

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دانشگاه تفرش

دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

یک آرایه دو بعدی از چاه های پتانسیل دو گانه

برای اتم های فوق سرد

استاد راهنما:

آقای دکتر سعید قنبری

استاد مشاور:

آقای دکتر ناصر راسخی نژاد

دانشجو:

وحیده عابدیه

قدر دانی و تشکر

در ابتدا از استاد راهنمایم جناب آقای دکتر سعید قنبری که در تمام مراحل نگارش این پایان نامه صبورانه مرا یاری نمودند و بنده افتخار شاگردی ایشان را پیدا کرده سپاس گزارم. از پدر و مادر مهربانم که با حمایت های بی دریغ خود همواره مرا یاری کرده اند ممنونم و همچنین از همسر عزیزم که همواره در کنارم بوده تا این کار به سرانجام برسد کمال تشکر را دارم و این پایان نامه را به او تقدیم می کنم.

چکیده

یک آرایه دو بعدی از چاه های پتانسیل دوگانه برای اتم های فوق سرد

بوسیله ی:

وحیده عابدیه

در سال های اخیر، شبکه های اپتیکی امکان مشاهده ی گذار فاز نارسای مات به حالت ابر شاره همچنین مطالعه ی گازهای کوانتومی در ابعاد کم و ماندگاری بالا را فراهم نموده اند. از شبکه های مغناطیسی، که شامل آرایه های تناوبی از سیم های حامل جریان و یا تراشه هایی با مغناطش دایمی هستند همانند شبکه های اپتیکی به منظور به تله اندازی، کنترل و مطالعه ی ابرهای کوچکی از اتم های فوق سرد یا چگاله های بوز-اینشتین استفاده می شود. برای تولید شبکه های مغناطیسی به اشعه لیزر و ملاحظات مربوط به نا پایداری و نا همدوسی باریکه لیزر نیازی نیست. ایجاد آرایه ای از تله های مغناطیسی دوگانه با استفاده از آهنرباهای مغناطیسی دایم در ساخت کامپیوترهای کوانتومی کاربرد دارد. با استفاده از سه آرایه از بره های مغناطیسی مستطیل شکل می توان یک شبکه دو بعدی از چاه های پتانسیل دوگانه ایجاد کرد. در این پایان نامه ضمن معرفی انواع شبکه های مغناطیسی دایم به محاسبه ی ویژگی های مهم این تله های مغناطیسی دوگانه خواهیم پرداخت. بنا به فرض تله های مغناطیسی ایجاد شده توسط آهنرباهای دایم دارای بسامد تله ای به اندازه کافی بزرگ برای به دام اندازی اتم های فوق سرد هستند.

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

مقدمه ۱

فصل اول: اتم های فوق سرد

۱-۱ مقدمه ۳

۲-۱ بوزون ها و فرمیون ها ۵

۳-۱ سیستم ایده ال بوزونی ۶

۴-۱ سرمایه گذاری اتم ها ۱۰

۵-۱ گاز های کوانتومی فوق سرد ۱۱

۱-۵-۱ تشدید فشاخ ۱۳

۶-۱ چگاله ی بوز- اینشتین چرخشی ۱۴

۱-۶-۱ تشکیل حالت های گردابی در چگاله ۱۵

فصل دوم: سرد سازی و به دام اندازی اتم ها

۱-۲ ساختار اتمی ۱۷

۲-۲ اتم در حضور میدان الکتریکی ۱۸

۱-۲-۲ بررسی حرکت اتم در میدان لیزری ۱۸

۲-۲-۲ نیروی وارد بر اتم در میدان لیزر ۱۹

۳-۲ سرمایه گذاری لیزری ۱۹

۴-۲ تله ی مغناطو- اپتیکی ۲۱

- ۲-۵ خلاصه سرمایش لیزری..... ۲۳
- ۲-۶ سرمایش تبخیری ۲۳
- ۲-۷ چاه دوگانه و حالت پایه ی آن برای ابر شاره و نارسانای مات ۲۴

فصل سوم: آرایه ای از تله های مغناطیسی

- ۳-۱ مقدمه..... ۲۸
- ۳-۲ تله های مغناطیسی..... ۲۹
- ۳-۳ حرکت کلاسیکی اتم ها در تله ی چهار قطبی مغناطیسی..... ۳۱
- ۳-۳-۱ تصویر ساده ای از حرکت کلاسیکی در تله ۳۲
- ۳-۳-۲ محاسبات عددی مدارها ۳۳
- ۳-۴ حرکت کوانتومی در یک تله ۳۵
- ۳-۴-۱ محاسبات کوانتومی..... ۳۵
- ۳-۴-۲ محاسبات اکتشافی حرکت کوانتومی اتم ها در تله مغناطیسی ۳۶
- ۳-۴-۳ محاسبات کوانتومی سه بعدی ۳۶
- ۳-۴-۴ آزمایش ها در حوزه ی کوانتومی ۳۷
- ۳-۵ میکرو تله ها ۳۸
- ۳-۵-۱ آرایه های U و Z ۴۰

فصل چهارم: شبکه های مغناطیسی

- ۴-۱ مقدمه ۴۳
- ۴-۲ آرایه ای از آهنربا های مربعی شکل با ضخامت متفاوت..... ۴۴

- ۴۶.....۱-۲-۴ سه آرایه از آهنرباهای مربعی شکل با ضخامت متفاوت.....
- ۴۸.....۲-۲-۴ آرایه ی شطرنجی از آهنرباهای مربعی.....
- ۴۹.....۳-۴ دو آرایه ی متقاطع از آهنرباهای متقاطع موازی در یک زاویه دلخواه.....
- ۵۶.....۴-۴ سه آرایه ی موازی از آهنرباهای مستطیلی شکل.....
- ۶۲.....نتیجه گیری.....
- ۶۳.....پیوست (الف).....
- ۶۷.....پیوست (ب).....
- ۷۷.....مراجع.....

مقدمه

امروزه به وسیله روش های سرمایش لیزری^۱ که در اوایل سال ۱۹۸۰ به دلایل مختلف پایه گذاری شد، زمینه ی مطالعاتی مهمی را برای دانشمندان عرصه های مختلف فیزیک به وجود آورد. طیف سنجی با تفکیک پذیری بالا از نتایج مهم این دستاورد به شمار می آید که باعث رشد تکنیک های دیگر در به دام اندازی و محدود کردن اتم ها می شود و بحث اصلی ما در این پایان نامه اشاره ای به این روش های محدود سازی و یا همان به تله انداختن اتم ها است.

تولید پتانسیل های تناوبی با ابعاد مختلف برای شبکه های لیزری (اپتیکی) و یا شبکه های مغناطیسی عمر چندانی ندارد و به چند دهه ی قبل بر می گردد. در سال ۱۹۶۸ لتوکو^۲ پیش بینی کرد که می توان اتم ها را در ناحیه ای به اندازه ی طول موج یک موج ایستا به دام انداخت [۱] و این کار به وسیله ی نیروی دو قطبی ناشی از برهمکنش فوتون- اتم انجام می شود. در مورد شبکه های لیزری این کار با وارد کردن تعدادی از پرتو های لیزری مختلف در یک، دو یا سه بعد انجام می شود. آزمایش های مربوط به اتم های سرد در شبکه های اپتیکی فرصت های مطالعاتی را برای تست نظریات سیستم های ماده چگال فراهم کرده است. به عنوان نمونه در مورد توصیف اتم های بوزونی در شبکه اپتیکی توسط مدل بوز-هابارد^۳ که برای فیزیکدانان ماده چگال آشناست، کار های زیادی انجام شده است. هم چنین شبکه های اپتیکی کاندیدای مناسبی در استفاده از اطلاعات کوانتومی^۴ هستند زیرا از آن ها برای جا دادن اتمها در مکانهای خاص استفاده می شود. از آرایه های اپتیکی هم چنین در انتقال اطلاعات کوانتومی می توان استفاده نمود چرا که این آرایه ها می توانند به عنوان حافظه های ذخیره کننده برای کامپیوترهای کوانتومی که بر پایه اتم های خنثی هستند استفاده شوند و شاید در آینده نزدیک ساخت این حافظه های کوانتومی آغاز شود. همچنین این شبکه ها ابزار قدرتمندی برای مطالعه و انجام آزمایش های اساسی مکانیک کوانتومی مانند گاز های کوانتومی کم بعد [۲] و آزمایش های مربوط به پدیده تونل زنی کوانتومی شامل گذار فاز از حالت ابر شار به حالت نارسانای مات^۵ هستند [۳ و ۴]. مشخصات این شبکه ها را می توان از خارج کنترل کرد. ثابت های شبکه، ارتفاع سد پتانسیل و پارامتر های بر هم کنش به طور آزمایشگاهی با تغییر شدت میدان لیزر ها تغییر پذیرند. در شبکه های اپتیکی با افزایش عمق شبکه، اتم ها از حالت ابر شار به حالت عایق مات گذار فاز انجام می دهند.

^۱ Laser Cooling

^۲ Lethokhov

^۱ Bose-Hobbar

^۲ Quantum information

^۳ Mott Insulator

گزینه ی دیگری نیز برای تولید پتانسیل های تناوبی به منظور به دام اندازی اتم های فوق سرد وجود دارد و آن استفاده از شبکه های مغناطیسی است و این کار با استفاده از پتانسیلهای مغناطیسی که به شکل آرایه های تناوبی از میکروتله های مغناطیسی است، انجام می شود. به طور خلاصه شبکه های مغناطیسی به وسیله سیم های حامل جریان و آهنربا های دائم بر روی تراشه های اتمی ساخته شده است. بحث اصلی ما در این پایان نامه (فصل چهارم) استفاده از شبکه های مغناطیسی است که بر پایه ی فیلم های مغناطیسی دائم به وجود آمده اند و مزیت هایی نسبت به شبکه های اپتیکی و همین طور شبکه های مغناطیسی که بر پایه سیم های حامل جریان به وجود آمده اند، دارند که در ادامه به ذکر چند مورد از آن ها می پردازیم. در این شبکه ها دیگر مشکلات مربوط به پرتو های لیزری، مانند شدت بالا یا پراش نور یا ناهمدوسی به خاطر گسیل های خود به خودی، وجود ندارد. همچنین این شبکه ها قادر به تولید چاه های پتانسیل تجدید پذیر و پایدار با کمترین اختلال هستند. از طرفی این شبکه ها را می توان با عمق تله زیاد و خمیدگی میدان مغناطیسی بزرگ تولید کرد که منجر به ایجاد بسامد های تله ای بزرگ می شوند. در این شبکه ها بر خلاف شبکه هایی که از سیم های حامل جریان به وجود آمده، اتلاف گرمایی وجود ندارد. به منظور تولید ساختار هایی از شبکه های مغناطیسی که در فصل چهارم ارائه می شوند، ابتدا ریز ساختار های سیلیکونی با دوره تناوب مشخص را با فیلمهای مغناطی - اپتیکی چند لایه $Tb_{10}Gd_6Fe_{80}Co_4/Cr$ می پوشانند [۵]. چنین ساختار هایی همراه با مغناطش عمودی و میدان مغناطیسی خارجی، می توانند شبکه تناوبی مغناطیسی تولید کنند.

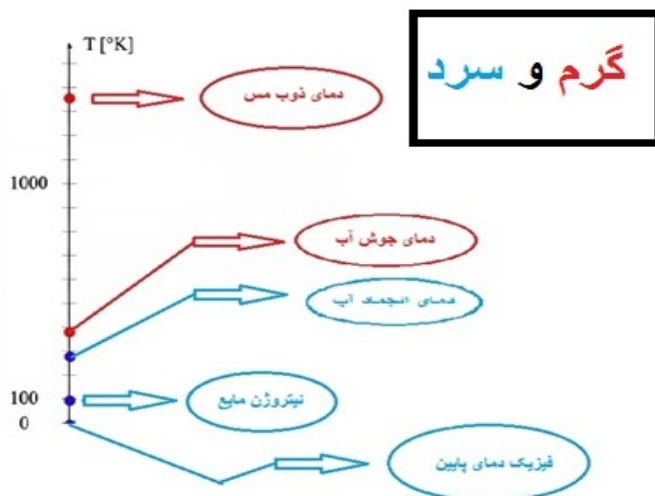
در فصل اول به توضیح اتم های فوق سرد از نوع بوزونی و فرمیونی و بر همکنش بینشان پرداخته و با تعریف حالت چگالیده و بررسی آماری آن، به نحوه ی تشکیل حالت های گردابی در چگالیده می پردازیم. در فصل دوم به روشهای سرد سازی (سرمایهش لیزری، سرمایهش تبخیری) در گاز اتم های قلیایی می پردازیم که نقش بسیار مهمی را در دستیابی یابی به چگالش بوز- اینشتین^۷ ایفا نموده اند. در فصل سوم تله های مغناطیسی و انواع آنها معرفی شده و سپس به بیان حرکت کلاسیکی و کوانتومی اتمها در تله های مغناطیسی پرداخته شده است. در فصل چهارم با پیشنهاد آرایه ای از آهنربا های مقاطع مستطیلی شکل به منظور تولید میکروتله های مغناطیسی با شرط کمینه ی پتانسیل غیر صفر، به حل تحلیلی با فرض نامتناهی بودن شبکه ی مغناطیسی پرداخته و با محاسبه ی کمیت های مختلف فیزیکی، در نهایت با محاسبات عددی مقایسه شده اند.

فصل اول

اتم های فوق سرد

۱-۱ مقدمه

در سال های اخیر زمینه ی پژوهشی جدیدی تحت عنوان اتم های فوق سرد به وجود آمده است. مطالعه ی اتم ها در دماهای خیلی پایین به منظور بررسی و مشاهده ی اثر های کوانتومی است که تنها در دما های خیلی پایین محسوس هستند. حال این سوال پیش می آید که چه دماهایی پایین و چه دماهایی بالا هستند؟ شکل (۱-۱) پاسخ این سوال را می دهد.

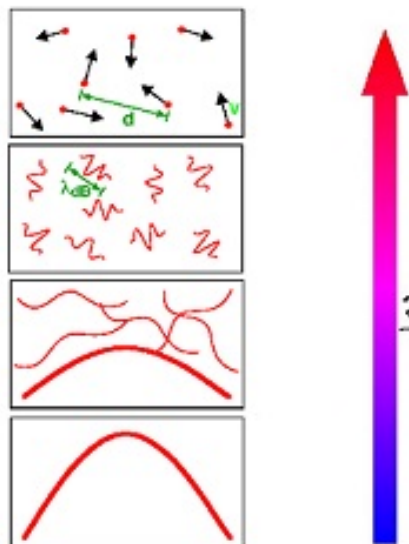


شکل ۱-۱: در این نمودار می توان معیاری از دماهای پایین و دماهای بالا در فیزیک را مشاهده کرد. با توجه به شکل اتم های فوق سرد در نزدیکی دمای صفر قرار دارند [۶].

عاملی که اتم های فوق سرد را از اتم های دیگری که در دمای اتاق قرار دارند متمایز می کنند این است که این اتم ها در محدوده ی حالت های تبهگن کوانتومی و یا نزدیک به این حالت ها هستند. این اتفاق زمانی می افتد که طول موج دو بروی این اتمها قابل مقایسه با فاصله ی بین ذره ای اتم ها باشد. با توجه به اصل عدم قطعیت $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ می توان انرژی جنبشی اتم ها را در حدود انرژی حرارتی آن ها در نظر گرفت. بنابر این داریم:

$$\frac{(\Delta P)^2}{2m} \sim k_B T \rightarrow \Delta X \sim \frac{\hbar}{\Delta P} \sim \frac{\hbar}{\sqrt{2mk_B T}} \equiv \lambda_T \quad (1-1)$$

با توجه به رابطه ی بالا با کاهش دما طول موج حرارتی افزایش پیدا می کند و مطابق شکل (۲-۱) زمانی که دما به اندازه کافی پایین آورده شود اتم ها رفتار کاملا موج گونه پیدا می کنند و دارای تابع موج یکسانی خواهند بود.



شکل ۲-۱: با کاهش دما اتم ها دیگر ذرات نقطه ای و منفرد سابق نیستند؛ در این حالت تمیز ناپذیرند و رفتار های موج گونه دارند. همچنین در این حالت همه ی اتم ها را می توان با یک تابع موج توصیف کرد [۷].

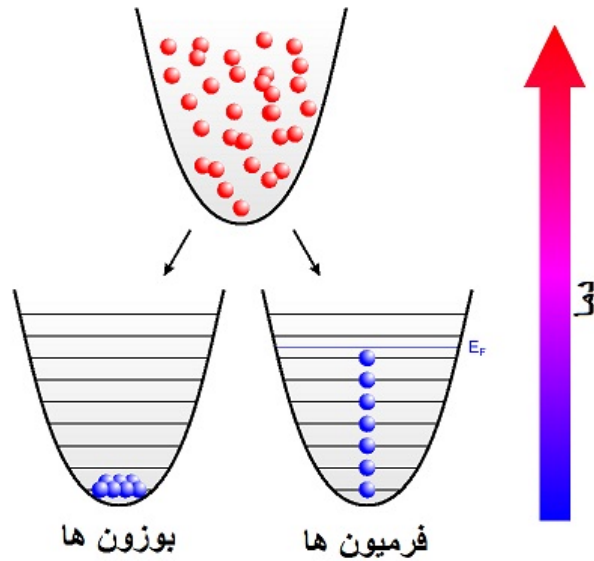
۲-۱ بوزون ها و فرمیون ها

در صورتی که سیستمی متشکل از ذرات یکسان غیر بر هم کنشی داشته باشیم می توانیم حالت های مختلف تک ذره ای را به صورت ۱، ۲، ۳ و ... شماره گذاری کنیم که رابطه ی انرژی حالت های مختلف به صورت $\epsilon_1 \leq \epsilon_2 \leq \epsilon_3 \dots \leq \epsilon_r$ خواهد بود. برای یک گاز n ذره ای حالت گاز به صورت مجموعه ای از اعداد n_r که عدد اشغال نامیده می شوند نمایش داده می شوند که این اعداد تعداد ذرات در یک حالت تک ذره است. طبق اصل موضوعه ی مکانیک کوانتومی عدد اشغال نمی تواند هر مقداری را اختیار کند. دو حالت خاص برای تعداد ذرات در هر حالت داریم که به اختصار شرح می دهیم.

حالت اول: هیچ قیدی بر روی عدد اشغال وجود ندارد و این اعداد تمامی مقادیر صحیح را می توانند اختیار کنند. این نوع ذرات را در سیستم های بس ذره ای با آماری که تحت عنوان آمار بوز - اینشتین خوانده می شود مورد مطالعه قرار می دهند. در این حالت ذرات را بوزون می نامند و بوزون ها ذراتی با اسپین صحیح هستند. تابع موج یک سیستم بس ذره ای که شامل بوزون های یکسان، تحت جا به جایی دو ذره متقارن است. یکی از خصوصیات بوزون ها این است که می توان حالاتی را اشغال کنند که قبلا توسط بوزونی دیگر اشغال شده است. نمونه ی معروف بوزون ها، فوتون ها هستند.

حالت دوم: در این حالت عدد اشغال تنها مقادیر خاصی را می تواند اختیار کند. به این ترتیب که یک ذره تنها می تواند یکی از دو حالت صفر یا یک را اشغال کند یعنی عدد اشغال به ازای تمامی مقادیر یا صفر و یا یک است. در مطالعه ی ذراتی که از این قانون پیروی می کنند از آمار فرمی - دیراک^۲ استفاده می شود و این ذرات هم فرمیون نامیده می شوند که فرمیون ها ذراتی با اسپین نیم صحیح هستند و تابع موجشان نسبت به جا به جایی دو ذره غیر متقارن است. فرمیون ها نمی توانند حالاتی را اشغال کنند که قبلا توسط فرمیونی دیگر اشغال شده است و بیش از یک فرمیون در یک حالت کوانتومی نمی تواند حضور داشته باشد که دلیل آن اصل طرد پاولی^۳ است [۸].

در شکل (۱-۳) شماتیکی از این ذرات در دماهای بالا و پایین نمایش داده شده است.



شکل (۳-۱): با توجه به شکل بوزون ها و فرمیون ها در دماهای پایین رفتارهای کاملاً مختلفی از خود نشان می دهند، به عنوان مثال بوزون ها می توانند حالتی را اشغال کنند که قبلاً توسط بوزونی دیگر اشغال شده است. در مقابل بیش از یک فرمیون در یک حالت کوانتومی نمی تواند حضور داشته باشد که دلیل آن اصل طرد پاولی است [۹].

۳-۱ سیستم ایده ال بوزونی

همانطور که می دانیم می توان در تعادل ترمودینامیکی عدد اشغال میانگین یک حالت تک ذره ای در توزیع بوزونی را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\langle n(\varepsilon) \rangle = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} - 1} \quad (۲-۱)$$

که در آن ε انرژی حالت تک ذره ای و μ پتانسیل شیمیایی سیستم است. در آنسامبل کانونیک بزرگ^۴ تابع پارش سیستم به صورت $\frac{PV}{kT} = q = Ln z = -\sum Ln(1 - ze^{-\beta\varepsilon})$ است که در آن $z = e^{\frac{\mu}{kT}}$ فوگاسیته^۵ سیستم است، همچنین می توان تعداد ذرات سیستم را به این صورت تعریف کرد:

$$N = \sum_{\varepsilon} \langle n(\varepsilon) \rangle = \sum_{\varepsilon} \frac{1}{z^{-1}e^{-\beta\varepsilon} - 1} \quad (3-1)$$

برای حجم بزرگ V می توان انرژی را به صورت پیوسته در نظر گرفت و در روابط بالا از \int به جای \sum استفاده کرد. بنابراین چگالی حالت هایی که انرژی شان بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ است را به صورت $a(\varepsilon)d\varepsilon = (2\pi V / \hbar^3)(2m)^{3/2}\varepsilon^{1/2}d\varepsilon$ نوشت، در انرژی $\varepsilon = 0$ این چگالی حالت ها صفر می شود که از دید کوانتوم مکانیک اشکال دارد پس باید سهم انرژی صفر را از انتگرال به صورت زیر جدا کرد:

$$\frac{PV}{kT} = -\frac{2\pi V}{\hbar^3}(2m)^{3/2} \int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} \text{Ln}(1 - ze^{-\beta\varepsilon}) d\varepsilon - \text{Ln}(1-z) \quad (4-1)$$

با حذف V از طرفین معادله داریم:

$$\frac{P}{kT} = -\frac{2\pi}{\hbar^3}(2m)^{3/2} \int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} \text{Ln}(1 - ze^{-\beta\varepsilon}) d\varepsilon - \frac{1}{V} \text{Ln}(1-z) \quad (5-1)$$

برای بدست آوردن چگالی ذرات که در معادله ی (۳-۱) آمده است می توان علامت جمع را همانند رابطه ی (۴-۱) به انتگرال تبدیل کرد و به رابطه ی زیر رسید:

$$\frac{N}{V} = \frac{2\pi}{\hbar^3}(2m)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{z^{-1}e^{-\beta\varepsilon} - 1} + \frac{1}{V} \frac{z}{1-z} \quad (6-1)$$

اگر $z \ll 1$ باشد آنگاه دو جمله ی $\frac{1}{V} \text{Ln}(1-z)$ و $\frac{1}{V} \frac{z}{1-z}$ در مرتبه ی $\frac{1}{N}$ هستند و می توان از آن ها در جملات بالا صرفه نظر کرد ولی وقتی z افزایش می یابد و به عدد یک نزدیک می شود آنگاه جمله ی $\frac{1}{V} \frac{z}{1-z}$ برابر است با $\frac{N_0}{V}$ که در آن N_0 تعداد ذراتی است که در حالت پایه $\varepsilon = 0$ قرار می گیرند. در این حالت سهم کثیری از تعداد ذرات کل سیستم که آن را با N نشان می دهیم در حالت پایه قرار دارند که همان چگالش بوز-اینشتین^۶ است.

حال اگر تغییر متغیر $\beta\varepsilon = P^2 / 2mkT = x$ را در نظر بگیریم از معادله ی (۵-۱) با انتگرال جز به جز به رابطه ی زیر می

رسیم:

$$\frac{P}{kT} = -\frac{2\pi}{\hbar^3}(2mkT)^{3/2} \int_0^{\infty} x^{1/2} \text{Ln}(1 - ze^{-x}) dx = \frac{1}{\lambda^3} g_{5/2}(x) \quad (7-1)$$

که در آن $g_\nu(z)$ تابع بوز-اینشتین است که در معادله ی بالا مقدار ν برابر با $\frac{5}{2}$ است و این تابع به این صورت تعریف شده است:

$$g_\nu(z) = \frac{1}{\Gamma} \int_0^\infty \frac{x^{\nu-1}}{z^{-1}e^x - 1} dx = z + \frac{z^2}{2^\nu} + \frac{z^3}{3^\nu} + \dots \quad (۸-۱)$$

در رابطه ی (۷-۱)، λ طول موج گرمایی است که به صورت $\lambda = h / (\nu \pi m k T)^{1/\nu}$ تعریف می شود.

با استفاده از رابطه ی (۶-۱) می توان تعداد ذرات موجود در حالات برانگیخته ی سیستم را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\frac{N - N_0}{V} = \frac{2\pi(2mkT)^{3/2}}{h^3} \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{z^{-1}e^x - 1} = \frac{1}{\lambda^3} g_{3/2}(x) \quad (۹-۱)$$

حال برای محاسبه ی انرژی داخلی سیستم از رابطه ی $U = -(\partial/\partial\beta)(Lnz)$ استفاده کرده که در آن همان تابع پارش سیستم است، بنابراین داریم:

$$U = -\left(\frac{\partial}{\partial\beta} Lnz\right) = kT^2 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{PV}{kT}\right)_{z,\nu} = kT^2 V g_{5/2}(z) \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{\lambda^3}\right) \quad (۱۰-۱)$$

$$U = \frac{3}{2} kT \frac{V}{\lambda^3} g_{5/2}(z) \rightarrow P = \frac{2U}{3V} \quad (۱۱-۱)$$

برای مقادیر کم z یعنی در دماهای بالا می توان از N_0 در مقابل N صرفه نظر کرد که در این حالت چگالی ذرات سیستم به صورت زیر است:

$$\frac{N}{V} = n = \frac{2\pi(2mkT)^{3/2}}{h^3} \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{z^{-1}e^x - 1} = \frac{1}{\lambda^3} g_{3/2}(x) \quad (۱۲-۱)$$

از روابط بالا می توان تعداد ذرات موجود در حالت های برانگیخته یعنی حالتی با $\mathcal{E} \neq 0$ را زمانی که $z \rightarrow 1$ در دماهای بالا رخ می دهد و $N_e = N$ است را به صورت زیر نوشت:

$$N_e = \frac{V}{h^3} (2\pi mkT)^{3/2} g_{3/2}(z) \quad (۱۳-۱)$$

در محدوده ی $0 \leq z \leq 1$ بیشترین مقدار تابع بوز-اینشتین $g_{3/2}$ را با قرار دادن $z = 1$ می توان بدست آورد:

$$g_{3/2}(1) = g_{\max} = 1 + \frac{1}{2^{3/2}} + \frac{1}{3^{3/2}} + \dots = \zeta\left(\frac{3}{2}\right) = 2.62 \quad (۱۴-۱)$$

که در آن $\zeta(3/2) \geq g_{3/2}(z)$ تابع ریمنان^۷ است. در حالت کلی داریم:

بنابراین طبق رابطه ی (۱۳-۱) بیشترین تعداد ذرات یا اتم هایی که می توانند در حالت های برانگیخته قرار گیرند به صورت زیر است:

$$N_e \leq \frac{V}{h^3} (2\pi mkT)^{3/2} \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \quad (۱۵-۱)$$

طبق رابطه ی بدست آمده در (۱۵-۱) محدودیتی در تعداد ذرات قرار گرفته در حالت های برانگیخته به وجود می آید بنابراین اگر تعداد ذرات کل سیستم از این مقدار کمتر باشد تمام ذرات در حالت های برانگیخته ی سیستم قرار خواهند گرفت و $N_e \simeq N$ است. حال اگر تعداد کل ذرات سیستم افزایش یابد این حالت های برانگیخته می توانند تا مقدار بیشینه ی ذکر شده در رابطه فوق را در خود جای دهند و بقیه ی ذرات به ناچار در تراز پایه $\varepsilon = 0$ قرار خواهند گرفت که تعداد کل آن ها با رابطه ی زیر داده می شود:

$$N_0 = N - N_e = N - \frac{V}{h^3} (2\pi mkT)^{3/2} \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \quad (۱۶-۱)$$

پس اگر تعداد ذرات کل سیستم بزرگ باشد آنگاه تعداد زیادی از آن ها در این حالت پایه قرار می گیرند که همان چگالش ذرات است. در حالت کلی شرطی که چگالش بوز-اینشتین در آن اتفاق می افتد را می توان به صورت زیر نوشت:

$$N > \frac{V}{h^3} (2\pi mkT)^{3/2} \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \quad (۱۷-۱)$$

اکنون اگر تعداد ذرات سیستم و حجم آن ثابت بمانند می توان این شرط را روی دما گذاشت و به دمای بحرانی سیستم دست یافت. این دما، دمایی است که در آن فرض می شود تمام اتم های سیستم در حالت برانگیخته قرار دارند و در دما های پایینتر از آن اتم ها به حالت پایه ریزش می کنند و چگالش اتفاق می افتد. به جای شرط (۱۷-۱) داریم:

$$T < T_c = \frac{h^2}{2\pi mk} \left(\frac{N}{V \zeta\left(\frac{3}{2}\right)} \right)^{2/3} \quad (۱۸-۱)$$

T_c دمای بحرانی سیستم است که به چگالی و جرم اتم ها بستگی دارد. در حد $T < T_c$ سیستم ترکیبی از دو فاز متفاوت است:

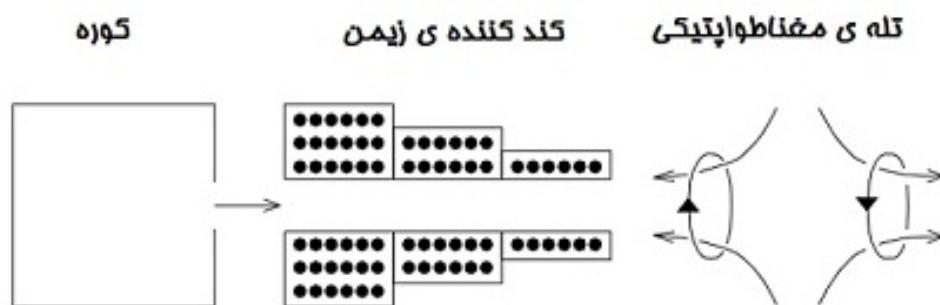
۱. فاز نرمال: که در آن تعداد $N_e = N \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2}$ ذره در حالت های برانگیخته ی $\varepsilon \neq 0$ قرار دارند.

۲. فاز چگالیده: که در آن تعداد $N_0 = N - N_e = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \right]$ ذره در حالت پایه $\epsilon = 0$ قرار دارند.

۱-۴ سرمایه‌ش اتم ها

اختراع لیزر باعث به وجود آمدن روش های پیشرفته ای در سرد کردن اتم ها شده است. آزمایش شماتیک شکل (۱-۴) را با توجه به شکل آن می توان این چنین توصیف کرد:

باریکه ای از اتم های سدیم که از کوره ای با دمای حدود ۶۰۰ کلوین خارج می شود که در این دما اتم ها دارای سرعت ۸۰۰ متر بر ثانیه هستند. این پرتو سدیم از دستگاهی به نام کند کننده زمین عبور کرده و طی عبور از آن سرعت اتم ها به حدود ۳۰ متر بر ثانیه می رسد که معادل ۱ کلوین است. در دستگاه زمین لیزرهای که فرکانس آن ها زیر فرکانس گذار اتمی تنظیم شده است در جهت مخالف حرکت این اتم ها به آن ها تابیده می شود و نیروی ناشی از فشار تابشی بر خورد فوتون ها با این اتم ها باعث کاهش سرعت آن ها می شود که توصیف شبه کلاسیکی سرمایه‌ش لیزری است. سرعت این اتم های سدیم به اندازه ای پایین آورده شده که می توان آن ها را در تله ی مغناطو-اپتیکی^۹ به دام انداخت.



شکل ۱-۴: یک آزمایش خاص برای سرمایه‌ش اتم های سدیم. باریکه ای از اتم های سدیم که از کوره ای با دمای حدود ۶۰۰ کلوین خارج می شود و از دستگاهی به نام کند کننده زمین عبور کرده و طی عبور از آن با تابش پرتو های لیزری در جهت مخالف حرکت این اتمها، سرعتشان به حدود ۳۰ متر بر ثانیه می رسد که معادل ۱ کلوین است [۱۰].

از نظر مکانیک کوانتومی تکانه ی اتم ها به وسیله ی فرایند جذب و گسیل فوتون ها کم می شود. البته می دانیم که اثر دوپلر باعث تغییر فرکانس دریافتی توسط اتم ها می شود، بنابراین اگر فرکانس نور لیزر زیر فرکانس گذار اتمی تنظیم شود اتمهایی که در خلاف جهت انتشار نور لیزر حرکت می کنند فوتون های بیشتری را جذب و گسیل می کنند و سرعت این اتم ها کم می شود، اما اتمهایی که همسو با نور لیزر حرکت می کنند فرکانس نور لیزر را کمتر از فرکانس تشدید خواهند دید و در نتیجه فوتون های کمتری را جذب و گسیل می کنند و سرعت این اتم ها کمتر تغییر می کند.

اتمهایی که از این دستگاه خارج می شوند آنقدر کند هستند که می توان آن ها را در تله های مغناطو-اپتیکی گیر انداخت. در نهایت در این تله ها نیز می توان با استفاده از دیگر روش های سرمایشی مانند سرمایش تبخیری، دما را باز هم کاهش داد. این روش اتم های نسبتاً پراکنده را از سیستم خارج می کنند تا انرژی میانگین اتم های باقیمانده در سیستم کاهش پیدا کنند.

۱-۵ گازهای کوانتومی فوق سرد

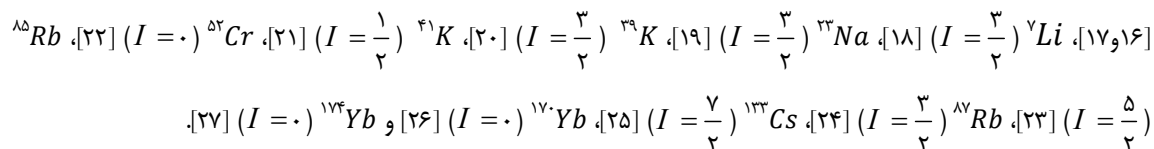
در سال ۱۹۲۵ اینشتین پیش بینی مهمی در مورد ابر های اتمی متشکل از ذرات بوزونی در دماهای پایین کرد. وی معتقد بود در این وضعیت تمام این ذرات بوزونی در یک حالت کوانتومی یکسان جمع می شوند.

به منظور تصور این وضعیت که بعد ها به چگاله ی بوز - اینشتین معروف شد، بایستی یک گازی از اتم های بوزونی که بر هم کنش ضعیفی با هم دارند را در دمای به اندازه کافی پایین T و چگالی به اندازه بالای n در نظر گرفت. در این دماها دیگر اتم ها، ذرات منفرد سابق نیستند و رفتارهای موج گونه دارند و بسته های موج با یکدیگر همپوشانی دارند. در این حالت بایستی

برای چگالی فضای فاز $n\lambda_{dB}^3 = 2/6$ ، داشته باشیم که $\lambda_{dB} = h / (\sqrt{2\pi m k_B T})$ طول موج دو بروی اتم ها است. برای ابری از اتم های ^{87}Rb با چگالی $n = 10^9$ سانتی متر مکعب در دمای $T = 300$ K چگالی فضای فاز در حدود 10^{-18} است. حالا به منظور مشاهده ی چگاله ی بوز - اینشتین لازم است که چگالی فضای فاز 10^{18} برابر شود. بعد از سرمایش لیزری و به دام انداختن اتم ها در تله های مغناطو-اپتیکی دما به $T = 30 \mu K$ کاهش می یابد و حدود $n \approx 10^{10}$ اتم در هر سانتی متر مکعب خواهیم داشت و چگالی فضای فاز نیز به 10^{-7} افزایش پیدا می کند. برای اینکه به مقادیر مربوط به چگاله ی بوز- اینشتین برسیم این بار از روش سرمایش تبخیری استفاده می شود و با در نظر گرفتن $n \approx 10^{14}$ اتم در هر سانتی متر مکعب دما به $T = 500$ nK کاهش می یابد. هفتاد سال از پیش بینی اینشتین گذشت تا برای اولین بار چگاله ی بوز- اینشتین در یک ابر گازی با برهم کنش ضعیف مشاهده شد، این کار در سال ۲۰۰۱ منجر به برد جایزه ی نوبل توسط آقایان کرنل، کترلی و وایمن شد [۱۲ و ۱۱].

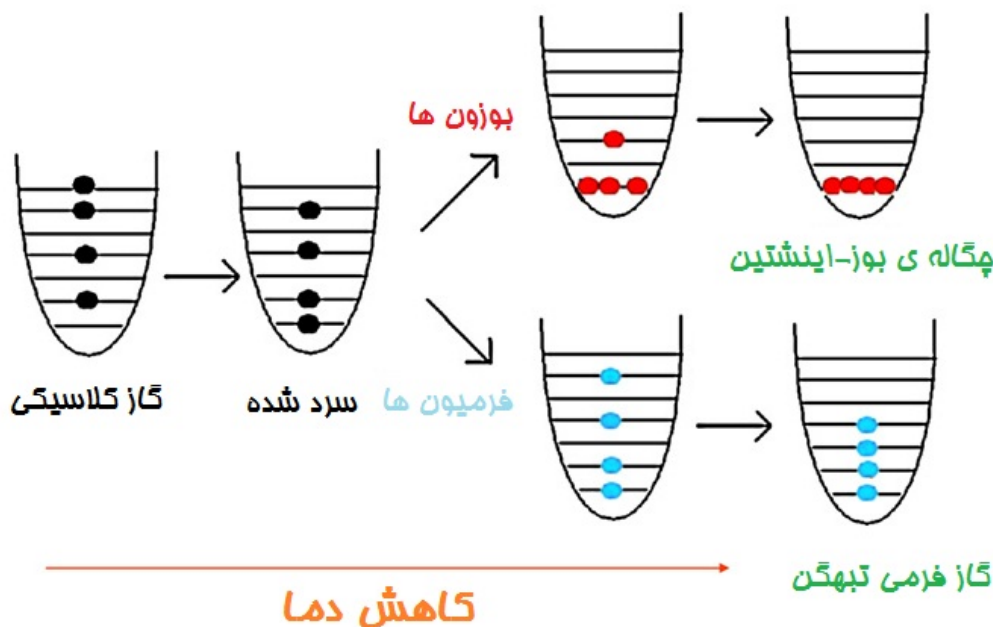
در چگاله ی بوز- اینشتین اتم ها در پایین ترین حالت کوانتومی چاه پتانسیل به دام می افتند [شکل ۱-۵] و در واقع ابر شاره ای از ذرات با برهمکنش ضعیف هستند و در صورت چرخش شبکه های گردابی را به وجود می آورند [۱۳ و ۱۴]. چگالش بوز

اینشتین در مورد ۹ عنصر و ۱۲ ایزوتوپ شناسایی شده است که عبارتند از: 1H (اسپین هسته $I = \frac{1}{2}$)، 4He ($I = 0$)



در مقابل در یک گاز فرمی تبهگن، اتم های فرمیونی در یک حالت اسپینی یکسان، حالت های کوانتومی مختلفی را طبق اصل طرد پاولی در چاه پتانسیل اشغال می کنند و به طور متوالی شروع به پر کردن حالت های کوانتومی از پایین ترین حالت می کنند [شکل ۵-۱]. اولین گاز فرمی تبهگن در سال ۱۹۹۰ در مورد عنصر ${}^4\text{K}$ محقق شد [۲۸].

تنها تعداد کمی از ایزوتوپ ها فرمیون هستند و در طبیعت به ندرت یافت می شوند. تا کنون چهار عنصر از گازهای فرمی تبهگن تولید شده است که به ترتیب: ${}^3\text{He}$ (فراوانی در طبیعت: 0.00013% ؛ $[29] (I = \frac{1}{2})$ ، ${}^6\text{Li}$ ($I = 1; 7/59\%$)، $[30] (I = \frac{5}{2})$ ، ${}^{40}\text{K}$ ($I = 4; 0.012\%$) و $[28] (I = \frac{5}{2}; 16/13\%)$ ${}^{173}\text{Yb}$ [۳۱].



شکل ۵-۱: در این شکل رفتار اتم های فوق سرد بوزونی و فرمیونی به دام افتاده در یک چاه پتانسیل، به نمایش در آمده است [۹].

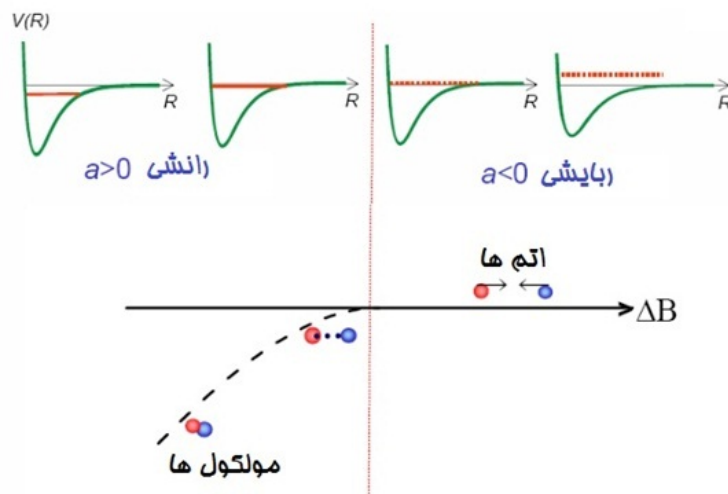
۱-۵-۱ تشدید فشباخ

یکی از ویژگی های جالب توجه اتم های فوق سرد این است که می توان با دقت زیاد برهمکنش بین اتم ها را در محدوده ی بزرگ تنظیم کرد. اکثر خصوصیات گاز های اتمی فوق سرد به برخورد های دو تایی بستگی دارد که با طول پراکندگی a مشخص می شود. در واقع برهمکنش بین اتم های خیلی سرد با این طول متناسب است. نزدیک تشدید فشباخ^{۱۰}، اندازه و علامت طول پراکندگی عوض می شود و در این حالت می توان چگاله هایی با برهمکنش های ضعیف، قوی یا بدون برهمکنش را مطالعه کرد. همچنین طول پراکندگی در پایداری چگاله نقش مهمی دارد.

تشدید فشباخ وقتی روی می دهد که در حضور میدان مغناطیسی خارجی، انرژی حالت مقید مولکولی با انرژی اتم های برخورد کننده برابر باشد. پس اگر اتم های سرد، حالت مقیدی نزدیک انرژی صفر داشته باشند در حین برخورد اتم ها برای مدت اندکی به هم می چسبند. نزدیک تشدید فشباخ طول پراکندگی a با میدان مغناطیسی B به صورت زیر عوض می شود [۳۸ نیازی]:

$$a = \tilde{a} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right) \quad (19-1)$$

که Δ پهنای تشدید در $B = B_0$ است و \tilde{a} طول پراکندگی خارج از تشدید است.



شکل ۱-۶: تشدید فشباخ و میدان مغناطیسی خارجی. تشدید فشباخ وقتی روی می دهد که در حضور میدان مغناطیسی خارجی، انرژی حالت مقید مولکولی با انرژی اتم های برخورد کننده برابر باشد. پس اگر اتم های سرد، حالت مقیدی نزدیک انرژی صفر داشته باشند در حین برخورد اتم ها برای مدت اندکی به هم می چسبند [۳۲].