**دانشکده فنی و مهندسی**

گروه مهندسی صنایع

**پایان نامه**

**برای دریافت درجه کارشناسی ارشد**

**مهندسی صنایع- مدیریت سیستم و بهره وری**

# تحلیل بیزی نقطه تغییر در دنباله هایی از داده ها (مطالعه موردی)

**استاد راهنما: دکتر محمد صابر فلاح نژاد**

**استاد مشاور: دکتر محمد حسین ابویی**

**پژوهش و نگارش: بتول راستی**

**مردادماه ۱۳۹۲**

تقدیم به

**پدر عزیزم و مادر مهربانم**

**که سایه شان بر سرم همه لطف است و لطف**

**و نثارم به پایشان همه شرم است و شرم**

**به پاس زحمات و مهربانی های**

**بی دریغشان**

# تشکر

خدای بزرگ را شاکرم که توفیق کسب علم و دانش را به من عنایت کرد. اکنون که به عنایت خداوند بزرگ توانستم این رساله را به پایان برسانم، لازم می دانم از کلیه عزیزانی که مرا در این راه یاری رساندند، کمال تشکر و قدردانی را ابراز نمایم.

لذا از جناب آقای دکتر فلاح نژاد که زحمت اصلی تدوین این پایان نامه را به دوش کشیدند، سپاسگزاری می کنم. همینطور از استاد گرانقدر جناب آقای دکتر ابویی بخاطر راهنمایی های ارزنده شان سپاسگزارم. از همسر مهربانم که همواره همراه و مشوقم بوده و محبتش را به من ابراز می دارد، کمال تشکر را دارم. از برادر بزرگوارم که اسوه محبت و مهربانی است و خواهران عزیزم که بودن در کنار آنها همواره امید و نشاط را به زندگیم هدیه می کند، سپاسگزارم.

## چکیده

هنگامی که یک فرآیند تولیدی از کنترل آماری خارج می گردد، ابتـدا بایـد انحرافـات بـا دلیلی را که موجب ایجاد این وضعیت گردیده شناسایی کنیم تا بعد از حذف آنهـا مجـددا بتـوانیم سیستم را تحت کنترل درآوریم، برای حذف منابع اصلی ایجـاد خطـا، تعیـین زمـان واقعـی آغـاز انحراف در فرآیند که به آن نقطه تغییر گفته می‌شود، اهمیت بسزایی دارد. مـؤثرترین روش بـرای حذف هرچه سریع‌تر منبع ایجاد خطا تعیین زمان واقعی است کـه انحـراف در فرآینـد آغـاز شـده است. تشخیص زمان واقعی تغییر کمک مـی‌کنـد کـه محـدوده جسـتجو در خصـوص علـل بـروز انحرافات محدودتر شود و تنها مجموعه عللی که به تغییرات اصلی در فرآیند منجر شده‌انـد، مـورد بررسی قرار گیرند. بنابراین شانس یافتن منابع اصلی ایجاد انحراف به حداکثر رسیده و در زمـان و هزینه صرفه جویی خواهد شد، در میان رویکردهای مختلف تفکر آماری، رویکردی کـه بـر اسـاس تئوری بیز حاصل می شود، خصوصیاتی دارد که آن را از نظـر عملـی بـه منظـور ایفـای نقـش در تحقیق علمی مناسب می سازد. در واقع سعی داریم که در این تحقیق یک تخمین بیزی با دقتـی بالا برای تعیین نقطه تغییر در دنباله هایی از داده ها معرفی کنیم، تـا میـانگین مربـع خطـا را در محاسبه نقطه تغییر تا حد امکان کاهش دهد و تخمین بیزی دقیـق تـری را ارائـه نمـاییم. ابتـدا تخمین نقطه تغییر و تخمین پارامترهای میانگین قبل از تغییـر و بعـد از تغییـر در داده هـایی بـا توزیع نمایی را ارائه می دهیم، سپس این رویکرد را برای تخمین دو نقطـه تغییـر بسـط داده و بـا استفاده از شبیه سازی نتایج حاصل از روابط بیز را مورد بررسی قرار می دهیم و روشی ارائـه مـی کنیم که خطای برآورد را تا حد امکان کاهش می دهد. تخمین نقطـه تغییـر بـا اسـتفاده از روش ماکزیمم درستنمایی نیز ارائه شده و نتایج این روش ها با هم مقایسه می شود تـا بتـوانیم بهتـرین روش را برای تخمین نقطه تغییر تعیین کنیم. همچنین به منظور پیـدا کـردن بهتـرین برآوردگـر نقطه تغییر در دنباله هایی با توزیع گاوسی معکوس، تخمین را با توزیـع هـای پیشـین یکنواخـت، جفری، نمایی، گاما و کای- اسکوئر، تحت توابع زیـان SELF، PLF، GELF وLLF مـورد بررسـی قرار داده و این روابط را نیز با استفاده از شبیه سازی تحلیل می کنیم.

مطالعه موردی تحت عنوان تخمین نقطه تغییر در داده های سهام شرکت پتروشیمی زاگرس نیز ارائه شده است که کارایی روش ابتکاری ارائه شده برای مطالعه موردی بررسی می شود.

**کلید واژه:**کنترل کیفیت - تحلیل بیزی- نقطه تغییر- توزیع نمایی- توزیع گاوسی معکوس- تابع زیان

# فهرست مطالب

عنوان صفحه


۱ فصل اول

مقدمه ..... ۱

۱-۱ رویکرد بیزی ..... ۳

۱-۲ تعریف موضوع ..... ۴

۱-۳ اهمیت استفاده از تئوری بیز ..... ۵

۱-۴ نقش تحلیل بیزی ..... ۶

۱-۵ معرفی روش درستنمایی ..... ۷

سؤالات تحقیق ..... ۸

محدودیت های تحقیق ..... ۸

۲ فصل دوم

مروری بر مطالعات انجام شده و اهداف طرح ..... ۹

۲-۱ مقدمه ..... ۱۰

۲-۲ کاربرد تحلیل بیز در تخمین نقطه تغییر ..... ۱۰

۳ فصل سوم

توابع زیان ..... ۱۶

۳-۱ مقدمه ..... ۱۶

۳-۲ تابع زیان مجذور خطا (SELF) ..... ۱۶

۳-۳ تابع زیان درجه دو(QLF) ..... ۱۷
۳-۴ تابع زیان انتروپی عمومی(GELF) ..... ۱۸
۳-۵ تابع زیان انتروپی(ELF) ..... ۱۸
۳-۶ تابع زیان خطی(LLF) ..... ۱۹
۳-۷ تابع زیان احتیاطی(PLF) ..... ۲۱
۳-۸ تابع زیان متعادل وزنی(WBLF) ..... ۲۱
۳-۹ تابع زیان وزنی(WLF) ..... ۲۲
۴ فصل چهارم
تخمین نقطه تغییر ..... ۲۳
۴-۱ مقدمه ..... ۲۴
۴-۲ تخمین نقطه تغییرتوزیع نمایی ..... ۲۴
۴-۲-۱ تخمین نقطه تغییر با روش تحلیل بیز ..... ۲۴
۴-۲-۲ تخمین نقطه تغییر با روش ماکزیمم درستنمایی(MLE) در توزیع نمایی ..... ۲۷
۴-۳ نتایج شبیه سازی تخمین نقطه تغییرتوزیع نمایی ..... ۲۹
۴-۳-۱ نتیجه شبیه سازی برآورد نقطه تغییر با روش ماکزیمم درستنمایی ..... ۲۹
۴-۳-۲ نتیجه شبیه سازی برآورد نقطه تغییر با روش بیز ..... ۲۹
۴-۴ ارائه رویکرد بیز دو مرحله ای برای تخمین نقطه تغییرتوزیع نمایی ..... ۳۰
۴-۵ تخمین دو نقطه تغییر توزیع نمایی ..... ۳۲
۴-۵-۱ برآورد بیز نقاط تغییر ..... **Error! Bookmark not defined.**
۴-۵-۱-۱توابع درستنمایی، پیشین، پسین و حاشیه ای ..... ۳۳

۴-۵-۲ تخمین ماکزیمم درستنمایی دو نقطه تغییر ..... ۳۶
۴-۵-۳ آنالیز حساسیت برآوردگرهای بیز ..... ۳۸
۴-۶ توزیع احتمال گاوسی معکوس ..... ۴۱
۴-۶-۱ معرفی توزیع گاوسی معکوس و کاربردهای آن ..... ۴۱
۴-۶-۲ توابع درستنمایی ..... ۴۴
۴-۶-۳ توزیع پیشین یکنواخت ..... ۴۵
۴-۶-۴ توزیع پیشین جفری ..... ۴۷
۴-۶-۵ توزیع پیشین نمایی ..... ۴۹
۴-۶-۶ توزیع پیشین گاما ..... ۵۱
۴-۶-۷ توزیع کای اسکوئر ..... ۵۳
۴-۶-۸ تخمین نقطه تغییر با استفاده از رویکرد درستنمایی ..... ۵۵
۴-۶-۹ تخمین نقطه تغییر با استفاده از تحلیل بیز ..... ۵۶
۴-۶-۹-۱ توزیع یکنواخت ..... ۵۶
۴-۶-۹-۲ توزیع جفری ..... ۵۷
۴-۶-۹-۳ توزیع نمایی ..... ۵۸
۴-۶-۹-۴ توزیع گاما ..... ۵۹
۴-۶-۹-۵ توزیع کای- اسکوئر ..... ۶۰
۴-۷ شبیه سازی ..... ۶۰
۴-۷-۱ توزیع یکنواخت ..... ۶۱
۴-۷-۲ توزیع پیشین جفری ..... ۶۳

۴-۷-۳ توزیع پیشین نمایی ..... ۶۵
۴-۷-۴ توزیع پیشین گاما ..... ۶۹
۴-۷-۵ توزیع پیشین کای اسکوئر ..... ۷۳
۴-۷-۶ نتایج شبیه سازی بطور خلاصه ..... ۷۸
۵ فصل پنجم
مطالعه موردی ..... ۷۹
۵-۱ مقدمه ..... ۸۰
۵-۳-۱ معرفی شرکت پتروشیمی زاگرس ..... ۸۰
۵-۳-۲ موضوع فعالیت شرکت پتروشیمی زاگرس ..... ۸۰
۵-۳-۳ داده های مورد بررسی ..... ۸۱
نتیجه گیری و پیشنهادات آتی ..... ۹۰
ضمیمه ..... ۹۲
واژه نامه ..... ۱۰۶
منابع و مآخذ ..... ۱۰۸
چکیده انگلیسی ..... ۱۱۵

# فهرست جداول

عنوان جدول صفحه

جدول(۴-۱) تخمین ماکزیمم درستنمایی $m,\lambda_2,\lambda_1$ و MSE مربوط به هرکدام از مقادیر.....۲۹

جدول (۴-۲) تخمین‌های بیز $m,\lambda_2,\lambda_1$ و MSE مربوط به هرکدام.....۳۰

جدول (۴-۳) تخمین‌های بیز $m,\lambda_2,\lambda_1$ و MSE مربوط به هرکدام با استفاده از رویکرد دو مرحله‌ای.....۳۱

جدول (۴-۴) آنالیز حساسیت موقعیت های مختلف نقطه تغییر.....۳۲

جدول (۴-۵) تخمین ماکزیمم درستنمایی $m',m,\lambda_2,\lambda_1$ و MSE مربوط به هرکدام.....۳۸

جدول (۴-۶) تخمین بیز $m',m,\lambda_2,\lambda_1$ و MSE مربوط به هرکدام.....۳۹

جدول (۴-۷) برآورد بیز $m',m,\lambda_2,\lambda_1$ و MSE مربوط به هرکدام با روش دومرحله ای بیز.....۴۰

جدول (۴-۸) آنالیز حساسیت موقعیت های مختلف نقاط تغییر.....۴۰

جدول (۴-۹)ویژگی های توزیع گاوسی معکوس.....۴۴

جدول (۴-۱۰) تخمین بیز $\lambda_1$ تحت توزیع پیشین یکنواخت برای توابع زیان مختلف.....۴۶

جدول (۴-۱۱) تخمین بیز $\lambda_1$ تحت توزیع پیشین جفری برای توابع زیان مختلف.....۴۸

جدول (۴-۱۲) تخمین بیز $\lambda_1$ تحت توزیع پیشین نمایی برای توابع زیان مختلف.....۵۰

جدول (۴-۱۳) تخمین بیز $\lambda_1$ تحت توزیع پیشین گاما برای توابع زیان مختلف.....۵۲

جدول (۴-۱۴) تخمین بیز $\lambda_1$ تحت توزیع پیشین کای- اسکوئر برای توابع زیان مختلف.....۵۴

جدول (۴-۱۵) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین یکنواخت و MSE مربوط به هر کدام.....۶۱

جدول (۴-۱۶) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین جفری و MSE مربوط به هرکدام.....۶۳

جدول (۴-۱۷) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین نمایی با پارامترهای $\mathbf{k_1}=\mathbf{k_2}=0.5$ و MSE مربوط به هر کدام.....۶۵

جدول (۴-۱۸) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین نمایی با پارامترهای $k_1=k_2=0.5$ و MSE مربوط به هرکدام..... ۶۷

جدول (۴-۱۹) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین نمایی با پارامترهای $k_1=k_2=1$ و MSE مربوط به هرکدام..... ۶۸

جدول (۴-۲۰) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین نمایی با پارامترهای $k_1=k_2=2$ و MSE مربوط به هر کدام..... ۶۸

جدول (۴-۲۱) بهترین عملکردها برای تخمین نقطه تغییر با استفاده از توزیع پیشین نمایی و توابع زیان مختلف..... ۶۹

جدول (۴-۲۲) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین گاما با پارامترهای $b_1= b_2=0.1$ و MSE مربوط به هرکدام..... ۶۹

جدول (۴-۲۳) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین گاما با پارامترهای $b_1= b_2=0.5$ و MSE مربوط به هرکدام..... ۷۱

جدول (۴-۲۴) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین گاما با پارامترهای $b_1= b_2=1$ و MSE مربوط به هرکدام..... ۷۱

جدول (۴-۲۵) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین گاما با پارامترهای $b_1= b_2=2$ و MSE مربوط به هرکدام..... ۷۲

جدول (۴-۲۶) بهترین عملکردها برای تخمین نقطه تغییر با استفاده از توزیع پیشین گاما و توابع زیان مختلف..... ۷۲

جدول (۴-۲۷) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین کای- اسکوئر با پارامترهای $h_1= h_2=0.1$ و MSE مربوط به هرکدام..... ۷۳

جدول (۴-۲۸) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین کای- اسکوئر با پارامترهای $h_1= h_2=0.5$ و MSE مربوط به هرکدام..... ۷۵

جدول (۴-۲۹) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین کای- اسکوئر با پارامترهای $h_1= h_2=1$ و MSE مربوط به هرکدام.....۷۵

جدول (۴-۳۰) تخمین بیزی تحت توابع زیان مختلف با استفاده از توزیع پیشین کای- اسکوئر با پارامترهای $h_1= h_2=2$ و MSE مربوط به هرکدام.....۷۶

جدول (۴-۳۱) بهترین عملکردها برای تخمین نقطه تغییر با استفاده از توزیع پیشین کای-اسکوئر و توابع زیان مختلف.....۷۶

جدول (۴-۳۲) نتایج کلی تخمین نقطه تغییر برای توزیع های پیشین و توابع زیان مختلف ارائه شده.....۷۷

جدول (۵-۱) معرفی شرکت پتروشیمی زاگرس.....۸۰

جدول (۵-۲) آزمون برازش توزیع داده های سری اول با استفاده از نرم افزار easyfit.....۸۲

جدول (۵-۳) آزمون برازش توزیع داده های سری دوم با استفاده از نرم افزار easyfit.....۸۴

جدول (۵-۴) آزمون برازش توزیع داده های سری سوم با استفاده از نرم افزار easyfit.....۸۷

جدول (ض-۱) تخمین بیز $\lambda_2$ تحت توزیع پیشین یکنواخت برای توابع زیان مختلف.....۹۳

جدول (ض-۲) تخمین بیز $\lambda_2$ تحت توزیع پیشین جفری برای توابع زیان مختلف.....۹۴

جدول (ض-۳) تخمین بیز $\lambda_2$ تحت توزیع پیشین نمایی برای توابع زیان مختلف.....۹۵

جدول (ض-۴) تخمین بیز $\lambda_2$ تحت توزیع پیشین گاما برای توابع زیان مختلف.....۹۶

جدول (ض-۵) تخمین بیز $\lambda_2$ تحت توزیع پیشین کای- اسکوئر برای توابع زیان مختلف.....۹۷

جدول (ض-۶) سری اول از داده های ارزش سهام پتروشیمی زاگرس.....۹۸

جدول (ض-۷) سری دوم از داده های ارزش سهام پتروشیمی زاگرس.....۱۰۰

جدول (ض-۸) سری سوم از داده های ارزش سهام پتروشیمی زاگرس.....۱۰۳

# فهرست شکل ها

عنوان شکل صفحه

شکل (۴-۱) تابع چگالی احتمال توزیع گاوسی معکوس با پارامتر ۱=μ و λهای مختلف.....۴۳

شکل (۴-۲) تابع چگالی احتمال توزیع گاوسی معکوس با پارامتر ۱= λ و μ های مختلف.....۴۳

شکل (۴-۳) نتیجه برنامه نویسی در محیط matlab برای نمونه ۲۰ تایی و توزیع پیشین یکنواخت.....۶۲

شکل (۴-۴) نتیجه برنامه نویسی در محیط matlab برای نمونه ۵۰ تایی و توزیع پیشین یکنواخت.....۶۲

شکل (۴-۵) نتیجه برنامه نویسی در محیطmatlab برای نمونه ۲۰ تایی و توزیع پیشین جفری..۶۳

شکل (۴-۶) نتیجه برنامه نویسی در محیطmatlab برای نمونه ۵۰ تایی و توزیع پیشین جفری..۶۴

شکل (۴-۷) نتیجه برنامه نویسی در محیطmatlab برای نمونه ۲۰ تایی و توزیع پیشین نمایی...۶۶

شکل (۴-۸) نتیجه برنامه نویسی در محیطmatlab برای نمونه ۵۰ تایی و توزیع پیشین نمایی...۶۶

شکل (۴-۹) نتیجه برنامه نویسی در محیطmatlab برای نمونه ۲۰ تایی و توزیع پیشین گاما.....۷۰

شکل (۴-۱۰) نتیجه برنامه نویسی درمحیط matlab برای نمونه ۲۰ تایی و توزیع پیشین گاما..۷۰

شکل (۴-۱۱) نتیجه برنامه نویسی در محیط matlab برای نمونه ۲۰ تایی و توزیع پیشین کای-اسکوئر..... ۷۴

شکل (۴-۱۲) نتیجه برنامه نویسی در محیط matlab برای نمونه ۲۰ تایی و توزیع پیشین کای-اسکوئر..... ۷۴

شکل (۵-۱) تعیین پارامترهای توزیع داده های سری اول در محیط نرم افزار easyfit.....۸۳

شکل(۵-۲) تخمین نقطه تغییر برای سری اول داده ها در محیط matlab.....۸۳
شکل(۵-۳) تعیین پارامترهای توزیع داده های سری دوم در محیط نرم افزار easyfit .....۸۵
شکل(۵-۴) تخمین نقطه تغییر برای سری دوم داده ها در محیط matlab .....۸۶
شکل(۵-۵) تعیین پارامترهای توزیع داده های سری سوم در محیط نرم افزار easyfit.....۸۸
شکل(۵-۶) تخمین نقطه تغییر برای سری سوم داده ها در محیط matlab .....۸۸

# فصل اول

## مقدمه

## مقدمه

دانشمندان به منظور کشف و کنترل تغییرات در حوزه تخصصی خود به روش‌های علمی متوسل شده‌اند. یکی از روش‌های شناخته شده در این زمینه علم آمار است[۱]. در طول سال های اخیر، صنایع کشور به این نکته پی برده است که برای رقابت در بازارهای داخلی و خارجی باید کیفیت خدمات و محصولات خود را کاملا بهبود بخشد و در افزایش بهره وری خود پویایی داشته باشد. بخش عظیمی از تلاش های مربوط به بهبود کیفیت و بهره وری صنایع به منابع انسانی آن یعنی مهندسان و مدیران مربوط می شود. در همین مورد ابزارهای احتمال می تواند کمک مؤثری به مهندسان و مدیران باشد و نقشی اساسی در بهبود کیفیت و بهره وری صنایع کشور داشته باشد[۲]. روش های کنترل کیفیت آماری به عنوان یکی از مؤثرترین ابزار در جهت کاهش ضایعات، افزایش بهره وری و تضمین کیفیت در سطح جهان شناخته شده است. موقعیت در رقابت‌های تنگاتنگ موجود در بازارهای منطقه‌ای و جهانی تنها در سایه مرغوبیت و قیمت قابل قبول میسر است. سیستم کنترل کیفیت در هر واحد تولیدی و با هر سطح تکنولوژی و هر نوع فراورده تولیدی پس از تطبیق با شرایط واقعی موجود می‌تواند به نحو مطلوب مورد استفاده قرار بگیرد [۳]. حقیقت این است که اساس سنجش را آمار تشکیل می‌دهد، آمار را می‌توان به صورت کاربردی و ملموس ارائه داد و از کاربرد آن لذت برد [۴]. با توجه به اینکه تغییرپذیری یک پدیده دائمی و جز لاینفک همه محصولات است و مشخصه کیفی هر محصول تغییر می‌کند، روش‌های آماری مؤثرترین وسیله بررسی و کنترل این تغییرات است [۵].

تخمین نقطه تغییر یکی از مسائلی است که در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. برای شناسایی و حذف انحرافات بادلیل باید منبع ایجاد خطا تعیین و حذف شود. مؤثرترین روش برای حذف هرچه سریع‌تر منبع ایجاد خطا تعیین زمان واقعی است که انحراف در فرآیند آغاز شده است. به چنین نقطه‌ای که در واقع زمان واقعی تغییر در فرآیند است، نقطه تغییر گفته می‌شود. تشخیص زمان واقعی تغییر کمک می‌کند که محدوده جستجو در خصوص علل بروز انحرافات محدودتر شود و تنها مجموعه عللی که به تغییرات اصلی در فرآیند

منجر شده‌اند، مورد بررسی قرار گیرند. بنابراین شانس یافتن منابع اصلی ایجاد انحراف به حداکثر رسیده و در زمان و هزینه صرفه جویی خواهد شد [۶]. مسئله نقطه تغییر در واقع شناسایی تغییرات و برآورد مکان تغییرات در فرآیند های تصادفی است.

در ادامه مطالب این فصل به معرفی رویکرد بیز به عنوان محور اصلی پژوهش، اهمیت استفاده از رویکرد بیز، نقش تحلیل بیز در تخمین نقطه تغییر و خصوصیات رویکردی که از تئوری بیز حاصل می شود، می پردازیم. همچنین روش درستنمایی نیز معرفی شده است.

## رویکرد بیزی

تفکر بیز یکی از موضوعاتی است که علیرغم سابقه نسبتا زیاد در حوزه های مهندسی و مدیریت، نه تنها اهمیت خود را حفظ کرده است بلکه با پیچیده تر شدن مسائل تصمیم گیری، به یک رویکرد بنیادی در مدلسازی مسائل مختلف تبدیل شده است. در عین حال پیچیدگی موضوعات مرتبط با تفکر بیزی، آن را به یک رویکرد مناقشه آمیز در مدل سازی مسائل واقعی تبدیل کرده است. اما چنین رویکردی تا حدی در ایران ناشناخته است و لزوم توجه به آن به عنوان یکی از مهم ترین ابزارهای تصمیم گیری احساس می شود [۷].

در رویکرد بیزی از یک روش متفاوت استفاده می شود. علاوه بر یک مدل احتمالی، یک تابع توزیع پیشین $p(\theta,\sigma^2)$ تعریف می شود. معرفی تابع توزیع پیشین بر اساس داشتن اطلاعات یا بدون اطلاعی در مورد پارامترهای $\theta$ و $\sigma^2$ است، قبل از اینکه داده ای جمع آوری شود، بر اساس تابع توزیع پیشین و مدل احتمالی $p(y\,|\theta,\sigma^2)$ و داده $y$ ، محاسبه تابع توزیع $p(\theta,\sigma^2|y)$ ممکن خواهد بود. این تابع توزیع، توزیع پسین پارامترهای $\theta$ و $\sigma^2$ نامیده می شود و با استفاده از این توزیع، پارامترهای مدل تحلیل می شوند [۷].

به عبارت دیگر قضیه بیز عنوان می کند که توزیع احتمال پسین $\theta$ بر اساس داده $y$

متناسب با ضرب توزیع پیشین برای $\theta$ و تابع درستنمایی برای $\theta$ بر اساس داده $y$ است.

$$\text{Posterior distribution} \propto \text{likelihood} \times \text{prior distribution}$$

تابع درستنمایی نقش بسیار مهمی در معادله بیز بازی می کند، در واقع تابعی است که بـه وسـیله داده $y$ اطلاعات پیشین در مورد $\theta$ اصلاح می شود و می تواند به عنوان تابعی که نشـان دهنـده میزان اطلاعات درباره $\theta$ از داده ها باشد، در نظر گرفته شود [۷].

## تعریف موضوع

در بعضی از موقعیت ها علاقمند به پیدا کردن و تخمین زدن نقطه ای هستیم که تغییر در آن اتفاق می افتد. کاربردهای گسترده این پدیده در زندگی واقعی در مسائلی مانند تغییر قیمت نفت، قیمت طلا، نرخ رشد جمعیت، تغییر قیمت ها در بازار بورس و پدیده هایی از این قبیل مشهود است. همینطور در کارخانه ها و صنایع تولیدی، دانستن زمان واقعی و دقیق تغییر مشخصه های فرآیند از اهمیت ویژه ای برخوردار است. تخمین نقطه تغییر نقش مهمی در تحلیل بازارهای بازگشت سرمایه برای بررسی ریسک های مالی دارد[۸]. افرادی که در این زمینه ها و زمینه های مشابه فعالیت دارند علاقمندند بدانند که این تغییرات دقیقا در چه زمانی رخ داده است. در چنین موقعیت هایی پیدا کردن و تخمین نقطه ای که تغییر در آن اتفاق می افتد، حائز اهمیت است. برخی از مقالات با فرض مشخص بودن توزیع داده ها به طور مثال بینم، هندسی، نرمال، پواسون و... به تخمین نقطه تغییر پرداخته اند. همین طور مقالاتی وجود دارند که یافتن نقطه تغییر به نوع توزیع داده ها محدود نشده است و در آنها بدون در نظر گرفتن فرض برای توزیع داده ها، نقطه تغییر تخمین زده شده است. رویکردهای اصلی که برای تخمین نقطه تغییر توسط محققان پیشنهاد شده است را می توان به سه دسته کلی تقسیم کرد:

۱. استفاده از تحلیل بیزی، روش MLE و آزمونهای نسبت درستنمایی
۲. استفاده از نمودارهای کنترلCUSUM و EWMA
۳. استفاده از روشهای دیگری چون: شبکه های عصبی، خوشه بندی و ...[۶].

در این تحقیق ما از رویکرد تحلیل بیز و روش MLE برای تخمین نقطه تغییر استفاده کرده ایم. در رویکرد بیزی فرض می شود که تغییر در مدل اتفاق افتاده و مسئله یافتن مکان تغییرات است. اساس کار آن بر فرض توزیع پیشین با پارامترهای معلوم است. سپس توزیع پسین نقطه تغییر به کمک این روش پیدا می شود و در نهایت برآورد نقطه تغییر صورت می پذیرد. در این فصل تئوری بیز و نقش تحلیل بیزی در مسئله نقطه تغییر بیان می شود.

## اهمیت استفاده از تئوری بیز

علاوه بر مشکلات بالقوه مدلهای جایگزین تئوری های بیز، سه عامل مهم برای مورد توجه قرار گرفتن دوباره تئوری بیز وجود دارد. اولین عامل مربوط می شود به کارهای محققینی مانند فیشر، جفری، برنارد و ... که به حل مشکلات کاربردی و مفهومی تئوری بیز کمک کردند. دومین عامل این است که گرچه سایر تئوری ها منجر به جواب های مناسب با توجه به فرضیات نرمال بودن داده ها ومستقل بودن باقی مانده ها شده اند، در سایر موارد و مخصوصا در مسائلی که هیچ آماره کافی وجود نداشته باشد، نتایج آنها رضایت بخش نخواهد بود و اگرچه این فرضیات، تعدادی از مسائل علمی مورد علاقه را پوشش می دهد، اما تمام مسائل آماری در این حیطه قرار نمی گیرند. جمع آوری داده ها در مقایسه با تجزیه و تحلیل داده، هزینه زیادی دارد؛ بنابراین داده هایی که با هزینه زیاد جمع آوری شده اند باید از چندین منظر مورد بررسی قرار گیرند. در میان روش های تحلیل داده، تفکر بیزی اهمیت بیشتری به علمی بودن تحلیل ها می دهد و به ساده بودن مدل سازی ریاضی آنها، اهمیت کمتری می دهد. سومین عامل اینست که جواب های جالب بر اساس بعضی فرضیات خاص به دلیل آسان بودن محاسبات مورد توجه قرار داشتند [۷].

تفکر آماری یکی از وظایف بسیار مهم متخصصین آمار است. به نظر می رسد تفکر بیزی، به تنهایی قابلیت انعطاف پذیری کافی برای عکس العمل در مقابل پیچیدگی های علمی به دور از اشکالات حاصل از بحث های فنی فراهم می کند [۷].

یک توزیع پیشین که نشان دهنده میزان اطلاعات در مورد متغیرهای مجهول قبل از