

دانشکده فنی مهندسی مکانیک

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک

عنوان

عیب‌یابی تیر ترک‌دار به روش *EMD*

استاد راهنما

دکتر موسی رضائی

استاد مشاور

دکتر مرتضی صادقی

پژوهشگر

علی بانان نوجوانی

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نام خانوادگی دانشجو: بانان نوجوانی	نام : علی
عنوان پایان نامه: عیب‌یابی تیر ترک‌دار به روش <i>EMD</i>	
استاد راهنما: دکتر موسی رضائی	
استاد مشاور: دکتر مرتضی صادقی	
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد	رشته: مهندسی مکانیک
گرایش: طراحی کاربردی	دانشگاه: تبریز
دانشکده: فنی مهندسی مکانیک	تاریخ فارغ‌التحصیلی: ۱۳۸۹/۱۱/۲۰
کلید واژه‌ها: تیر ترک‌دار، پردازش سیگنال، تبدیل هیلبرت- هوانگ، توابع مود ذاتی.	تعداد صفحه: ۹۰
چکیده:	
<p>یکی از روش‌های جدید برای عیب‌یابی سازه‌ها و سیستم‌های مکانیکی، پردازش سیگنال استخراج شده از سیستم واقعی می‌باشد. تبدیل هیلبرت- هوانگ (<i>Hilbert-Huang Transform: HHT</i>) یک روش جدید زمان- فرکانس برای آنالیز سیگنال‌های غیرپایا و غیرخطی می‌باشد که مبتنی بر روش تجزیه سیگنال به مودهای تجربی (<i>Empirical Mode Decomposition</i>) و تحلیل طیفی هیلبرت است. با تحلیل سیگنال حاصل توسط این روش می‌توان اطلاعات لازم جهت تعیین سالم یا معیوب بودن سازه و نیز تعیین شدت و محل عیب در سازه را دریافت کرد. سیگنال استخراج شده از سیستم به وسیله نویزهای حاصل از وسایل اندازه‌گیری و پارازیت‌ها آلوده شده و سبب پیچیدگی بیشتر سیگنال برای پردازش و استخراج اطلاعات مفید می‌شود ولی با استفاده از این روش می‌توان اطلاعات لازم را از سیگنال استخراج نمود. مراحل اعمال روش <i>HHT</i> را می‌توان به دو بخش تقسیم نمود: در مرحله اول سیگنال به مجموعه‌ای از توابع مودهای ذاتی (<i>Intrinsic Mode Functions: IMF</i>) تجزیه می‌شود و در مرحله بعد با اعمال تبدیل هیلبرت بر روی <i>IMF</i> ها اطلاعات در حوزه زمان- فرکانس استخراج می‌شود.</p> <p>هدف اصلی این پایان‌نامه عیب‌یابی تیر ترک‌دار می‌باشد. در ابتدا مدل‌های تیر ترک‌دار مورد مطالعه قرار گرفته و مدلی منطبق بر واقعیت ارائه می‌گردد. رفتار دینامیکی تیر ترک‌دار به صورت تئوری و تجربی بررسی شده و سپس روش</p>	

HHT برای پردازش سیگنال‌های حاصل در هر دو روش تجربی و شبیه‌سازی شده جهت عیب‌یابی اعمال می‌شود. این روش بر روی تیر سالم نیز اعمال شده و نتایج حاصل از حل تئوری با نتایج حاصل از تست‌های تجربی و نتایج ارائه شده در ادبیات فن مقایسه می‌شوند. با بررسی نتایج تئوری و نیز نتایج تجربی در هر دو حالت به این نتیجه می‌رسیم که فرکانس لحظه‌ای برای تیر سالم مقدار ثابتی است که متناظر با فرکانس مود ارتعاش اصلی تیر می‌باشد ولی فرکانس لحظه‌ای برای تیرهای ترک‌دار به صورت تابع هارمونیکی متغیر با زمان بین دو مقدار نوسان می‌کند این مقادیر متناظر با فرکانس‌های حالت بسته شدن و باز شدن ترک می‌باشد، به این صورت که سفتی تیر در حین ارتعاش عرضی تیر در اثر باز و بسته شدن ترک تابعی از زمان بوده و در نتیجه فرکانس لحظه‌ای نیز به صورت تابعی از زمان بین فرکانس‌های حالت باز و بسته نوسان خواهد نمود. پس در این مساله تبدیل هیلبرت- هوانگ ماهیت فیزیکی ترک باز و بسته شونده را به خوبی آشکار می‌سازد.

فهرست مطالب

مقدمه	۱
۱- مروری بر تحقیقات گذشته	۳
۱-۱- پیشینه تبدیل <i>Hilbert-Huang</i> در عیب یابی	۳
۱-۲- پیشینه مدل های تیر ترک دار	۶
۱-۲-۱- مدل های ترک باز	۶
۱-۲-۲- مدل های ترک باز و بسته شونده	۱۱
۲- تبدیل هیلبرت- هوانگ (<i>HHT</i>)	۲۲
۲-۱- تبدیل هیلبرت و سیگنال تحلیلی	۲۲
۲-۲- فرکانس لحظه ای	۲۳
۲-۲-۱- تبدیل هیلبرت و فرکانس لحظه ای تابع سینوسی	۲۶
۲-۲-۲- تبدیل هیلبرت و فرکانس لحظه ای تابع <i>chirp</i> خطی	۲۷
۲-۳- تبدیل هیلبرت - هوانگ	۲۸
۲-۳-۱- تجزیه سیگنال به روش <i>EMD</i>	۲۹
۲-۳-۲- آنالیز طیفی هیلبرت	۴۵
۲-۴- اعمال آنالیز طیفی هیلبرت و روش <i>EMD</i> به یک سیگنال نمونه	۴۷
۲-۵- مزایا و معایب روش <i>HHT</i>	۵۱
۳- استفاده از تبدیل هیلبرت- هوانگ برای عیب یابی در یک تیر ترک دار	۵۲
۳-۱- ارتعاشات آزاد تیر یکسرگیردار ترک دار با مدل یک درجه آزادی	۵۲
۳-۱-۱- مدل سازی تیر ترک دار	۵۲
۳-۱-۲- نتایج عددی	۵۵

- ۳-۲- ارتعاشات آزاد تیر یکسرگیردار ترک‌دار با آلوده کردن نویز به پاسخ ۶۳
- ۳-۲-۱- اعمال روش *EMD* متداول ۶۳
- ۳-۲-۲- اعمال روش *EMD* با شرط توقف جدید و استفاده از اسپلاین هموار ۶۵
- ۳-۲-۳- اعمال روش *EMD* با شرط توقف جدید و استفاده از *Hermite Spline* ۶۷
- ۳-۳- ارتعاشات اجباری تیر یکسرگیردار ترک‌دار با مدل یک‌درجه آزادی ۶۹
- ۳-۳-۱- مدل سازی تیر ترک‌دار ۶۹
- ۳-۳-۲- نتایج عددی ۷۰
- ۴- استفاده از تبدیل هیلبرت- هوانگ برای عیب‌یابی با نتایج تجربی ۷۷
- ۵- نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات ۸۶
- ۵-۱- بحث و نتیجه‌گیری ۸۶
- ۵-۲- ارائه پیشنهادات ۸۹
- منابع ۹۰

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱- مدل تیر کوتاه [۲۰] ۷
- شکل ۲-۱- تیر دو سر مفصل ترک‌دار در حالت‌های الف- ترک تحت فشار و ب- ترک تحت کشش [۳۰] . . . ۱۱
- شکل ۳-۱- پاسخ میرای ارتعاشات آزاد مدل *Penny* و *Friswell* [۳۰] ۱۲
- شکل ۴-۱- طیف فرکانسی پاسخ ارتعاشات آزاد مدل دوخطی *Penny* و *Friswell* [۳۰] ۱۳
- شکل ۵-۱- پاسخ ارتعاشات مدل دوخطی *Penny* و *Friswell* تحت تحریک هارمونیک [۳۰] ۱۳
- شکل ۶-۱- طیف فرکانسی پاسخ مود اول ارتعاشی تیر در اطراف فرکانس طبیعی برای تیر الف- سالم و ب- معیوب [۳۱] ۱۵
- شکل ۷-۱- طیف فرکانسی پاسخ مود اول ارتعاشی تیر در اطراف فرکانس تحریک برای تیر الف- سالم و ب- معیوب [۳۱] ۱۶
- شکل ۸-۱- تغییر نسبت فرکانس ارتعاشات عرضی یک تیر ترک‌دار به تیر سالم ($\omega/\omega_{\text{intact beam}}$) به صورت تابعی از عمق نسبی ترک (a/b) [۴۶] ۲۱
- شکل ۱-۲- تابع سینوسی و تبدیل هیلبرت آن ۲۶
- شکل ۲-۲- الف- دامنه لحظه‌ای تابع سینوسی ب- زاویه فاز لحظه‌ای تابع سینوسی ۲۶
- شکل ۳-۲- فرکانس لحظه‌ای تابع سینوسی ۲۷
- شکل ۴-۲- الف- تابع *chirp* ب- تبدیل هیلبرت تابع *chirp* ج- زاویه فاز لحظه‌ای د- فرکانس لحظه‌ای ۲۷
- شکل ۵-۲- تابع *chirp* در حوزه فوریه ۲۸
- شکل ۶-۲- سیگنال $x(t)$ ۳۱
- شکل ۷-۲- یافتن اکستریموم‌های نسبی ۳۱
- شکل ۸-۲- تشکیل منحنی پوش بالایی و پایینی ۳۲
- شکل ۹-۲- سیگنال $h(t)$ حاصل از یک تکرار روش *EMD* ۳۲
- شکل ۱۰-۲- C_1 ، اولین *IMF* حاصل ۳۳

- شکل ۲-۱۱- اسپیلاین مکعبی ۳۷
- شکل ۲-۱۲- اعمال روش های *Cubic Spline* و *Hermite* بر روی تعدادی داده ۴۳
- شکل ۲-۱۳- اعمال روش های *Cubic Spline* و *Smoothing* بر روی تعدادی داده ۴۴
- شکل ۲-۱۴- فرم اسکلتی طیف هیلبرت [۵۵] ۴۶
- شکل ۲-۱۵- فرم هموار طیف هیلبرت [۵۵] ۴۷
- شکل ۲-۱۶- سیگنال $s(t)$ (الف) سیگنال در حوزه زمان (ب) طیف فوریه سیگنال ۴۸
- شکل ۲-۱۷- تجزیه سیگنال $s(t)$ به روش *EMD* ۴۹
- شکل ۲-۱۸- حالت سه بعدی طیف هیلبرت- هوانگ سیگنال $s(t)$ ۵۰
- شکل ۲-۱۹- حالت دو بعدی طیف هیلبرت- هوانگ سیگنال $s(t)$ ۵۰
- شکل ۳-۱- تیر یکسر گیردار ترک دار ۵۲
- شکل ۳-۲- مدل یک درجه آزادی معادل ۵۳
- شکل ۳-۳- پاسخ جابه جایی تیر (الف) تیر بدون ترک (ب) تیر با ترک نسبی ۳۰٪ (ج) تیر با ترک نسبی ۵۰٪ ۵۴
- شکل ۳-۳- (د) تیر با ترک نسبی ۶۰٪ ۵۶
- شکل ۳-۴- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای برای تیر (الف) تیر بدون ترک (ب) تیر با ترک نسبی ۳۰٪ ۵۷
- شکل ۳-۴- (ج) تیر با ترک نسبی ۵۰٪ (د) تیر با ترک نسبی ۶۰٪ ۵۷
- شکل ۳-۵- میانگین بازه تغییر یافته در فرکانس لحظه ای نسبت به ترک نسبی ۵۹
- شکل ۳-۶- پاسخ جابه جایی تیر با عمق نسبی ترک ۵۰٪ و برای موقعیت ترک الف) $l_c = 150mm$ (ب) $l_c = 250mm$ (ج) $l_c = 350mm$ (د) $l_c = 450mm$ ۶۰
- شکل ۳-۷- نمودار زمان- فرکانس لحظه ای با عمق نسبی ترک ۵۰٪ و برای موقعیت ترک الف) $l_c = 150mm$ (ب) $l_c = 250mm$ (ج) $l_c = 350mm$ (د) $l_c = 450mm$ ۶۱
- شکل ۳-۸- میانگین بازه تغییر یافته در فرکانس لحظه‌ای نسبت به موقعیت ترک در تیر با عمق نسبی ترک ۵۰٪ ۶۲
- شکل ۳-۹- پاسخ جابه‌جایی تیر با عمق نسبی ترک ۵۰٪ آغشته به نوبز سفید ۶۳
- شکل ۳-۱۰- تجزیه سیگنال پاسخ به روش *EMD* با *SD* سابق و *cubic spline* ۶۴
- شکل ۳-۱۱- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای برای *IMF1* ۶۴

- شکل ۳-۱۲- تجزیه سیگنال پاسخ به روش *EMD* با *SD* جدید و *Smoothing Spline* ۶۵
- شکل ۳-۱۳- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای برای *IMF1* ۶۶
- شکل ۳-۱۴- تجزیه سیگنال پاسخ به روش *EMD* با *SD* جدید و *Hermite spline* ۶۷
- شکل ۳-۱۵- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای برای *IMF1* ۶۷
- شکل ۳-۱۶- مدل یک‌درجه آزادی معادل ۶۹
- شکل ۳-۱۷- پاسخ سرعت تیر برای تیر الف- بدون ترک ب- با عمق نسبی ترک ۴۰٪ ۷۱
- شکل ۳-۱۸- تجزیه سیگنال پاسخ تیر بدون ترک به روش *EMD* ۷۱
- شکل ۳-۱۹- تجزیه سیگنال پاسخ تیر با عمق نسبی ترک ۴۰٪ به روش *EMD* ۷۲
- شکل ۳-۲۰- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای تیر بدون ترک برای تابع مود ذاتی اول ۷۳
- شکل ۳-۲۱- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای تیر ترک‌دار با عمق نسبی ترک ۴۰٪ برای
الف- تابع مود ذاتی اول ب- تابع مود ذاتی دوم ۷۳
- شکل ۳-۲۲- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای تیر ترک‌دار برای تابع مود ذاتی اول با عمق نسبی ترک
الف- ۲۰٪ ب- ۲۵٪ ج- ۳۰٪ د- ۳۵٪ ه- ۴۰٪ ۷۵
- شکل ۳-۲۳- میانگین بازه تغییر یافته در فرکانس لحظه‌ای نسبت به ترک نسبی ۷۶
- شکل ۴-۱- پاسخ جابه جایی تیر به طول *cm* ۲۵ ۷۸
- شکل ۴-۲- پاسخ جابه جایی تیر به طول *cm* ۱۶ ۷۸
- شکل ۴-۳- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای تیر به طول *cm* ۲۵ ۷۹
- شکل ۴-۴- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای تیر به طول *cm* ۱۶ ۷۹
- شکل ۴-۵- پاسخ شتاب تیر به طول *cm* ۲۵ ۸۰
- شکل ۴-۶- پاسخ شتاب تیر به طول *cm* ۱۶ ۸۱
- شکل ۴-۷- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای تیر به طول *cm* ۲۵ برای تیر ۸۲
- شکل ۴-۸- نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای تیر به طول *cm* ۱۶ برای تیر ۸۳
- شکل ۴-۹- تقسیم نمودار زمان- فرکانس لحظه‌ای تیر ترک‌دار به طول *cm* ۲۵ با عمق نسبی ترک ۳۶٪ ۸۴

فصل اول

مقدمه

با افزایش نیاز به مانیتورینگ به هنگام^۱ صحت سازه‌ها و سیستم‌های مکانیکی، زمینه‌های وسیعی برای تحقیقات در چند دهه اخیر گشوده شده است. عیب‌یابی‌های دستی و بازرسی‌های دیداری^۲ در سیستم‌های مکانیکی عظیم غیرممکن، کم اثر و پرخرج می‌باشد. این نواقص باعث به وجود آمدن سیستم‌های عیب‌یابی اتوماتیک شده است که کاهش هزینه‌ها و افزایش دقت عیب‌یابی را باعث گردیده است. یکی از این روش‌های جدید پردازش سیگنال استخراج شده از سیستم‌ها می‌باشد. پردازش سیگنال یعنی استخراج اطلاعات لازم از سیگنال حاصل توسط سنسورها، برای دستیابی به هدف مورد نظر می‌باشد و یا به عبارت دیگر یعنی تبدیل یک سیگنال به یک حالت خاص برای رسیدن به اطلاعات ویژه. در بیشتر موارد سیگنال اندازه‌گیری شده توسط سنسورها به وسیله نویزهای اندازه‌گیری آلوده شده و این نویزها سبب پیچیدگی بیشتر سیگنال برای پردازش شده و مانع استخراج اطلاعات مفید می‌شود. بنابراین روش پردازش سیگنال که بتواند اطلاعات لازم را از سیگنال آلوده استخراج نماید نقش اساسی را در صحت وجود عیب سیستم به عهده دارد. در عمل از انواع تبدیلات خطی و غیرخطی برای پردازش سیگنال

¹ *On Line*

² *Visual Inspections*

استفاده می‌شود که می‌توان به تبدیل فوریه^۱، تبدیل فوریه زمان کوتاه^۲، توزیع وینگر-ویل^۳ و تبدیل موجک^۴ اشاره کرد که به طور وسیع در عیب‌یابی سیستم‌های مکانیکی استفاده می‌شوند.

تبدیل هیلبرت-هوانگ^۵ (*HHT*) نیز یک روش جدید پردازش سیگنال می‌باشد که توسط *Huang* [۱] در سال ۱۹۹۸ ابداع شده است. *HHT* یک روش زمان-فرکانس تطبیق‌پذیر^۶ برای آنالیز سیگنال‌های غیرخطی و غیرپایا می‌باشد که مبتنی بر روش *EMD*^۷ و تحلیل طیفی هیلبرت است.

HHT در چند سال آینده به عنوان مهمترین روش پردازش سیگنال برای تحت نظر قرار دادن صحت سازه‌های مکانیکی تبدیل خواهد شد. گرچه تبدیل موجک هنوز توسط بسیاری از محققین به کار برده می‌شود ولی *HHT* دارای پتانسیل‌های بیشتری برای پردازش سیگنال‌های غیرپایا و غیرخطی می‌باشد.

¹ *Fourier Transform*

² *Short-time-Fourier Transform (STFT)*

³ *winger-Ville Distribution*

⁴ *Wavelet Transform*

⁵ *Hibert –Huang Transform*

⁶ *Adaptive*

⁷ *Empirical mode decomposition*

مروری بر تحقیقات گذشته

۱-۱- پیشینه روش *Hibert-Huang* در عیب یابی

Quek و همکارانش [۲] نتایج بدست آمده از پردازش به وسیله تبدیل موجک را با نتایج به دست آمده توسط تبدیل هیلبرت- هوانگ مقایسه نمودند و نشان دادند که تبدیل هیلبرت- هوانگ روش مناسب- تری برای استخراج اطلاعات لازم برای تشخیص عیب می باشد.

Lin و همکارانش [۳] در سال ۲۰۰۵، *HHT* را برای سازه های خطی به کار برده و به ارزیابی مکان و شدت عیب پرداختند.

Salvino و *Pines* [۴] توانایی *EMD* را در استخراج اطلاعات فازی از یک سیگنال گذرا^۱ نشان دادند و از نتایج بدست آمده برای پی بردن به عیب در سیستمها استفاده نمودند.

Tua و همکارانش [۵] پیک های انرژی متناظر با انعکاس ترک را در تبدیل هیلبرت استفاده کردند و زمان های اوج و مکان عیب را یافتند.

Jha و همکارانش [۶] روش *HHT* را بر روی سازه چند مرحله ای بررسی کردند و با استفاده از ناپیوستگی در توابع مود ذاتی *IMF*^۲ وجود عیب را در سازه تشخیص داده و مکان عیب را به صورت پیوسته تحت نظر قرار دادند.

Yu و همکارانش [۷] روشی برای تشخیص عیب رولبرینگها براساس *HHT* مطرح کردند و از آن به عنوان تشخیص مدل های عیب استفاده نمودند.

¹ *Transient*

² *Intrinsic Mode Functions*

Gao و *Yan* [۸] در سال ۲۰۰۶ با چهار روش تبدیل فوریه زمان کوتاه، تبدیل هیلبرت- هوانگ، تبدیل موجک و بسته موجک^۱ به پردازش سیگنال ارتعاشی بلبرینگ برای عیب‌یابی آن پرداختند و توانستند با تبدیل هیلبرت- هوانگ وجود عیب را نشان دهند. گرچه آنها با روش تبدیل هیلبرت- هوانگ وجود عیب را نشان دادند ولی روش بسته موجک وجود عیب را با جزئیات بیشتری نشان می‌داد.

Loutridis [۹] در سال ۲۰۰۶ روش *EMD* را برای تشخیص ترک در ریشه دنده در یک جفت چرخ دنده استفاده نمود. ابتدا *Loutridis* سیگنال ارتعاشی به دست آمده از مکانیزم را به وسیله روش *EMD* تجزیه نمود و سپس فرکانس لحظه‌ای را برای هر تابع مود ذاتی به دست آورد و در پایان نشان داد که فرکانس لحظه‌ای سیگنال ارتعاشی می‌تواند به عنوان تشخیص عیب در چرخ دنده استفاده شود.

Bernal و همکارانش [۱۰] با استفاده از مفهوم فرکانس لحظه‌ای و روش *HHT* به عیب‌یابی یک مدل از ساختمان چهار طبقه پرداختند. عیب را با کاهش در سفتی شبیه سازی نموده و فرکانس لحظه‌ای اولین تابع مود ذاتی را محاسبه کردند. وجود عیب با کاهش فرکانس لحظه‌ای قابل تشخیص است و شدت کاهش فرکانس لحظه‌ای بیانگر شدت عیب است.

Baozhong و *Steve Suh* [۱۱] با استفاده از مفهوم فرکانس لحظه‌ای و روش *EMD* به تحلیل پاسخ غیر خطی روتور ترک‌دار پرداختند.

Gao و همکارانش [۱۲] با اضافه کردن روشی ابداعی موسوم به CMF^2 به روش *EMD* مانع کاهش دقت پردازش سیگنال در اثر حضور نویز شدند و از این روش برای عیب‌یابی روتور ژنراتور برق

¹ *Wavelet packet*

² *Combined Mode Function*

استفاده نمودند. در این روش عیب‌یابی، برتری این روش پردازش سیگنال به روش‌های تبدیل فوریه و موجک نشان داده شده است.

R.Kazys و همکارانش [۱۳] به عیب‌یابی در دو لوله با جنس‌های پلی پروپیلن^۱ و *PVDF*^۲ به وسیله پردازش سیگنال ناشی از انتشار امواج فراصوتی پرداختند. در مورد لوله با جنس *PVDF* به علت میرایی و پیچیدگی سیگنال تنها تبدیل هیلبرت- هوانگ برای عیب‌یابی موثر واقع گردید و انواع عیب‌های موجود در این لوله مکان‌یابی شدند.

Quek و همکارانش [۱۴] نشان دادند که تبدیل هیلبرت- هوانگ می‌تواند در بعضی مشکلات مربوط به عیب‌یابی از جمله عیب‌یابی تیر آلومینیومی ترک‌دار و تیر آلومینیومی ساندویچی با ورقه شدن^۳ داخلی مفید باشد. با اعمال این روش مکان ترک و ورقه شدن تشخیص داده شد.

Soorgee و *Yousefi-Koma* [۱۵] با شبیه‌سازی انتشار موج در یک تیر ترک‌دار با استفاده از نرم افزار *ABAQUS* و با تجزیه سیگنال به روش *EMD* و اعمال تبدیل هیلبرت بر روی توابع مود ذاتی، نمودار چگالی انرژی - زمان را به دست آوردند و از روی این نمودار مکان عیب را محاسبه کردند.

با استفاده مدل ترک باز و بسته شونده، *Douka* و همکارانش [۱۶] و [۱۷] در سال ۲۰۰۵ با استفاده از یک روش آنالیز زمان- فرکانسی به ترتیب به بررسی ارتعاشات آزاد و اجباری تیر یکسرگیردار دارای ترک باز و بسته شونده^۴ پرداخته‌اند. آنها نشان دادند که فرکانس لحظه‌ای استخراج شده توسط تبدیل هیلبرت بین فرکانس‌های متناظر با حالت‌های کاملاً باز و کاملاً بسته ترک در نوسان است و رفتار آن از

¹ Poly-Propylen

² polyvinilidene Fluoride

³ Delamination

⁴ Opening and Closing Crack

الگوی خاصی پیروی می‌کند که می‌توان از آن برای بررسی مشخصه‌های غیرخطی پاسخ دینامیکی سازه معیوب استفاده کرد.

۱-۲- پیشینه مدل‌های تیر ترک‌دار

۱-۲-۱- مدل‌های ترک باز

برخی از این مدل‌ها عبارتند از: مدل تیر کوتاه، مدل مدول یانگ و ممان اینرسی کاهش‌یافته و مدل افزایش انعطاف‌پذیری. که در بخش‌های بعدی به معرفی آنها می‌پردازیم.

۱-۲-۱-۱- مدل تیر کوتاه

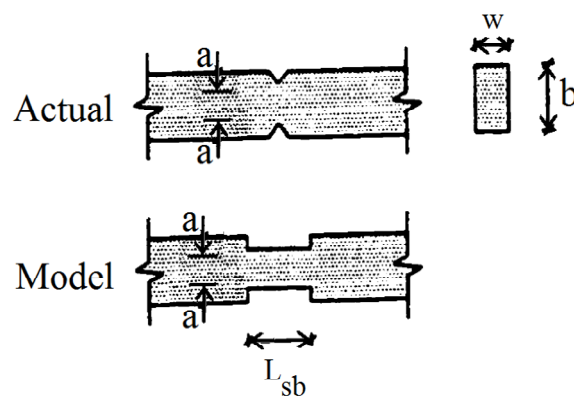
حضور ترک در تیر موجب کاهش سفتی خمشی می‌شود. سفتی خمشی خاصیتی از ماده است که در برابر تغییر شکل خمشی مقاومت می‌کند. در مدل تیر کوتاه تأثیر حضور ترک به صورت کاهش سطح مقطع در محل ترک مدل‌سازی می‌شود. در حقیقت ترک در تیر توسط یک المان تیر کوتاه با سطح مقطع کاهش‌یافته در محل ترک جایگزین می‌شود (شکل ۱-۱). در این مدل میزان کاهش ضخامت به اندازه عمق ترک در نظر گرفته شده و طول تیر کوتاه توسط آزمایشات تجربی به دست می‌آید. تا به امروز این مدل پرکاربردترین مدل ترک بوده است. برای این مدل، حل تحلیلی موجود است و تحلیل المان محدود نیز به راحتی می‌تواند برای بررسی صحت نتایج به کار رود.

Kirsmer [۱۸] در سال ۱۹۴۴ برای اولین بار توسط روش انرژی به بررسی رابطه میان تغییر در

اولین فرکانس طبیعی یک تیر با تکیه‌گاه ساده دارای یک شیار به عمق معین پرداخت. او از داده‌های تجربی برای ارائه عبارتی که طول معادل ناحیه کم ضخامت مدل تیر کوتاه را مشخص می‌کند، استفاده

کرده و به این نتیجه رسیده که اگر طول ناحیه کم ضخامت پنج برابر عمق شیار در نظر گرفته شود، تطابق خوبی بین داده‌های تجربی و نتایج تحلیلی حاصل می‌شود. Thomson [۱۹] در سال ۱۹۴۹ از یک مدل تیر کوتاه برای مشخص نمودن اثر ترک بر روی ارتعاشات عرضی، طولی و پیچشی تیر استفاده کرد. او به این نکته اشاره کرد که این مدل‌سازی تنها در صورتی قابل استفاده است که طول ناحیه کم ضخامت توسط آزمایشات تجربی تعیین شود. Petroski [۲۰] در سال ۱۹۸۱ با انجام آزمایشات خمشی بر روی یک نمونه تیر ترک‌دار و به کمک تئوری مکانیک شکست، یک رابطه تجربی برای طول ناحیه کم ضخامت معادل عیب به دست آورد.

شیار در تیر باعث ایجاد ناپیوستگی در توزیع تنش و در نتیجه تغییر شکل‌های موضعی (مانند کرنش، شیب، انحنا و ...) در همسایگی شیار می‌شود. بنابراین بخشی از تیر در اثر تغییر در توزیع تنش تحمل کمتری در برابر بارهای وارده خواهد داشت. مهمترین کاستی مدل تیر کوتاه در این است که تغییر شکل‌های ناگهانی در محل ترک را در نظر نمی‌گیرد.



شکل ۱-۱- مدل تیر کوتاه [۲۰]

۲-۱-۲-۱-مدل مدول یانگ^۱ و ممان اینرسی کاهش یافته

این مدل اغلب در روش‌های مدل‌سازی المان محدود به کار می‌رود. با توجه به اینکه حضور ترک سبب کاهش موضعی در سفتی خمشی می‌شود، می‌توان تأثیر حضور ترک در سازه را به کمک کاهش فرضی در مدول یانگ سازه در محل ترک مدل‌سازی کرد. مدول یانگ یکی از خاصیت‌های مکانیکی ماده است. اگرچه هر تغییری در سفتی سازه را می‌توان به این روش مدل‌سازی کرد ولی این تغییر یک تغییر حقیقی نیست. استفاده از این مدل در روش المان محدود تنها نیازمند یک تصحیح ساده در المان ترک است و نیاز به ارائه المان جدیدی نمی‌باشد. کاهش ممان اینرسی نیز نشان دهنده فقدان بخشی از سازه است و به نوبه خود می‌تواند کاهش موضعی در سفتی سازه را نشان دهد. توزیع پیچیده تنش و کرنش در ناحیه ترک در این روش به درستی مدل نمی‌شود. Yuen [۲۱] در سال ۱۹۸۵ از این مدل برای بررسی رفتار ارتعاشی یک تیر یکسرگیردار معیوب استفاده کرده است. در تحقیق او بیشتر بر روی حساسیت پارامترهای مودال مانند شکل مودها و انحنای شکل مودها تأکید شده است. Rytter [۲۲] در سال ۱۹۹۳ نشان داد که تغییر در فرکانس‌های طبیعی متناظر با اندازه عیب در این مدل دقت کمی دارد و فرکانس‌ها را بیشتر از آنچه در عمل رخ می‌دهد پیش‌بینی می‌کند.

۳-۱-۲-۱-مدل افزایش انعطاف‌پذیری^۲

حضور ترک در سازه باعث افزایش انعطاف‌پذیری موضعی در محل ترک می‌شود که تابعی از عمق و موقعیت ترک است. این تغییر، رفتار دینامیکی سازه و خواص پایداری آن را دچار تغییر می‌کند. ایده

^۱ Young's Modulus

^۲ Flexibility

اصلی در این مدل بر این اساس استوار است که ناحیه ترک در سازه توسط یک ماتریس انعطاف‌پذیری موضعی مدل‌سازی می‌شود که این ماتریس بر اساس روش انرژی و به کمک اصول مکانیک شکست به دست می‌آید.

برای تشکیل ماتریس انعطاف‌پذیری موضعی یک عضو ترک‌دار، از قضیه انرژی کاستیگلیانو استفاده می‌شود. مؤلفه‌های ماتریس انعطاف‌پذیری C_{ij} از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۳]:

$$C_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial q_j} = \frac{\partial^2}{\partial q_i \partial q_j} \int_0^{A_c} J dA \quad (1-1)$$

که در این رابطه u_i جابجایی سازه ترک‌دار در اثر اعمال نیروی q_j ، J تابع نرخ آزاد شدن انرژی کرنشی^۱ و A_c سطح ترک است. در الاستیسته خطی تابع چگالی انرژی کرنشی تابعی از ضرایب شدت تنش است و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$J = \frac{R}{E} K_I^2 + \frac{R}{E} K_{II}^2 + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (2-1)$$

که در آن ν نسبت پواسون، E مدول الاستیسته، K_I ، K_{II} و K_{III} ضرایب شدت تنش به ترتیب برای مودهای اول، دوم و سوم شکست می‌باشد و

$$R = \begin{cases} 1 & \text{for plane stress} \\ 1-\nu^2 & \text{for plane strain} \end{cases} \quad (3-1)$$

بنابراین ماتریس انعطاف‌پذیری موضعی ناشی از حضور ترک از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial q_j} = \frac{\partial^2}{\partial q_i \partial q_j} \int_0^{A_c} \left\{ \frac{R}{E} K_I^2 + \frac{R}{E} K_{II}^2 + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \right\} dA \quad (4-1)$$

¹ Strain Energy Release Rate

میزان دقت این مدل به میزان اعتبار عبارات به کار رفته برای ضرایب شدت تنش و توصیف دقیق از هندسه ناحیه ترک بستگی دارد.

Crawczuk و *Ostachowicz* [۲۴] در سال ۱۹۹۱ ضریب شدت تنش K_I برای تغییر شکل خمشی تیر با سطح مقطع مستطیلی را به صورت زیر ارائه کرده‌اند:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \Gamma\left(\frac{a}{b}\right) \quad (5-1)$$

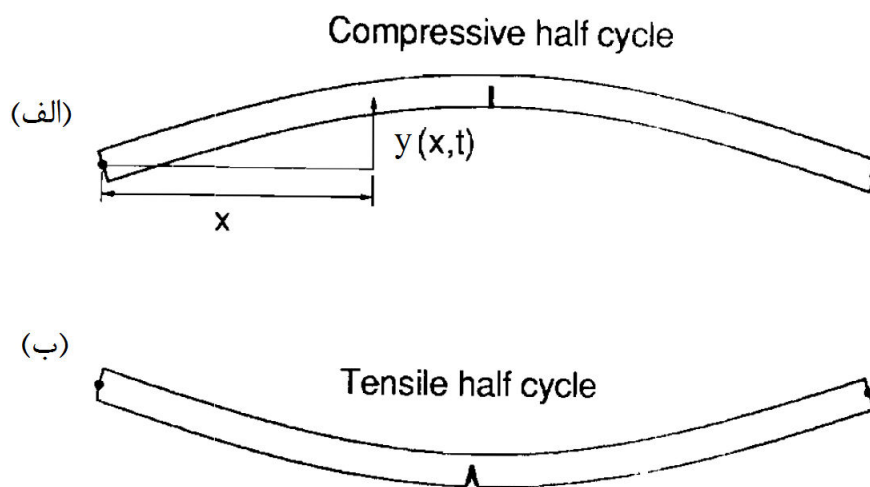
که در آن σ تنش اسمی در محل ترک، a عمق ترک، b ضخامت سطح مقطع تیر و تابع $\Gamma\left(\frac{a}{b}\right)$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Gamma\left(\frac{a}{b}\right) = 1.13 - 1.374\left(\frac{a}{b}\right) + 5.749\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 4.464\left(\frac{a}{b}\right)^3 \quad (6-1)$$

Irwin [۲۵] اولین کسی است که در سال ۱۹۶۰ انعطاف پذیری موضعی را به فاکتور شدت تنش ارتباط داد. *Okamura* و همکارانش [۲۶] در سال ۱۹۷۲ انعطاف‌پذیری سازه را برای بار محوری و گشتاور خمشی در یک تیر ترک‌دار با سطح مقطع مستطیلی مشخص کرده‌اند. آنها تغییرات اولین فرکانس طبیعی یک تیر دو سر آزاد را به صورت تابعی از عمق ترک بررسی کرده‌اند. *Ju* و همکارانش [۲۷] در سال ۱۹۸۲ یک تیر تحت خمش خالص را در نظر گرفته‌اند و از نتایج حاصل برای عیب‌یابی استفاده کرده‌اند. *Dimarogonas* و *Paipetis* [۲۳] در سال ۱۹۸۳ یک ماتریس انعطاف‌پذیری 5×5 برای مدل‌سازی ترک به کار برده‌اند. پیچش در این مدل در نظر گرفته نشده است. *Papadopoulos* و *Dimarogonas* [۲۸] در سال ۱۹۸۷ این ماتریس را با اضافه کردن پیچش تکمیل کرده‌اند و یک ماتریس کامل انعطاف‌پذیری 6×6 به دست آورده‌اند.

۲-۲-۱- مدل های ترک باز و بسته شونده

برخی از محققان نیز به مسأله تیر با ترک باز و بسته شونده پرداخته‌اند. *Ostachowicz* و *Krawczuk* [۲۹] در سال ۱۹۹۴ به بررسی ارتعاشات اجباری تیر یکسرگیردار با ترک باز و بسته شونده پرداخته‌اند. آنها از روش هارمونیک بالانس برای حل معادلات حرکت استفاده کرده‌اند. سفتی پریودیک متغیر با زمان توسط یک تابع موج مربعی با فرکانسی برابر با فرکانس تحریک شبیه‌سازی شده است. *Friswell* و *Penny* [۳۰] در سال ۱۹۹۲ رفتار غیرخطی یک تیر دو سر مفصل با ترک باز و بسته شونده را در مود اول ارتعاشی توسط یک نوسانگر یک درجه آزادی ساده با جرم معادل و سفتی دو خطی مدل‌سازی کرده‌اند. در این مدل فرض می‌شود زمانی که ترک تحت فشار است رفتار تیر مشابه تیر سالم است ولی تحت کشش، سفتی معادل تیر به صورت تابعی از عمق و موقعیت ترک کاهش می‌یابد. وضعیت باز یا بسته بودن ترک به علامت انحنای تیر در محل ترک بستگی دارد که با فرض نوسان تیر در مود اول وضعیت باز یا بسته بودن ترک از روی علامت جابجایی تعیین می‌شود و تابعی از دامنه می‌باشد (شکل ۱-۲).



شکل ۱-۲- تیر دو سر مفصل ترک‌دار در حالت‌های الف- ترک تحت فشار و ب- ترک تحت کشش [۳۰]