۲-۴
۴۴	- تیر دولایه‌ی متعامد دوسر ساده	- ۲-۴-۲-۴
۴۸	- تیر سه‌لایه‌ی متعامد دوسر ساده	- ۳-۴-۲-۴
۵۰	- تیر ساندویچی پنج‌لایه‌ی متعامد دوسر ساده	- ۴-۴-۲-۴
۵۳	- تیر سه‌لایه‌ی متعامد دارای تکیه‌گاه گیردار	- ۵-۴-۲-۴
۵۴	- نمونه‌های عددی تیرهای چندلایه دارای لایه‌لایه‌شدگی	- ۵-۲-۴
۵۴	- نمونه‌ی یکم	- ۱-۵-۲-۴
۵۵	- نمونه‌ی دوم	- ۲-۵-۲-۴
۵۸	- رابطه‌سازی جزء خمثی صفحه‌ای	- ۳-۴
۵۸	- الگوسازی صفحه‌ی خمثی	- ۱-۳-۴
۵۹	- جزء مثلثی سیزده‌گرهی	- ۲-۳-۴
۶۴	- نمونه‌های عددی	- ۳-۳-۴
۶۵	- صفحه‌ی چندلایه‌ی متعامد مربعی دارای تکیه‌گاه ساده	- ۱-۳-۳-۴
۶۷	- صفحه‌ی چندلایه‌ی ضربدری مربعی دارای تکیه‌گاه ساده	- ۲-۳-۳-۴
۶۸	- صفحه‌ی چندلایه‌ی کج دارای تکیه‌گاه ساده	- ۳-۳-۳-۴
۷۰	- صفحه‌ی مرکب چندلایه‌ی ساندویچی دارای تکیه‌گاه ساده	- ۴-۳-۳-۴
۷۱	- صفحه‌ی نواری مرکب چندلایه دارای تکیه‌گاه ساده	- ۵-۳-۳-۴
۷۲	- صفحه‌ی چندلایه‌ی متعامد دارای دو لبه‌ی ساده‌ی رو به روی هم و دو لبه‌ی آزاد	- ۶-۳-۳-۴
۷۵	- افزایش مرتبه‌یتابع‌های درون‌باب و شمار گره‌ها در چندلایه‌های دارای لبه‌ی آزاد	- ۴-۴
۷۵	- الگوسازی جزء‌های محدود	- ۱-۴-۴
۷۹	- نمونه‌های عددی	- ۲-۴-۴
۷۹	- صفحه‌ی چندلایه‌ی متعامد دارای دو لبه‌ی آزاد و دو لبه‌ی ساده‌ی رو به روی هم	- ۱-۲-۴-۴

۸۰.....	- صفحه‌ی چندلایه‌ی متعامد دارای دو لبه‌ی آزاد روبروی هم و دو لبه‌ی ساده.....	-۲-۲-۴-۴
۸۱.....	- صفحه‌ی چندلایه‌ی متعامد دارای دو لبه‌ی ساده‌ی روبروی هم، یک لبه‌ی آزاد و یک لبه‌ی گیردار.....	-۳-۲-۴-۴
۸۶.....	- صفحه‌ی چندلایه با چیدمان $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]$	-۴-۲-۴-۴
۸۹.....	- کمانش و پس‌کمانش صفحه‌های مرکب چندلایه دارای لایه‌لايه‌شدگی.....	-۵-۴
۸۹.....	- رابطه‌سازی.....	-۱-۵-۴
۹۲.....	- الگوسازی جزء محدود.....	-۲-۵-۴
۹۴.....	- نمونه‌های عددی.....	-۳-۵-۴
۹۵.....	- صفحه‌ی چندلایه‌ی متعامد دارای یک لایه‌لايه‌شدگی میانی.....	-۱-۳-۵-۴
۹۸.....	- صفحه‌ی چندلایه‌ی متعامد دارای دو لایه‌لايه‌شدگی میانی.....	-۲-۳-۵-۴
۱۰۰.....	- نتیجه‌گیری.....	-۴
۱۰۲.....	- فصل پنجم: آسیب‌یابی.....	-۵
۱۰۲.....	- پیش‌گفتار.....	-۱-۵
۱۰۲.....	- روش‌های زیستی.....	-۲-۵
۱۰۳.....	- حسابگری زیستی ساده.....	-۱-۲-۵
۱۰۴.....	- ویژگی‌های حسابگری زیستی.....	-۲-۲-۵
۱۰۵.....	- فرآیند حسابگری زیستی.....	-۳-۲-۵
۱۰۸.....	- روش‌های گوناگون حسابگری زیستی.....	-۴-۲-۵
۱۰۹.....	- حسابگری زیستی در سازه‌های مرکب چندلایه.....	-۳-۵
۱۱۰.....	- فرآیند پیشنهادی آسیب‌یابی.....	-۱-۳-۵
۱۱۰.....	- گزینش تابع هدف.....	-۲-۳-۵
۱۱۱.....	- نمونه‌های عددی.....	-۳-۳-۵
۱۱۲.....	- تیر چندلایه‌ی یکسر گیردار دارای چندین لایه‌لايه‌شدگی.....	-۱-۳-۳-۵
۱۱۹.....	- تیر چندلایه‌ی دوسر ساده دارای یک لایه‌لايه‌شدگی.....	-۲-۳-۳-۵
۱۲۲.....	- فرآیند بهبود یافته‌ی دو گامی بهینه‌سازی	-۴-۵
۱۲۳.....	- نمونه‌های عددی.....	-۱-۴-۵
۱۲۳.....	- صفحه‌ی چندلایه‌ی متعامد دارای یک لایه‌لايه‌شدگی میانی.....	-۱-۱-۴-۵
۱۲۵.....	- صفحه‌ی چندلایه‌ی متعامد دارای دو لایه‌لايه‌شدگی میانی.....	-۲-۱-۴-۵
۱۲۷.....	- نتیجه‌گیری.....	-۵-۵
۱۲۸.....	- فصل ششم: پایان سخن.....	-۶
۱۲۸.....	- پیش‌گفتار.....	-۱-۶
۱۲۸.....	- گزیده‌ی رساله.....	-۲-۶
۱۳۰.....	- نوآوری.....	-۳-۶

۱۳۱.....	دستآوردها	-۴-۶
۱۳۱.....	جزءهای پیشنهادی	-۱-۴-۶
۱۳۲.....	فرآیند آسیب‌یابی	-۲-۴-۶
۱۳۲.....	پژوهش‌های آیندگان	-۵-۶
۱۳۴.....	دستمالیه‌ها	
۱۴۱.....	واژه‌نامه	
۱۴۶.....	نامنامه	
۱۴۹.....	پیوست یکم: نمودار جریان برنامه‌ی رایانه‌ای	

نمایه‌ی نشانه‌ها

$\partial\beta$	سطح
β	حجم
Γ	سطح گسستگی
G_f	کارمایه‌ی شکست
G_I	کارمایه‌ی شکست حالت یکم
\bar{u}	میدان جابه‌جایی پیوسته
w^\pm	میدان جابه‌جایی گسسته
δw	جابه‌جایی مجازی لبه‌های ترک
w_s, w_n	جابه‌جایی لبه‌های ترک مماسی و عمودی
t^-, t^+	بردارهای نیروی سطحی روی بخش‌های مثبت و منفی
t_s, t_n	بردارهای نیروی سطحی مماسی و عمودی
n	راستای عمودی
s, t	راستای مماسی
f_t	ایستادگی کششی
L_Γ	درازای ناپیوستگی
B_u, B_w^\pm	مشتق تابع‌های درون‌باب بخش‌های پیوسته و گسسته
d_u, d_w^\pm	جابه‌جایی‌های گرهی
$\beta(r)$	تابع‌های وزنی
A	مجموعه‌ی ترک آغازین
N	مجموعه‌ی جزء‌های گذرنی
r	فاصله‌ی بین نقطه‌ی x و نوک ترک
x_Γ	مکان نوک ترک
u, v	درایه‌های جابه‌جایی درون‌صفحه‌ای گره‌ها
w	جابه‌جایی جانبی گره‌ها
u_0, v_0, w_0	درایه‌های جابه‌جایی میان‌صفحه
w_x, w_y, w_n	مشتق‌های جزئی خیز نسبت به سه راستای x , y و n

θ_x, θ_y	دوران‌های خمی
$[N], N_u, N_w^\pm$	تابع درون‌یاب
$\{\alpha\}, \{\beta\}, \{\gamma\}, \{\lambda\}, \{\mu\}, \{\psi\}$	بردارهای ضریب‌های مجهول
$\xi_i, \xi_j, \xi_k, \xi_\eta, \zeta$	مختصه‌های بدون بعد
$\{\delta\}$	بردار جابه‌جایی گرهی
$\{\Delta\}$	بردار کلی ضریب‌های مجهول
Φ_j	زاویه‌ی بین بردار n_j و راستای x
x_j, y_j	مختصه‌ی گرهی j
Φ_x, Φ_y	درایه‌های کرنش برشی عرضی میانگین
$\{\varepsilon\}$	بردار کرنش
$\{\varepsilon_b\}$	بردار کرنش درون‌صفحه‌ای
$\{\varepsilon_s\}$	بردار کرنش برشی عرضی
$\{\sigma\}$	بردار تنش
$\{\sigma_b\}$	بردار تنش درون‌صفحه‌ای
$\{\sigma_s\}$	بردار تنش برشی عرضی
z	فاصله از میان‌صفحه
$[\bar{Q}_b]$	ثابت‌های دگرگون شده‌ی ماده در خمی
$[\bar{Q}_s]$	ثابت‌های دگرگون شده‌ی ماده در برش
$[D]$	ماتریس ماده‌ی چندلایه
$[D_b]$	ماتریس ماده‌ی چندلایه در خمی
$[D_s]$	ماتریس ماده‌ی چندلایه در برش
$[B]$	ماتریس کرنش-جابه‌جایی
$[K]$	ماتریس سختی جزء
V	کارماهی نهفته
$\{P\}$	بردار بار گرهی
a	درازای چندلایه
b	پهنه‌ای چندلایه
h, t	ضخامت چندلایه
E_i	ضریب کشسانی
G_{ij}	ضریب برشی
v_{ij}	نسبت پواسون
L_c	درازای رشتہ
σ_j^a	تنش‌های تحلیلی چندلایه بدون لایه‌لایه‌شدگی

σ_j^r	تنش‌های اندازه‌گیری شده‌ی چندلایه دارای لایه‌لایه‌شدگی
NOG	شمار نقطه‌های گوس
N_{pop}	شمار نسل

نمایه‌ی شکل‌ها

۱۸.....	وابستگی مختصه‌ی اصلی ماده و هندسی.....	شکل (۱-۲-۳)
۲۰.....	محورهای اصلی و جابه‌جایی‌های چندلایه.....	شکل (۲-۲-۳)
۲۱.....	نیروهای صفحه‌ای و گشتاورهای یک چندلایه‌ی تخت.....	شکل (۳-۲-۳)
۲۲.....	فاصله‌ی لایه‌ها از سطح میانی یک چندلایه.....	شکل (۴-۲-۳)
۳۱.....	تقسیم حجم دارای گستینگی Γ	شکل (۱-۲-۴)
۳۴.....	جزء شش پهلو دارای میان رویه.....	شکل (۲-۲-۴)
۴۱.....	هندسه و شبکه‌بندی تیرهای چندلایه.....	شکل (۳-۲-۴)
۴۲.....	هم‌شماری جابه‌جایی‌های به‌هنچار تیر یک لایه برای $(a/2, 0)$	شکل (۴-۲-۴)
۴۳.....	هم‌شماری تنش‌های عمودی درون صفحه‌ای به‌هنچار تیر یک لایه.....	شکل (۵-۲-۴)
۴۳.....	هم‌شماری تنش‌های برشی عرضی به‌هنچار تیر یک لایه.....	شکل (۶-۲-۴)
۴۵.....	هم‌شماری جابه‌جایی‌های جانبی به‌هنچار تیر دولایه $[0^\circ/90^\circ]$ برای $(a/2, 0)$	شکل (۷-۲-۴)
۴۵.....	هم‌شماری جابه‌جایی‌های درون صفحه‌ای به‌هنچار تیر دولایه $[0^\circ/90^\circ]$	شکل (۸-۲-۴)
۴۶.....	هم‌شماری تنش‌های عمودی عرضی به‌هنچار تیر دولایه $[0^\circ/90^\circ]$	شکل (۹-۲-۴)
۴۶.....	هم‌شماری تنش‌های برشی عرضی به‌هنچار تیر دولایه $[0^\circ/90^\circ]$	شکل (۱۰-۲-۴)
۴۷.....	هم‌شماری تنش‌های عمودی درون صفحه‌ای به‌هنچار تیر دولایه $[0^\circ/90^\circ]$	شکل (۱۱-۲-۴)
۴۸.....	هم‌شماری تنش‌های برشی عرضی به‌هنچار تیر سه‌لایه $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	شکل (۱۲-۲-۴)
۴۹.....	هم‌شماری تنش‌های عمودی عرضی به‌هنچار تیر سه‌لایه $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	شکل (۱۳-۲-۴)
۴۹.....	هم‌شماری جابه‌جایی‌های درون صفحه‌ای به‌هنچار تیر سه‌لایه $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	شکل (۱۴-۲-۴)
۵۰.....	هم‌شماری تنش‌های برشی عرضی به‌هنچار تیر ساندویچی $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ / هسته $[90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	شکل (۱۵-۲-۴)
۵۱.....	هم‌شماری تنش‌های عمودی عرضی به‌هنچار تیر ساندویچی $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ / هسته $[90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	شکل (۱۶-۲-۴)
۵۲.....	هم‌شماری جابه‌جایی‌های درون صفحه‌ای به‌هنچار تیر ساندویچی $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ / هسته $[90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	شکل (۱۷-۲-۴)
۵۲.....	هم‌شماری تنش‌های عمودی درون صفحه‌ای به‌هنچار تیر ساندویچی $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ / هسته $[90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	شکل (۱۸-۲-۴)
۵۳.....	هم‌شماری تنش‌های برشی عرضی به‌هنچار تیر سه‌لایه $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ دارای تکیه‌گاه گیردار.....	شکل (۱۹-۲-۴)
۵۵.....	هندسه‌ی تیر یک سر گیردار دولبه‌ی متقارن یک راستایی.....	شکل (۲۰-۲-۴)
۵۶.....	شبکه‌بندی تیر یک سر گیردار چندلایه.....	شکل (۲۱-۲-۴)
۵۶.....	نمودار بار-جابه‌جایی ماده‌ی مرکب کربن/اپوکسی T300/977-2.....	شکل (۲۲-۲-۴)

۵۷.....	نمودار بار-جایه جایی ماده‌ی مرکب کربن/اپوکسی AS4/PEEK	شکل (۲۳-۲-۴)
۵۹.....	جزء مثلثی سیزده‌گرهی	شکل (۱-۳-۴)
۵۹.....	مختصه‌های جزء مثلثی سیزده‌گرهی	شکل (۲-۳-۴)
۶۴.....	هندسه‌ی صفحه‌ی مرکب خمشی چندلایه	شکل (۳-۳-۴)
۶۸.....	هندسه‌ی صفحه‌ی کج چندلایه	شکل (۴-۳-۴)
۷۲.....	جایه جایی‌های درون صفحه‌ای به هنجار در ضخامت صفحه‌ی چهار لایه برای (a/h=۴)	شکل (۵-۳-۴)
۷۲.....	تنش‌های برشی عرضی به هنجار در ضخامت صفحه‌ی چهار لایه برای (a/h=۴)	شکل (۶-۳-۴)
۷۳.....	تنش‌های برشی بین لایه‌ای به هنجار \bar{a}_{yz} در چندلایه [۰°/۹۰°/۹۰°/۰°]	شکل (۷-۳-۴)
۷۶.....	جزء‌های مثلثی پانزده و بیست و هشت‌گرهی	شکل (۱-۴-۴)
۸۱.....	هندسه‌ی صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای لبه‌ی آزاد	شکل (۲-۴-۴)
۹۳.....	هندسه‌ی صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای چندین لایه‌لايه‌شدگی میانی	شکل (۱-۵-۴)
۹۳.....	الگوی جزء محدود ناحیه‌ی لایه‌لايه‌شدده	شکل (۲-۵-۴)
۹۵.....	هندسه‌ی صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای یک لایه‌لايه‌شدگی میانی	شکل (۳-۵-۴)
۹۶.....	بار کمانشی چندلایه دارای یک لایه‌لايه‌شدگی میانی برای $h_1/h=۰/۲۵$	شکل (۴-۵-۴)
۹۶.....	خیز میانی چندلایه دارای یک لایه‌لايه‌شدگی میانی برای $a_i/a=۰/۴$ و $h_1/h=۰/۲۵$	شکل (۵-۵-۴)
۹۷.....	خیز میانی چندلایه دارای یک لایه‌لايه‌شدگی میانی برای $h_1/h=۰/۲۵$ و درازاهای مختلف لایه‌لايه‌شدگی	شکل (۶-۵-۴)
۹۸.....	هندسه‌ی صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای چندین لایه‌لايه‌شدگی میانی مختلف	شکل (۷-۵-۴)
۹۹.....	رفتار کمانشی و پس‌کمانشی صفحه‌ی چندلایه دارای لایه‌لايه‌شدگی‌های گونه‌ی یکم	شکل (۸-۵-۴)
۹۹.....	رفتار کمانشی و پس‌کمانشی صفحه‌ی چندلایه دارای لایه‌لايه‌شدگی‌های گونه‌ی دوم	شکل (۹-۵-۴)
۱۱۳.....	هندسه‌ی تیر یک سر گیردار مرکب دوازده لایه	شکل (۱-۳-۵)
۱۱۴.....	شمار لایه‌ها و جزء‌ها در تیر یک سر گیردار مرکب چندلایه	شکل (۲-۳-۵)
۱۱۷.....	تاریخچه‌ی زمانی تیر یک سر گیردار مرکب چندلایه برای حالت آسیب ۱ در آزمون دوم	شکل (۳-۳-۵)
۱۱۸.....	تاریخچه‌ی زمانی تیر یک سر گیردار مرکب چندلایه برای حالت آسیب ۱ در آزمون چهارم	شکل (۴-۳-۵)
۱۱۹.....	هندسه‌ی تیر مرکب چندلایه‌ی دوسر ساده	شکل (۵-۳-۵)
۱۲۰.....	شمار لایه‌ها و جزء‌ها در تیر مرکب چندلایه‌ی دوسر ساده	شکل (۶-۳-۵)
۱۲۲.....	تاریخچه‌ی زمانی تیر مرکب چندلایه‌ی دوسر ساده برای حالت آسیب ۲ در دو آزمون	شکل (۷-۳-۵)
۱۲۴.....	هندسه‌ی صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای یک لایه‌لايه‌شدگی میانی	شکل (۱-۴-۵)
۱۲۵.....	تاریخچه‌ی زمانی تیر مرکب چندلایه دارای یک لایه‌لايه‌شدگی میانی در دو آزمون	شکل (۲-۴-۵)
۱۲۶.....	هندسه‌ی صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای دو لایه‌لايه‌شدگی میانی	شکل (۳-۴-۵)
۱۲۷.....	تاریخچه‌ی زمانی صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای دو لایه‌لايه‌شدگی میانی در دو آزمون	شکل (۴-۴-۵)
۱۵۰.....	نمودار جریان واکاوی تیرها و صفحه‌های مرکب چندلایه دارای لایه‌لايه‌شدگی	شکل (پ-۱)

۱۵۱.....	نمودار جریان فن بهینه‌سازی.....	شکل (پ-۲)
۱۵۲.....	نمودار جریان فرآیند بهبود یافته‌ی بهینه‌سازی.....	شکل (پ-۳)

نمایه‌ی جدول‌ها

۳۹.....	شرط‌های تکیه‌گاهی تیرهای مرکب چندلایه.....	جدول (۱-۲-۴)
۴۰.....	ویژگی‌های ماده‌های تیر مرکب چندلایه ناهمسان‌گرد صفحه‌ای.....	جدول (۲-۲-۴)
۴۰	شبکه‌بندی تیرهای مرکب چندلایه.....	جدول (۳-۲-۴)
۴۲.....	هم‌شماری تنش‌ها و جابه‌جایی‌های بهنجار تیر یک‌لایه دوسر ساده.....	جدول (۴-۲-۴)
۴۴	هم‌شماری تنش‌ها و جابه‌جایی‌های بهنجار تیر دولاًیه $[0^\circ/90^\circ]$ دوسر ساده.....	جدول (۵-۲-۴)
۴۸	هم‌شماری تنش‌ها و جابه‌جایی‌های بهنجار تیر سه‌لایه $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ دوسر ساده.....	جدول (۶-۲-۴)
۵۱	هم‌شماری تنش‌ها و جابه‌جایی‌های بهنجار تیر ساندویچی $[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ دوسر ساده.....	جدول (۷-۲-۴)
۵۳.....	هم‌شماری تنش‌ها و جابه‌جایی‌های بهنجار تیر سه‌لایه $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ دارای تکیه‌گاه گیردار.....	جدول (۸-۲-۴)
۶۶.....	هم‌شماری خیز بهنجار مرکز صفحه‌ی چندلایه متعامد مربعی دارای تکیه‌گاه ساده.....	جدول (۱-۳-۴)
۶۶	هم‌شماری گشتاور خمی بهنجار مرکز صفحه‌ی چندلایه متعامد مربعی دارای تکیه‌گاه ساده.....	جدول (۲-۳-۴)
۶۷	هم‌شماری خیز و گشتاور خمی بهنجار در مرکز و نیروهای محوری در گوشی صفحه‌ی مربعی چندلایه‌ی ضربدری.....	جدول (۳-۳-۴)
۶۹	هم‌شماری خیز و گشتاورهای خمی بهنجار مرکز صفحه‌ی کج چندلایه.....	جدول (۴-۳-۴)
۷۰	هم‌شماری تنش‌های بیشینه‌ی بهنجار صفحه‌ی ساندویچی مربعی.....	جدول (۵-۳-۴)
.....	Jabeh-Jaii-ha-droon-Safheh-ai-behنجار-dr-Paxam-Chidman-Namtagaran-[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]	جدول (۶-۳-۴)
۷۱	برای $(a/h=4)$	
.....	تنش‌های برشی عرضی بهنجار در ضخامت صفحه‌ی دارای چیدمان نامتقارن $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$	جدول (۷-۳-۴)
۷۱	برای $(a/h=4)$	
۷۴	تنش‌های برشی بین‌لایه‌ای بهنجار \bar{z} چندلایه $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ برای $x=2h$ در میان‌رویه $0^\circ/90^\circ$	جدول (۸-۳-۴)
۸۰	تنش‌های برشی بهنجار \bar{z} چندلایه $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$ برای $x=2h$ در میان‌رویه $0^\circ/90^\circ$	جدول (۱-۴-۴)
۸۲	تنش‌های عمودی بهنجار صفحه‌ی چندلایه $[90^\circ/0^\circ]$ دارای دو لبه‌ی آزاد روبه‌روی هم و دو لبه‌ی ساده.....	جدول (۲-۴-۴)
۸۳	تنش‌های برشی بهنجار صفحه‌ی چندلایه $[0^\circ/90^\circ]$ دارای دو لبه‌ی آزاد روبه‌روی هم و دو لبه‌ی ساده.....	جدول (۳-۴-۴)
.....	تنش‌های برشی بهنجار صفحه‌ی چندلایه $[0^\circ/90^\circ]$ دارای دو لبه‌ی ساده‌ی روبه‌روی هم، یک لبه‌ی آزاد و یک لبه‌ی گیردار برای $y=0$	جدول (۴-۴-۴)
۸۴	

جداول (۴-۴)	تنش‌های برشی بهنچار صفحه‌ی چندلایه‌ی $[0^\circ/90^\circ]$ دارای دو لبه‌ی ساده‌ی روبروی هم، یک لبه‌ی آزاد و یک لبه‌ی گیردار برای $y=+/-2b$	۸۵
جداول (۴-۴)	تنش‌های برشی بهنچار صفحه‌ی چندلایه‌ی $[0^\circ/90^\circ]$ دارای دو لبه‌ی ساده‌ی روبروی هم، یک لبه‌ی آزاد و یک لبه‌ی گیردار برای $b=+/-4b$	۸۶
جداول (۷-۴)	تنش‌های عمودی بهنچار صفحه‌ی چندلایه‌ی $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]$ دارای دو لبه‌ی آزاد روبروی هم و دو لبه‌ی گیردار	۸۷
جداول (۸-۴)	تنش‌های برشی بهنچار صفحه‌ی چندلایه‌ی $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]$ دارای دو لبه‌ی آزاد روبروی هم و دو لبه‌ی گیردار برای $y=b$	۸۸
جداول (۹-۴)	تنش‌های عمودی بهنچار صفحه‌ی چندلایه‌ی $[0^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]$ دارای دو لبه‌ی آزاد روبروی هم، یک لبه‌ی ساده و یک لبه‌ی گیردار برای $x=4h$	۸۸
جدول (۱-۳)	حالات‌ها و ناحیه‌های لایه‌لایه‌شدگی در تیر یکسر گیردار چندلایه	۱۱۳
جدول (۲-۳)	ویژگی‌های آزمون‌ها برای حالت آسیب D_1	۱۱۳
جدول (۳-۳)	ویژگی‌های آزمون‌ها برای حالت آسیب D_2	۱۱۴
جدول (۴-۳)	ویژگی‌های آزمون‌ها برای حالت آسیب D_2	۱۱۴
جدول (۵-۳)	ویژگی‌های آزمون‌ها برای حالت آسیب D_4	۱۱۵
جدول (۶-۳)	آسیب‌یابی حالت D_1 در تیر یکسر گیردار مرکب چندلایه	۱۱۵
جدول (۷-۳)	آسیب‌یابی حالت D_2 در تیر یکسر گیردار مرکب چندلایه	۱۱۶
جدول (۸-۳)	آسیب‌یابی حالت D_2 در تیر یکسر گیردار مرکب چندلایه	۱۱۶
جدول (۹-۳)	آسیب‌یابی حالت D_4 در تیر یکسر گیردار مرکب چندلایه	۱۱۷
جدول (۱۰-۳)	ویژگی‌های آزمون‌ها برای حالت‌های آسیب D_1 و D_2 در تیر مرکب چندلایه‌ی دوسر ساده	۱۲۰
جدول (۱۱-۳)	آسیب‌یابی حالت D_1 در تیر مرکب چندلایه‌ی دوسر ساده	۱۲۱
جدول (۱۲-۳)	آسیب‌یابی حالت D_2 در تیر مرکب چندلایه‌ی دوسر ساده	۱۲۱
جدول (۱-۴)	ویژگی‌های آزمون‌ها در گام یکم برای صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای یک لایه‌لایه‌شدگی	۱۲۴
جدول (۲-۴)	ویژگی‌های آزمون‌ها در گام دوم برای صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای یک لایه‌لایه‌شدگی	۱۲۴
جدول (۳-۴)	ویژگی‌های آزمون‌ها در گام یکم برای صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای دو لایه‌لایه‌شدگی	۱۲۶
جدول (۴-۴)	ویژگی‌های آزمون‌ها در گام دوم برای صفحه‌ی مرکب چندلایه دارای دو لایه‌لایه‌شدگی	۱۲۶

فصل یکم

آغاز سخن

۱-۱- پیش گفتار

تمامی سازه‌های مهندسی، پس از طرح و ساخت، به نگهداری نیاز دارند. باید آگاه بود، آسیب‌یابی و شناخت عضوهای خراب یکی از مهم‌ترین بخش‌های این فرآیند می‌باشد. از این‌رو، روش‌های آسیب‌یابی و رهیافت‌های تحلیلی تخمین خرابی در مهندسی سازه جایگاه ویژه‌ای دارند. باید افزود، سازه‌ی آسیب‌دیده به صورت آرمانی رفتار نمی‌کند و ممکن است سبب ناکارآمدی کل سازه شود. بنابراین، آسیب‌یابی و میزان خرابی از دیرباز خواست پژوهش‌گران بوده است و آن‌ها تاکنون به پیشرفت‌های شایانی دست یافته‌اند. یکی از فن‌های تحلیلی در فرآیند آسیب‌یابی، بهره‌جویی از شیوه‌های عددی می‌باشد. روش جزء‌های محدود یکی از دقیق‌ترین و کارآمدترین فن‌های عددی برای تحلیل رفتارهای پیچیده‌ی سازه‌ای است. پژوهش‌گران بسیاری با بهره‌جویی از این شیوه‌ی کارا به تحلیل سازه‌های مرکب چندلایه پرداخته‌اند. شمار روزافزون پژوهش‌ها در این زمینه، نشان از توانمندی این روش دارد.

۱-۲- واکاوی تیرها و صفحه‌های مرکب چندلایه

در دهه‌های کنونی، از ماده‌های مرکب چندلایه به‌طور گستردۀ‌ای در شاخه‌های گوناگون مهندسی بهره‌جویی می‌نمایند. این‌ها ویژگی‌های برتری نسبت به دیگر ماده‌ها دارند. از این‌رو، در بسیاری از زمینه‌ها، هم‌چون سازه‌های مهندسی، به کار می‌روند. با افزایش شمار سازه‌هایی که از این ماده‌ها ساخته می‌شوند، اهمیت نگهداری و مقاوم‌سازی آن‌ها نیز آشکار می‌گردد. نخستین گام برای ترمیم و مقاوم‌سازی سازه‌ها، یافتن ناحیه‌های خراب می‌باشد. برای رسیدن به این هدف، می‌توان از روش‌های آسیب‌یابی بهره جست. سازه‌های مرکب چندلایه آماده‌ی پذیرش شکل‌های گوناگونی از آسیب، همانند: ترک‌های زمینه، شکست تارها و لایه‌لایه‌شدنگی، می‌باشند. از میان رفتن پیوند بین لایه‌های سازه را لایه‌لایه‌شدنگی می‌نامند. این‌گونه از آسیب، به‌ویژه در سازه‌هایی که زیر بارهای فشاری بزرگی قرار دارند، بسیار مهم است. زیرا، در پاره‌ای از سازه‌ها، لایه‌لایه‌شدنگی‌های داخلی به کاهش بیش از اندازه‌ی سختی و ایستادگی فشاری می‌انجامد. یافتن آسیب در ماده‌های مرکب بسیار دشوار است. چون، لایه‌لایه‌شدنگی و شکست تارها در درون آن‌ها رخ می‌دهد و در بیش‌تر حالت‌ها در سطح قابل‌دیدن نمی‌باشد.

خاطرنشان می‌کند، در دو دهه‌ی گذشته، فن‌های ارزیابی بدون خرابی، که از دقیق‌ترین فرآیندهای وارسی ماده‌های مرکب به شمار می‌آیند، به طور گستردگایی برای رسیدن به اطمینان از یک پارچگی سازه‌ها و آسیب‌یابی آن‌ها، به کار می‌روند.

برای یافتن لایه‌لایه‌شدگی در سازه‌های مرکب چندلایه، گام نخست داشتن یک الگوی تحلیلی مناسب می‌باشد. این الگو به نوع سازه بستگی دارد و باید توانایی داشته باشد که با سرعت همگرایی زیاد پاسخ‌های درست به دست دهد. روش‌های فراوانی برای بهبود بخشیدن واکاوی پیشنهاد کرده‌اند. این فن‌ها سازگاری میان رفتار حقیقی سازه و پاسخ‌های الگوی ریاضی آن را افزایش داده‌اند. در این فرآیند، با بهره‌جویی از پاسخ‌های تجربی و آزمایشگاهی، مانند اندازه‌گیری کرنش‌ها، تنش‌ها، بسامدها و شکل‌های حالت سازه، ماتریس‌های سختی و جرم به‌هنگام می‌شوند. ماتریس‌های جدید، الگوی تحلیلی مناسب و دقیقی را برای سازه‌ی درست به دست خواهند داد. با داشتن چنین الگویی، می‌توان به‌آسانی آسیب‌های وارد به سازه را کشف نمود. باید افزود، در فرآیند واکاوی، از تفاوت بین ماتریس‌های سختی و جرم سازه در دو حالت درست و خراب بهره می‌گیرند و به کشف محل و میزان آسیب می‌پردازنند. چون ویژگی‌های سازه‌ی خراب، تحلیل‌گر را به سرشت سازه‌ی درست رهنمون می‌سازد، وارونه‌ی فرآیندی که در تحلیل‌های معمولی به کار می‌رود، باید همسانی کافی میان الگوهای ریاضی و واقعیت‌ها وجود داشته باشد. به خاطر باید سپرده، در برآورد آسیب سازه‌ها، روش‌های ماتریسی از گستردگی، نظم و سادگی بیش‌تری برخوردارند. از این‌رو، کاربرد آن‌ها رو به فزونی است.

۱-۳- نیاز به انجام پژوهش

به‌طور کلی، فن‌های پایش درستی سازه برای یافتن آسیب سازه‌های مرکب چندلایه با تراکم جرم زیاد، پیوندهای فراوان، مقطع‌های متغیر و هندسه‌ی پیچیده با مشکل‌هایی همراه می‌باشند و در ساختمان بافت ماده تغییر ایجاد می‌نمایند. همچنین، چون در بیش‌تر حالت‌ها به شمار زیادی حسگر نیاز است، امکان دارد که یک پارچگی و قابلیت اطمینان سازه را از بین ببرند. این شیوه‌ها پرهزینه و زمان‌براند و می‌بایست در زمان وارسی، سامانه در حال بهره‌برداری نباشد. بنابراین، بهره‌جویی از یک راه‌کار نو برای حل مسئله‌ی بهینه‌سازی، در فرآیند یافتن اندازه و جای لایه‌لایه‌شدگی در تیرها و صفحه‌های مرکب چندلایه نیاز می‌باشد.

با افزایش به کارگیری ماده‌های مرکب چندلایه در سازه‌ها، به درک درستی از رفتار سازه‌ای آن‌ها نیاز است. پژوهش‌گران بسیاری با بهره‌جویی از شیوه‌ی جزء محدود به تحلیل‌های ایستا، پویا، کمانشی، پس‌کمانشی، گسیختگی، آسیب و رفتارهای دیگر تیرها و صفحه‌های مرکب چندلایه پرداخته‌اند. با وجود این، روش‌های واکاوی کاستی‌هایی دارند. کمی سرعت همگرایی در به دست آوردن پاسخ درست و وجود گره‌ها و درجه‌های آزادی زیاد، از مهم‌ترین کاستی‌های موجود در روش‌های عددی می‌باشند که زمان زیادی از فرآیند تحلیل را می‌گیرند. خاطرنشان می‌نماید، بسیاری از شیوه‌های پیشینیان برای بهبود دقت و سرعت همگرایی، سبب پیچیدگی فرآیند عددی تحلیل می‌شود. دست‌یابی به پاسخ‌های دقیق و بهره‌جویی از جزء‌های محدود با سرعت همگرایی زیاد، به ویژه در مسائله‌های ناخطری هندسی و تحلیل طولانی تیرها و صفحه‌های مرکب چندلایه، نیازمند یافتن راه‌کاری نو در این زمینه می‌باشد. یکی از هدف‌های این پژوهش رابطه‌سازی‌های نو است، که در کنار

داشتن دقت و همگرایی زیاد، دارای فرآیند ساده‌تری هم باشند. افزون بر این، راه کارهایی برای افزایش سرعت همگرایی واکاوی پیشنهاد می‌گردد. به سخن دیگر، با کاهش شمار گره‌ها و درجه‌های آزادی، در تحلیل تیرها با لایه‌لایه‌شدگی، صفحه‌های مرکب چندلایه با لایه‌لایه‌شدگی زیر اثر بارهای کمانشی و صفحه‌های خمشی بدون لایه‌لایه‌شدگی، پاسخ‌ها به دست می‌آیند. خاطرنشان می‌کند، روش بهینه‌سازی این رساله با فن جزء محدود سازگاری دارد و این ویژگی به دقت و سرعت همگرایی آسیب‌یابی می‌افزاید.

۱-۴- ساماندهی

رساله‌ی کنونی شش فصل دارد. در فصل نخست، بحث‌های کلی از تحلیل و آسیب‌یابی سازه‌های مرکب چندلایه می‌آیند. فصل دوم، خلاصه‌ای از روش‌های مختلف پایش درستی سازه‌های مرکب چندلایه و کارهای پژوهشی پیشینیان در زمینه‌ی آسیب‌یابی را دربر دارد. شایان توجه است، به‌سبب گستردگی موضوع و محدود بودن حجم رساله، بررسی همه‌ی اثرهای پیشینیان امکان‌پذیر نمی‌باشد. از این‌رو، کوشش خواهد شد کارهای اصلی، که کاربرد سازه‌ای دارند، گزیده‌نویسی شوند. ویژگی‌های خوب و بد شیوه‌های گوناگون تا حد ممکن شرح داده خواهد شد. در فصل سوم، خلاصه‌ای از ویژگی‌های ماده‌های مرکب به‌همراه نگره‌های سازه‌ای در تحلیل آن‌ها می‌آیند. در ادامه‌ی این فصل، کارهای پژوهشی پیشینیان در زمینه‌های رابطه‌سازی ناخطی هندسی چندلایه‌های مرکب، رابطه‌سازی خمشی صفحه‌های چندلایه، رابطه‌سازی صفحه‌های خمشی دارای لبه‌ی آزاد، رابطه‌سازی کمانش و پس‌کمانش صفحه‌های مرکب و لایه‌لایه‌شدگی در تیرها و صفحه‌های چندلایه، بررسی می‌گردد.

یادآوری می‌کند، در فرآیند آسیب‌یابی به جزء‌های محدود با دقت خوب و سرعت همگرایی زیاد نیاز است. این‌ها باید بتوانند با به‌کارگیری شبکه‌بندی درشت‌تر، پاسخ‌های دقیق را با سرعت همگرایی زیاد به دست آورند. از این‌رو، فصل چهارم جزء‌های پیشنهادی در زمینه‌ی تحلیل تیرهای چندلایه بدون لایه‌لایه‌شدگی و با لایه‌لایه‌شدگی، تحلیل تنش‌های بین‌لایه‌ای در صفحه‌های مرکب چندلایه‌ی خمشی و تحلیل کمانشی صفحه‌های چندلایه با لایه‌لایه‌شدگی زیر اثر بارهای فشاری را دربر دارد. در این رساله، با تعریف یک میان‌رویه درون یک جزء هم‌عامل در فضای سه‌بعدی و به‌کار بردن میدان جابه‌جایی مرتبه‌ی بالا، یک جزء تیری رابطه‌سازی می‌گردد. این جزء می‌تواند الگوسازی رشد لایه‌لایه‌شدگی را به‌همراه یک جزء هم‌عامل هشت‌گرهی در حالت یکم شکست یا بازشدگی دهانه‌ی ترک، انجام دهد. میان‌رویه‌ی درونی سبب کاهش شمار گره‌ها و درجه‌های آزادی و افزایش سرعت همگرایی می‌گردد. همچنین، با به‌کارگیری نگرهی تغییرشکل برشی مرتبه‌ی بالا و بهره‌جویی از تابع‌های میدان مرتبه‌ی بالا به‌همراه درجه‌های آزادی با سازگاری^۱، یک جزء صفحه‌ی خمشی معرفی می‌شود که سرعت همگرایی برای رسیدن به پاسخ درست را افزایش می‌دهد. در ادامه، اثر افزایش شمار گره‌ها و افزایش مرتبه‌ی تابع‌های درون‌یاب جزء خمشی برای تحلیل تنش‌های بین‌لایه‌ای، در صفحه‌هایی که دارای لبه‌ی آزاد هستند، بررسی می‌گردد. افزون بر این، کمانش صفحه‌های چندلایه با لایه‌لایه‌شدگی زیر اثر بار فشاری و رفتار پس‌کمانشی آن‌ها، با به‌کارگیری نگرهی تغییرشکل برشی مرتبه‌ی بالا و جزء پیشنهادی صفحه‌ای، رابطه‌سازی و ارزیابی می‌شوند. ریز این کارها در بخش‌های دو تا پنجم از فصل چهارم گنجانده خواهد شد. سرانجام، در فصل پنجم پس از آوردن ریشه‌های حسابگری زیستی، یک فرآیند وابسته بهبود می‌یابد. راه کار حسابگری زیستی دو